**江苏省苏州中学2022-2023学年第一学期阶段质量评估**

**高二数学**

**2022.12.15**

**一、单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共计40分.每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的.请把正确的选项填涂在答题卡相应的位置上.**

1. 若方程表示圆，则实数的取值范围为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】将方程化标准式即可计算求解.

【详解】解：方程可变形为，

因为方程表示圆，则，所以.

故选：D.

2. 若直线与圆没有交点，则过点的直线与椭圆的交点的个数为( )

A. 0或1 B. 2 C. 1 D. 0

【答案】B

【解析】

【分析】由直线与圆相离得到点位置后判断

【详解】由题意，得，故点在以原点为圆心，2为半径的圆内，即在椭圆内部，过点的直线与该椭圆必有2个交点．

故选：B

3. 过点的圆与直线相切于点，则圆的方程为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】求得圆心和半径，由此求得圆的方程.

【详解】设圆心为，半径为，

则，

解得，所以圆心为，

半径.

所以圆的方程为.

故选：A

4. 如果方程表示焦点在轴上的椭圆，那么实数的取值范围是( )

A.  B.  C. ， D. 

【答案】D

【解析】

【分析】化曲线方程为椭圆的标准方程，由题意可得，求解此不等式可得的取值范围.

【详解】由方程，可得，

因为方程表示焦点在轴上的椭圆，可得，解得.

所以实数的取值范围是.

故选：D.

5. 已知等比数列满足，，则的值为( )

A.  B.  C. 1 D. 2

【答案】C

【解析】

【分析】

根据，利用等比数列的性质求得，再利用通项公式求解.

【详解】在等比数列中，，，

所以，

所以，

所以，

故选：C

6. 已知数列的前项和，若，则( )

A. 8 B. 16 C. 32 D. 64

【答案】C

【解析】

【分析】当时，由可得，当时，，验证是否适合可得通项公式，代入通项公式求解可得结果.

【详解】解：当时，，

当时，，

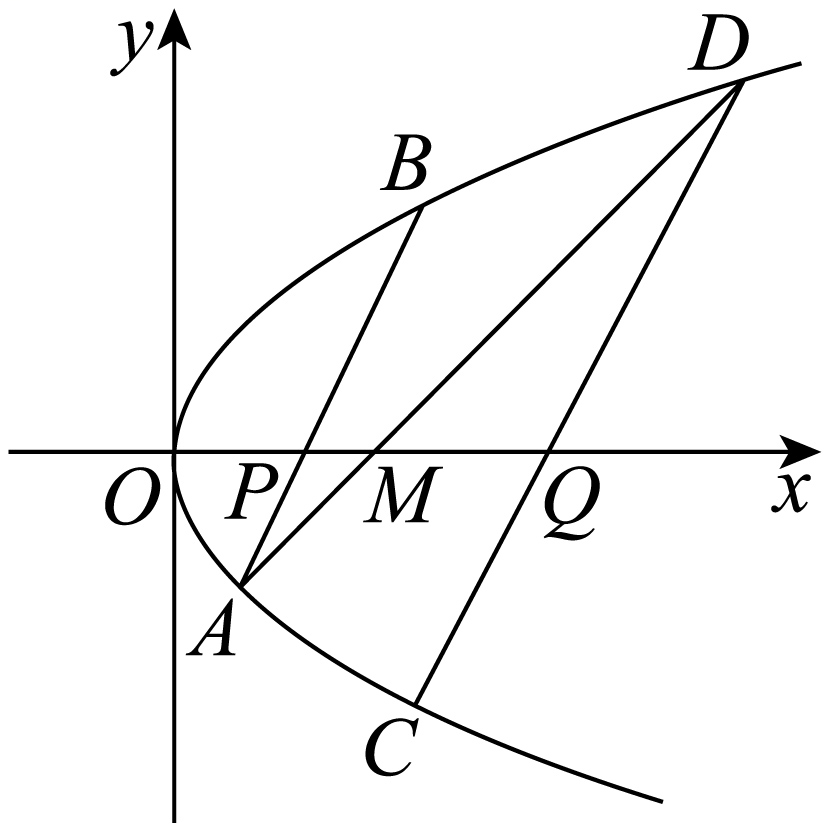
，符合上式，

数列的通项公式为：

，

故选：C.

7. 如图，已知抛物线，过点和分别作斜率大于的两平行直线，交抛物线于，和，，连接交轴于点，则直线的斜率是( )



A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】由题知，进而设直线的方程为，与抛物线联立方程得，进而可得，，再求斜率即可.

【详解】解：因为，，，所以，

因为，

所以∽，

所以，即，

因为过点和两平行直线斜率大于

所以，直线斜率大于，

故设直线的方程为，

联立方程得，

所以

所以，，解得

所以，

所以，即直线的斜率是.

故选：D

8. 已知双曲线*C*：的右焦点为*F*，左顶点为*A*，*M*为*C*的一条渐近线上一点，延长*FM*交*y*轴于点*N*，直线*AM*经过*ON*(其中*O*为坐标原点)的中点*B*，且，则双曲线*C*的离心率为( )

A. 2 B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】由中点*B*，且得，由点到直线距离公式得，从而得，通过三角形全等证得△*MNB*为等边三角形，然后得，从而计算出离心率．

【详解】记*M*为双曲线*C*：的渐近线上的点，因为，且，所以，．

所以．因为右焦点到渐近线的距离，

所以．所以，所以，

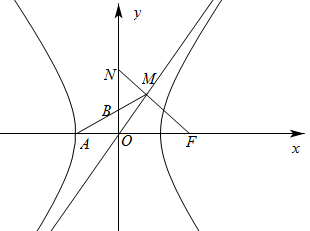
所以，所以，

又因为，．

所以△*MNB*为等边三角形，所以，所以，

即，所以．

故选：A*．*



**二、多项选择题：本大题共4小题，每小题5分，共计20分.每小题给出的四个选项中，都有多个选项是正确的，全部选对的得5分，选对但不全的得2分，选错或不答的得0分.请把正确的选项填涂在答题卡相应的位置上.**

9. 已知等差数列的前*n*项和为，公差，，*a*7是*a*3与*a*9的等比中项，则下列选项正确的是( )

A.  B. 

C. 当且仅当时，取得最大值 D. 当时，*n*的最大值为20

【答案】BD

【解析】

【分析】先求出，，从而可判断AB的正误，再求出通项公式，根据其符号可判断C的正误，求出并解不等式，故可判断D的正误.

【详解】因为，故，又，

整理得到：，故，，故A错，B正确.

又，

当时，；当时，；当时，，

故当且仅当、时，取得最大值，故C错误.

又，

令，则即*n*的最大值为20，故D正确

故选：BD.

10. 已知数列的前*n*项和为，，，且，则下列说法正确的是( )

A. 数列的通项公式为

B. 若，则

C. 数列为等比数列

D. 

【答案】ABD

【解析】

【分析】对于选项A，因为，所以，从而判断出为等比数列，从而求出的通项公式；

对于选项B，通过选项A中为等比数列，判断出为等比数列，从而得到答案；

对于选项C，因为的通项公式已知，通过分组求和得到，从而判断出是否为等比数列；

对于选项D，通过选项A和D可以得到和，从而判断是否正确.

【详解】对于选项A，，则，又，故数列是以首项为2，公比为2的等比数列，所以，即，故A正确；

对于选项B，，则为等比数列，所以，故B正确；

对于选项C，由，得，又，则数列不是等比数列，故C错误；

对于选项D，易得，即，故D正确.

故选：ABD

11. 已知点为坐标原点，直线与抛物线相交于两点，则( )

A.  B. 

C. 的面积为 D. 线段的中点到直线的距离为2

【答案】AC

【解析】

【分析】先判断直线过焦点，联立方程组结合韦达定理得两根关系，再根据选项一一判断即可．

【详解】设，抛物线，则 ，焦点为，则直线过焦点；

联立方程组 消去得， 则，



所以 ，故A正确；

由，所以与不垂直，B错；

原点到直线的距离为 ，所以的面积为 ，则C正确；

因为线段的中点到直线的距离为，故D错

故选：AC

【点睛】(1)直线与抛物线的位置关系和直线与椭圆、双曲线的位置关系类似，一般要用到根与系数的关系；

(2)有关直线与抛物线的弦长问题，要注意直线是否过抛物线的焦点，若过抛物线的焦点，可直接使用公式|*AB*|＝*x*1＋*x*2＋*p*，若不过焦点，则必须用一般弦长公式．

12. 已知、分别为双曲线左、右焦点，过点的直线与双曲线的右支交于*A*、*B*两点，记的内切圆的半径为，的内切圆的半径为.若，则( )

A. 、在直线上 B. 双曲线的离心率

C. 内切圆半径最小值是 D. 的范围是

【答案】AC

【解析】

【分析】对于A，由切线长定理结合双曲线定义可判断正误；对于B，由A分析，结合可判断正误；对于C，联立直线*AB*方程与双曲线方程，利用韦达定理表示出内切圆半径，后可判断正误；对于D，利用几何知识得到表达式，后利用函数知识可判断正误.

【详解】设，其中.

设，.

对于A，过分别作、、的垂线，垂足分别为*D*、*E*、*F*，所以由切线长定理有，

则，

又因为，所以.

又，所以，同理可得.则、在直线上，故A正确；

对于B，因平分，平分，，则.

在中，，.由射影定理可得，

即，则双曲线离心率为2，故B错误；

对于C，因，则内切圆半径.

其中，

又由B分析可知则.

其中，又，

则.故.设直线*AB*方程为，

将其与双曲线联立有：，消去得：，

则，

.又两点在双曲线右支，

则.

又.

.

代入，有.

当且仅当，即直线*AB*与*x*轴垂直时取等号.故C正确；

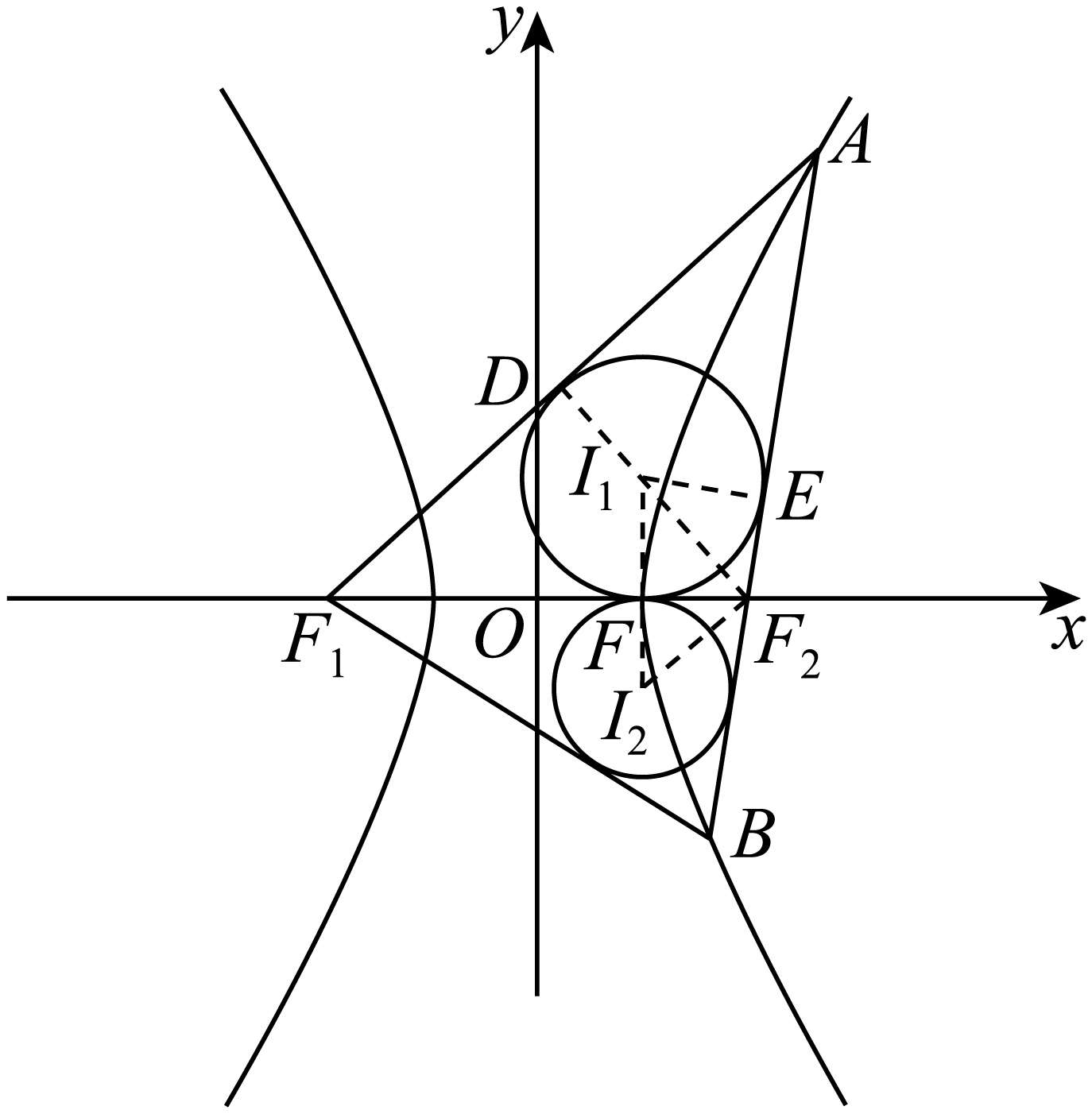
对于D，设，又由对称性设直线*AB*的倾斜角为，其中 .则.又由C分析知，，则，所以，得，则，

，

所以，又在上单调递增，

则.故D错误.

故选：AC.



【点睛】

关键点点睛：本题涉及双曲线焦点三角形的内切圆，难度较大.

对于A选项，关键为利用切线长定理得到；

对于B选项，关键为利用射影定理；

对于C选项，关键为利用结合双曲线定义得到.

对于D选项，关键为找到范围，后表示出.

**三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，若两个空，第一个空2分，第二个空3分，共计20分.请把答案填写在答题卡相应位置上.**

13. 设为椭圆：和双曲线：的一个公共点，且在第一象限，是的左焦点，则\_\_\_\_\_\_.

【答案】##

【解析】

【分析】先求出*F*点坐标，再联立椭圆和双曲线方程，求出*P*点坐标，运用两点距离公式即可.

【详解】对于椭圆*M*， ；

联立方程 ，解得 ，

因为在第一象限， ，

；

故答案为： .

14. 是公差为2的等差数列的前*n*项和，若数列也是等差数列，则\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】或3

【解析】

【分析】

可由特殊值求出，再验证对所有正整数，都有数列是等差数列

【详解】由题意，

∵数列是等差数列

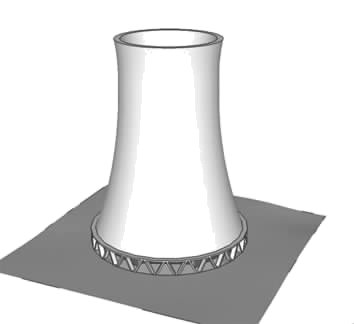
∴，，解得或，

时，，时，，均为的一次函数，数列是等差数列，

故答案为：或3.

【点睛】本题考查等差数列的前项和公式，考查等差数列的证明，如果数列的通项公式是的一次函数，则数列一定是等差数列．

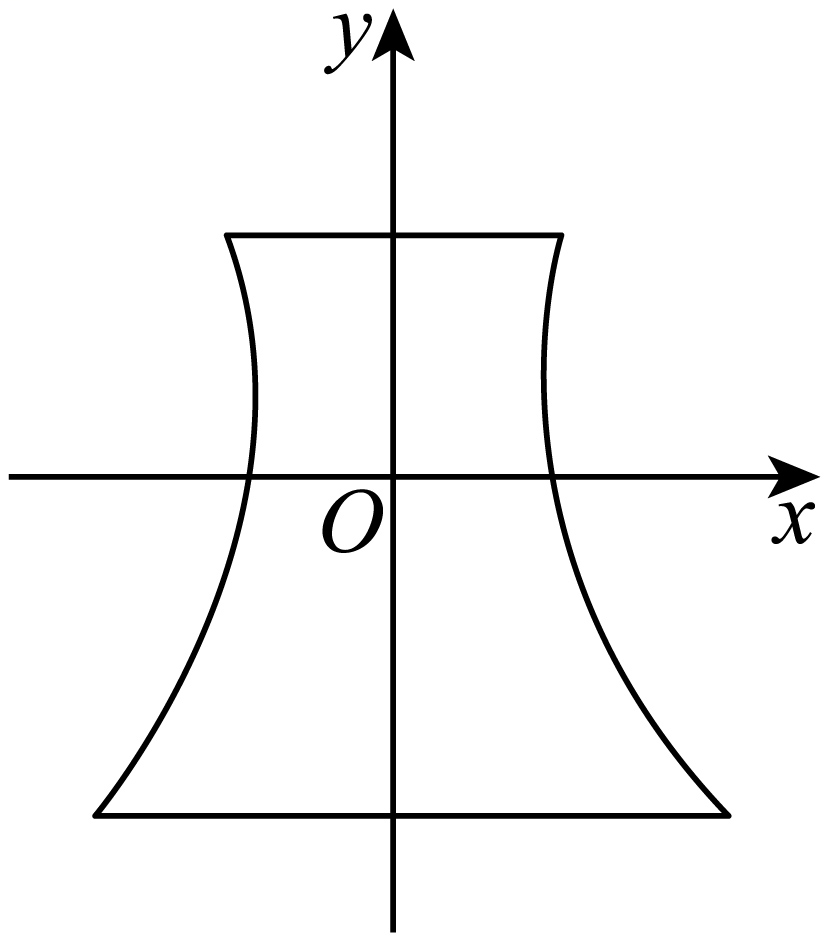
15. 3D打印是快速成型技术的一种，它是一种以数字模型文件为基础，运用粉末状金属或塑料等可粘合材料，通过逐层打印的方式来构造物体的技术．如图所示的塔筒为打印的双曲线型塔筒，该塔筒是由离心率为的双曲线的一部分围绕其旋转轴逐层旋转打印得到的，已知该塔筒(数据均以外壁即塔筒外侧表面计算)的上底直径为6cm，下底直径为9cm，高为9cm，则喉部(最细处)的直径为\_\_\_\_\_\_cm．



【答案】

【解析】

【分析】由已知，根据题意，以最细处所在的直线为轴，其垂直平分线为轴建立平面直角坐标系，设出双曲线方程，并根据离心率表示出之间的关系，由题意底直径为6cm，所以双曲线过点，下底直径为9cm，高为9cm，所以双曲线过点，代入双曲线方程即可求解方程从而得到喉部(最细处)的直径.

【详解】

由已知，以最细处所在的直线为轴，其垂直平分线为轴建立平面直角坐标系，

设双曲线方程为，

由已知可得，，且，

所以，所以双曲线方程为，

底直径为6cm，所以双曲线过点，

下底直径9cm，高为9cm，所以双曲线过点，代入双曲线方程得：

，解得： ，

所以喉部(最细处)的直径为 cm.

故答案为：.

16. 设是数列的前项和，，则\_\_\_\_\_\_；若不等式对任意恒成立，则的最小值为\_\_\_\_\_\_.

【答案】 ①.  ②. 

【解析】

【分析】利用题设条件可得，化简后可得，从而可求的通项，再利用数列单调性求出的最大项，从而可求参数的取值范围.

【详解】因为，故即.

因为，故当时，，

故，整理得到，

所以，故为等差数列且首项为，公差为2，

故，故.

又即为，故.

设，则当时，，

故为单调递减数列，故，

故即的最小值为.

故答案为：，.

**四、解答题：本大题共6小题，共计70分.请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 已知数列满足：，，()．

(1)证明：数列是等比数列；

(2)求数列的通项公式．

【答案】(1)证明见解析

(2)

【解析】

【分析】(1)结合递推公式利用等比数列的定义证明即可；

(2)结合(1)中结论，利用累加法和等比数列求和公式即可求解.

【小问1详解】

证明：∵，

∴，

∵，∴，

∴数列{}是以为首项，4为公比的等比数列．

【小问2详解】

由(1)知，，

当时，







当*n*=1时，满足上式．

所以，．

18. 在中，已知，.

(1)若直线过点，且点*A*，到的距离相等，求直线的方程；

(2)若直线为角的内角平分线，求直线的方程.

【答案】(1)或

(2)

【解析】

【分析】(1)因为点，到的距离相等，所以直线过线段的中点或，分直线过线段的中点和两种情况讨论即可；

(2)因为直线为角的内角平分线，所以点关于直线的对称点在直线上，求出点的坐标，即可求出直线方程．

【小问1详解】

解：因为点，到的距离相等，所以直线过线段的中点或，

当直线过线段的中点时，线段的中点为，的斜率，则的方程为，即，

当时，的斜率，

则的方程为，即，

综上：直线的方程为或；

小问2详解】

因为直线为角的内角平分线，所以点关于直线的对称点在直线上，

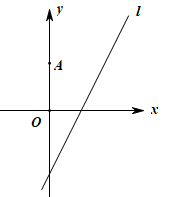
设，则有，

得，即，

所以直线的斜率为，

则直线的方程为，即．

19. 如图，在平面直角坐标系中，点，直线，设圆的半径为1， 圆心在上.



(1)若圆心也在直线上，过点作圆的切线，求切线方程；

(2)若圆上存在点，使，求圆心的横坐标的取值范围.

【答案】(1)或；(2).

【解析】

【分析】(1)两直线方程联立可解得圆心坐标，又知圆的半径为，可得圆的方程，根据点到直线距离公式，列方程可求得直线斜率，进而得切线方程；(2)根据圆的圆心在直线：上可设圆的方程为，由，可得的轨迹方程为，若圆上存在点，使，只需两圆有公共点即可.

【详解】(1)由得圆心，

∵圆的半径为1，

∴圆的方程为：，

显然切线的斜率一定存在，设所求圆的切线方程为，即．

∴，

∴，∴或．

∴所求圆的切线方程为或．

(2)∵圆的圆心在直线：上，所以，设圆心为，

则圆的方程为．

又∵，

∴设为，则，整理得，设为圆．

所以点应该既在圆上又在圆上，即圆和圆有交点，

∴，

由，得，

由，得．

综上所述，的取值范围为．

考点：1、圆的标准方程及切线的方程；2、圆与圆的位置关系及转化与划归思想的应用.

【方法点睛】本题主要考查圆的标准方程及切线的方程、圆与圆的位置关系及转化与划归思想的应用.属于难题.转化与划归思想是解决高中数学问题的一种重要思想方法，是中学数学四种重要的数学思想之一，尤其在解决知识点较多以及知识跨度较大的问题发挥着奇特功效，大大提高了解题能力与速度.运用这种方法的关键是将题设条件研究透，这样才能快速找准突破点.以便将问题转化为我们所熟悉的知识领域，进而顺利解答，希望同学们能够熟练掌握并应用于解题当中.本题(2)巧妙地将圆上存在点，使问题转化为，两圆有公共点问题是解决问题的关键所在.

20. 已知数列，满足，其中，.

(1)若，.

①求证：为等比数列；

②试求数列的前*n*项和.

(2)若，数列的前6291项之和为1926，前77项之和等于77，试求前2024项之和是多少？

【答案】(1)①证明见解析；②

(2)

【解析】

【分析】(1)①，利用累加法求解即可；

②由①得,令，的前项和为,利用错位相减法求解数列的和即可；

(2)推出数列是一个周期为6的周期数列,然后求解数列的任意连续6项之和为0，然后利用其周期和相关值求出，则得到答案.

【小问1详解】

①证明：，当时累加得







，，又

所以为首项为2，公比为2的等比数列.

②由①得，令，的前项和为，

则，

，

得





【小问2详解】

若，则，

所以数列是周期为6的周期数列，设，，则，，，，

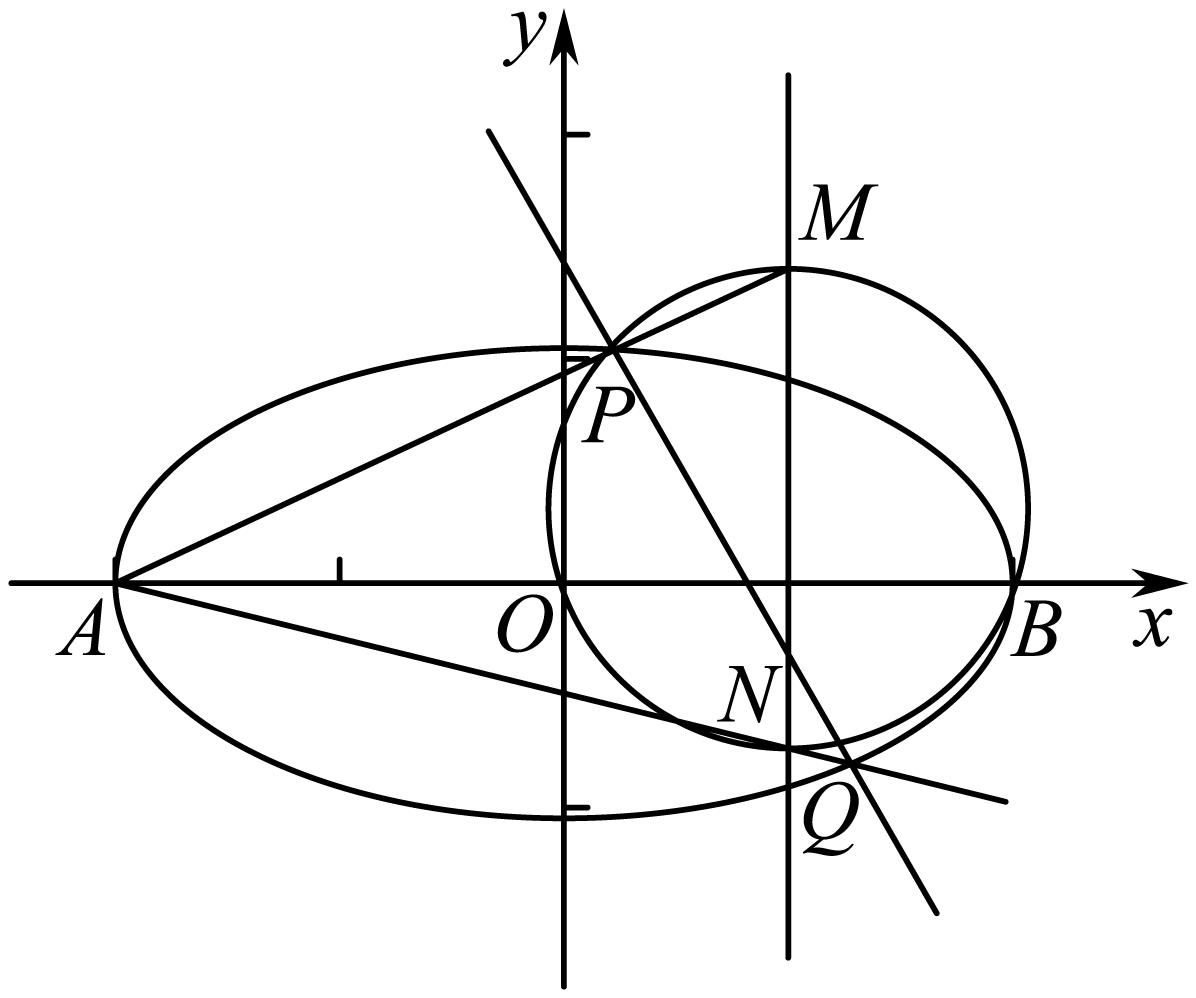
设数列的前*n*项和为，则.

所以，

，所以

所以.

21. 已知椭圆的左右顶点为*A*、*B*，直线*l*：.已知*O*为坐标原点，圆*G*过点*O*、*B*交直线*l*于*M*、*N*两点，直线*AM*、*AN*分别交椭圆于*P*、*Q*.



(1)记直线*AM*，*AN*的斜率分别为、，求的值；

(2)证明直线*PQ*过定点，并求该定点坐标.

【答案】(1)

(2)证明见解析，

【解析】

【分析】(1)首先设出点的坐标，根据，利用斜率公式表示；

(2)当直线*PQ*的斜率存在时，设直线方程，与椭圆方程联立，利用韦达定理表示，从而得到与的关系，计算定点坐标，并验证当直线的斜率不存在时，也过此定点.

【小问1详解】

由已知可得*MN*为圆*G*的直径，所以，则，

根据题意不妨设，， 则，所以，所以.

【小问2详解】

证明：当直线*PQ*的斜率存在时，

设直线*PQ*的方程为，，，

联立，得，所以，，

，

所以，

所以，

即，或，

当时，直线*l*的方程为，过定点，

当时，直线*l*的方程为，过定点，舍去.

当直线*PQ*斜率不存在时，，，，

直线方程是与椭圆方程联立得，同理得，此时直线*PQ*的方程是，过定点，

综上可知，直线*PQ*过定点，该定点坐标是.

22. 已知为等比数列，，记数列满足，且.

(1)求和的通项公式；

(2)对任意的正整数，设，求的前项的和.

【答案】(1)，；(2).

【解析】

【分析】(1)设等比数列的公比为，分析可知，根据已知条件可求得的值，金额可求得的值，利用等比数列的通项公式可求得等比数列的通项公式，在利用对数的运算性质可求得数列的通项公式；

(2)分析可得出，利用裂项相消法可求得奇数项的和，利用错位相减法可求得偶数项的和，由此化简可得的表达式.

【详解】(1)设等比数列的公比为，对任意的，则，则，所以，，

因为，可得，

因为，则，，

所以，；

(2)当为奇数时，，

前项中所有的奇数项的和为



当为偶数时，，

记，

，

两式相减得，

所以，.

故数列的前项和.