**2022~2023学年第一学期苏州市期末考试模拟试卷**

**高二数学**

**一､选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一个符合题目要求的.**

1. 直线不经过( )

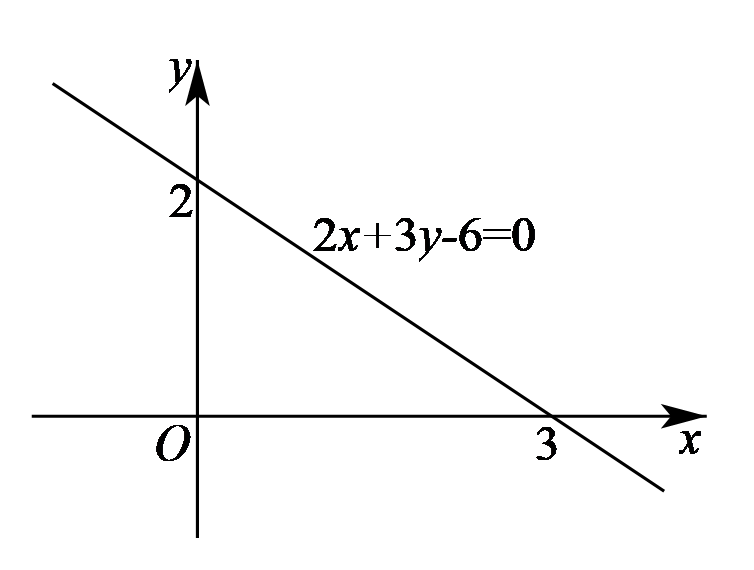
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】C

【解析】

【分析】作出直线的图象，可得出结论.

【详解】作出直线的图象如下图所示：



由图可知，直线不过第三象限.

故选：C.

2. 已知向量，若，则实数的值为( )

A. 8 B. 7 C.  D. 14

【答案】B

【解析】

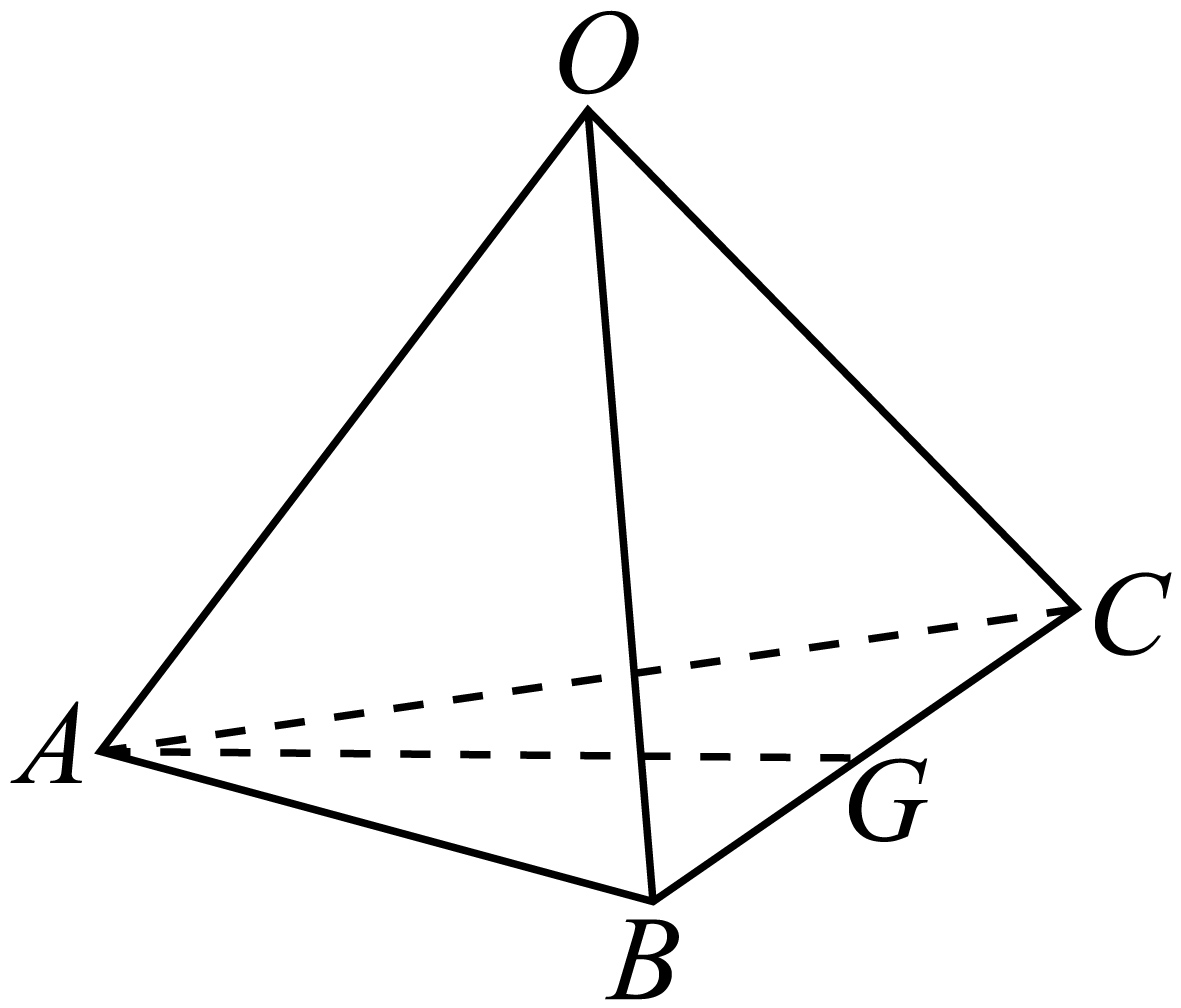
【分析】根据向量垂直，则向量数量积为0，得到，解出即可.

【详解】已知向量，因为，

所以，解得．

故选：B．

3. 如图，在四面体中，是的中点，设，，，则( )



A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据三角形法则先求得向量、，进而求得．

【详解】解：，

，

．

故选：B．

4. 在数列中，，，则数列前5项和( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据递推公式判断其为等差数列，表示出其通项公式，然后代入裂项相消可求

【详解】为1为首项，2为公差的等差数列，

，

故

故选：C

5. 若双曲线一条渐近线被圆所截得的弦长为，则双曲线的离心率为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】首先确定双曲线渐近线方程，结合圆的方程可确定两渐近线截圆所得弦长相等；利用垂径定理可构造方程求得的值，进而根据离心率可求得结果.

【详解】由双曲线方程得：渐近线方程；

由圆的方程知：圆心为，半径；

与图象关于轴对称，圆的图象关于轴对称，

两条渐近线截圆所得弦长相等，

不妨取，即，则圆心到直线距离，

弦长为，解得：，

双曲线离心率.

故选：C.

6. 如果实数，满足，则的范围是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

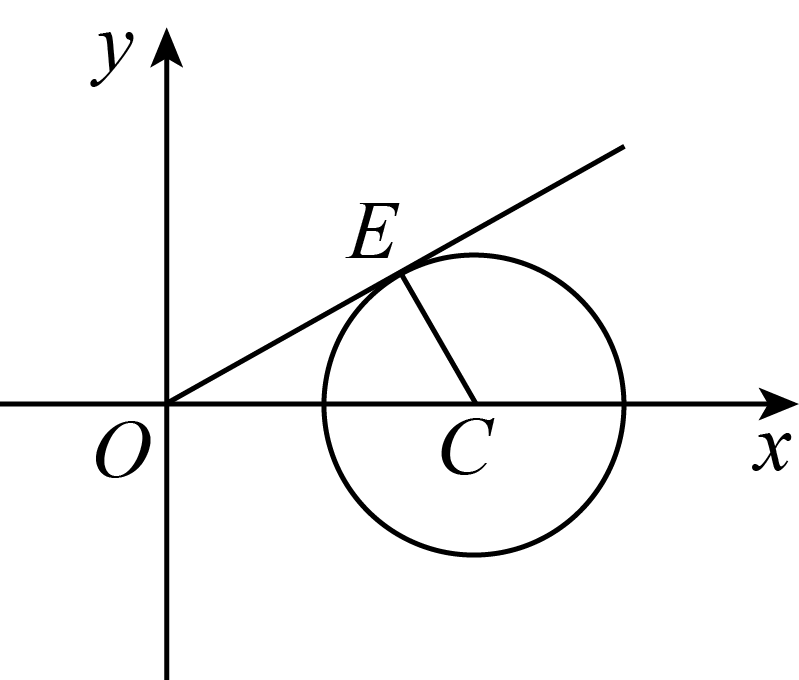
【分析】设，求的范围救等价于求同时经过原点和圆上的点的直线中斜率的范围，结合图象，易得取值范围.

【详解】解：设，则表示经过原点的直线，为直线的斜率.

如果实数，满足和，即直线同时经过原点和圆上的点.

其中圆心，半径

从图中可知，斜率取最大值时对应的直线斜率为正且刚好与圆相切，设此时切点为



则直线的斜率就是其倾斜角的正切值，易得，，

可由勾股定理求得，于是可得到为的最大值；

同理，的最小值为－1.

则的范围是.

故选：B.

7. 已知等差数列满足，若，则*k*的最大值是( )

A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

【答案】B

【解析】

【分析】设等差数列公差为，由题意可得，从而建立关于的不等式，求解不等式即可得答案.

【详解】解：设等差数列公差为，由，且，

得，即，

当时，，

当时，由，得，

所以，

所以，即，解得，

所以*k*的最大值是9.

故选：B.

8. 已知椭圆)的焦点为，，是椭圆上一点，且，若的内切圆的半径满足，则(其中为椭圆的离心率)的最小值为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】由已知即向量数量积定义可得，应用余弦定理求得，根据等面积法可得，再由正弦定理列方程求离心率，结合目标式、基本不等式求其最小值，注意等号成立条件.

【详解】由题设，故，

又，则，

由余弦定理知：，

所以，而，

因为的内切圆的半径，故，

所以，则，

由，即，

所以，整理得且，

所以，

，当且仅当时等号成立，

所以目标式最小值为.

故选：B

**二､多选题：本题共4小题，每小题5分，共20分，在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的的0分.**

9. 设等比数列的公比为，其前项和为，前项积为，且满足条件，，，则下列选项正确的是( )

A. 为递减数列 B. 

C. 是数列中的最大项 D. 

【答案】AC

【解析】

【分析】根据题意先判断出数列的前2022项大于1，而从第2023项开始都小于1.再对四个选项一一验证：

对于A：利用公比的定义直接判断；对于B：由及前*n*项和的定义即可判断；对于C：前项积为的定义即可判断；对于D：先求出，由即可判断.

【详解】由可得：和异号，即或.

而，，可得和同号，且一个大于1，一个小于1.

因为，所有，，即数列的前2022项大于1，而从第2023项开始都小于1.

对于A：公比，因为，所以为减函数，所以为递减数列.故A正确；

对于B：因为，所以，所以.故B错误；

对于C：等比数列的前项积为，且数列的前2022项大于1，而从第2023项开始都小于1，所以是数列中的最大项.故C正确；

对于D：







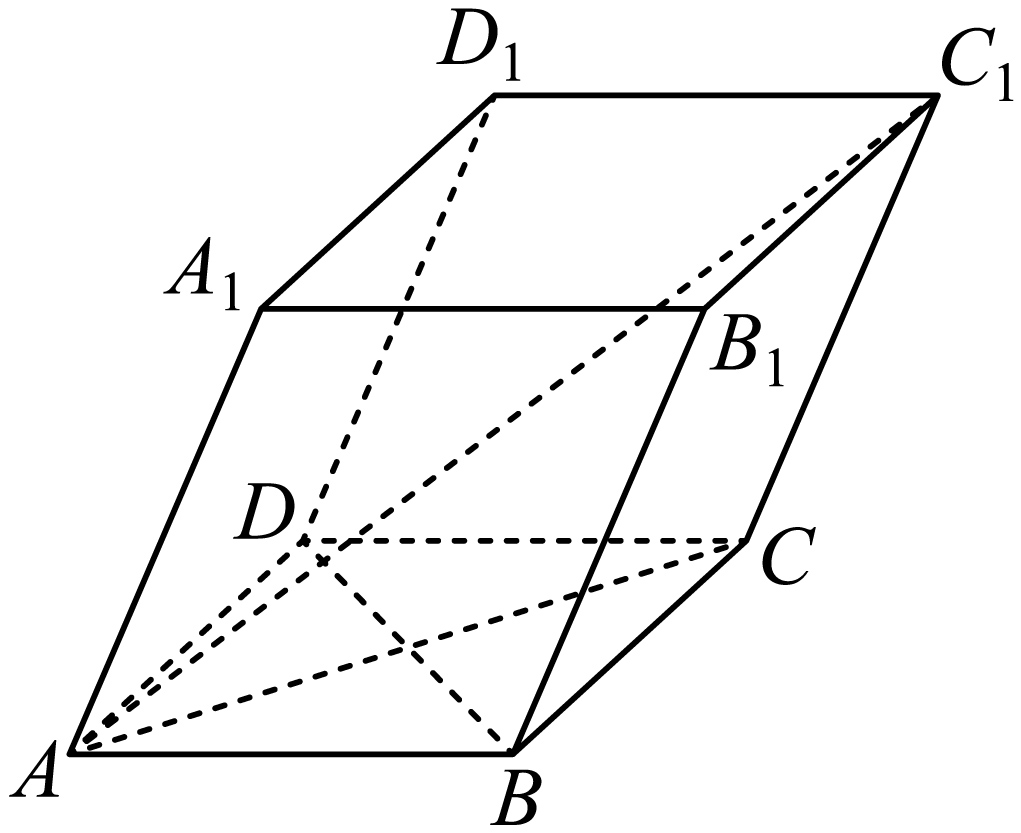




因为，所以，即.故D错误.

故选：AC

10. 如图，平行六面体，其中，以顶点为端点的三条棱长均为，且它们彼此的夹角都是，下列说法中正确的是( )



A. 

B. 

C. 向量与的夹角是.

D. 异面直线与所成的角的余弦值为.

【答案】AB

【解析】

【分析】根据题意，引入基向量，分别用基向量表示，利用向量求长度的计算公式，计算可得A正确；利用向量证垂直的结论，计算可得B正确；利用向量求夹角公式，计算可得CD错误.

【详解】设，因为各条棱长均为，且它们彼此的夹角都是，

所以，

因为，所以，，故A正确；

由，所以，

所以，故B正确；

因为，且，所以

，所以其夹角为，故C错误；

因为，，

，

，

所以，故D错误.

故选：AB.

11. 数学美的表现形式不同于自然美或艺术美那样直观，它蕴藏于特有的抽象概念、公式符号、推理论证、思维方法等之中，揭示了规律性，是一种科学的真实美.在平面直角坐标系中，曲线就是一条形状优美的曲线，对于此曲线，下列说法正确的有( )

A. 曲线*C*围成的图形有4条对称轴

B. 曲线*C*围成的图形的周长是

C. 曲线*C*上的任意两点间的距离不超过5

D. 若是曲线*C*上任意一点，最小值是

【答案】ABD

【解析】

【分析】去掉绝对值可得曲线的四段关系式，从而可作出曲线的图像，由图像即可判断ABCD.

【详解】，

当时，，即，

表示圆心为，半径的半圆；

当时，，即，

表示圆心为，半径的半圆；

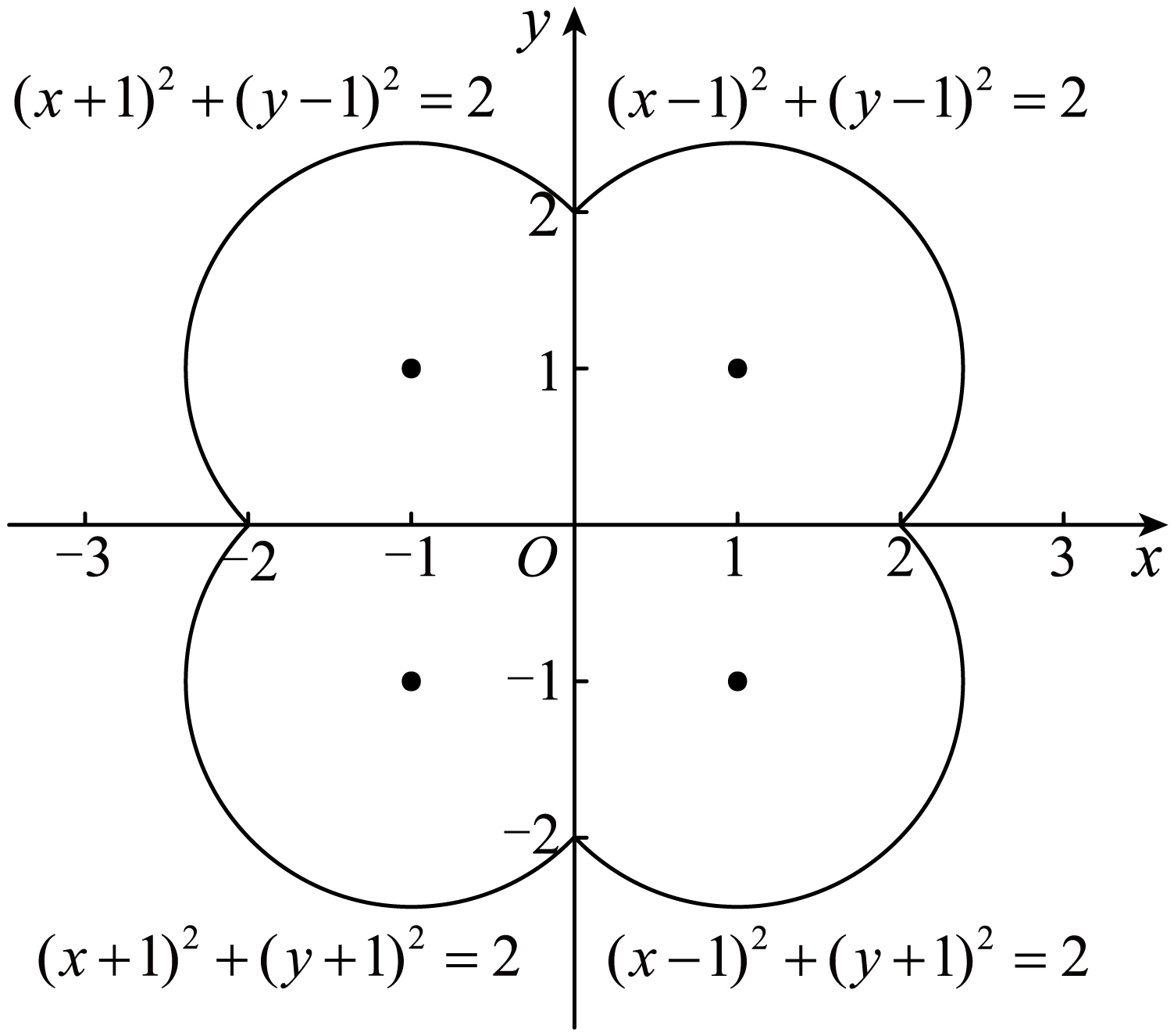
当时，，即，

表示圆心为，半径的半圆；

当时，，即，

表示圆心为，半径的半圆.

曲线的图像如下图所示：



对于A，易知曲线图像有4条对称轴，A正确；

对于B，曲线图形由4个半圆组成，故其周长为，B正确；

对于C，由图可知，曲线*C*上的任意两点间的最大距离为，C错误；

对于D，圆心到直线的距离为，

到直线的距离，

若使最小，则有，

所以，得，D正确.

故选：ABD.

12. 已知数列满足且，数列满足()，下列说法正确的有( )

A. 数列为等比数列 B. 当时，数列的前项和为

C. 当且为整数时，数列的最大项有两项 D. 当时，数列为递减数列

【答案】BCD

【解析】

【分析】A选项，变形为，得到为常数列，故，，根据定义求出不是等比数列，A错误；

B选项，错位相减法求和，B正确；

C选项，作差法得到随着的变大，先增后减，根据为整数，得到且最大，即数列的最大项有两项，C正确；

D选项，作差法结合得到，故D正确.

【详解】变形为，又，故数列为常数为1的数列，故，

所以，因为，

若，则为常数为0的常数列，不是等比数列，

若，则不是定值，不是等比数列，综上A错误；

当时，，

设数列的前项和为，

，①

则，②

②-①得：，B正确；

当时，，

因为，所以当，即时，，即

当，即时，，即，

故随着的变大，先增后减，

因为为整数，故且最大，即数列的最大项有两项，C正确；

当时，，

因为，所以单调递增，故，

因为，所以，

数列为递减数列，D正确；

故选：BCD

**三､填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 已知是等差数列，是等比数列，是数列的前项和，，，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据等差数列的求和公式以及等差中项，求第六项，再根据等比数列的等比中项，解得第五项的平方，结合对数运算可得答案.

【详解】因为是等差数列，且是数列的前项和，

所以，解得，

因为是等比数列，所以，

则.

故答案为：.

14. 已知椭圆方程为，且椭圆内有一条以点为中点的弦，则弦所在的直线的方程是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】由点差法得斜率后求解直线方程，

【详解】设，由题意得，

两式相减化简得，而是中点，得，

代入得，故直线方程为，即，

点在椭圆内，故直线与椭圆相交，

故答案为：

15. 过双曲线上任意一点，作双曲线渐近线的平行线，分别交渐近线于点，若，则双曲线离心率的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】设点，分别联立两组直线方程，求出的坐标，然后利用向量的数量积，推出离心率的范围即可.

【详解】因为双曲线的渐近线方程为：，

即，设点，可得：，

联立方程组，解得：，

同理可得：，

所以，

因为，所以，

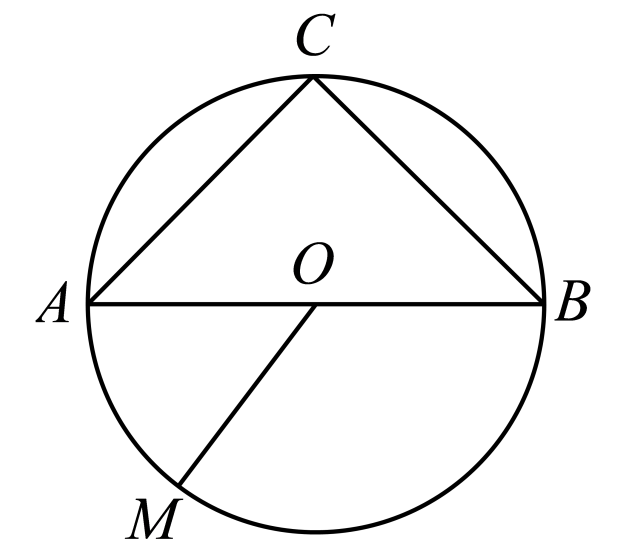
所以，由题意可得：，

所以，故离心率，又因为双曲线的离心率，

所以双曲线离心率的取值范围为，

故答案为：.

16. 已知等腰内接于圆*O*，点*M*是下半圆弧上的动点(不含端点，如图所示).现将上半圆面沿*AB*折起，使所成的二面角为.则直线*AC*与直线*OM*所成角的正弦值最小值为\_\_\_\_\_\_.

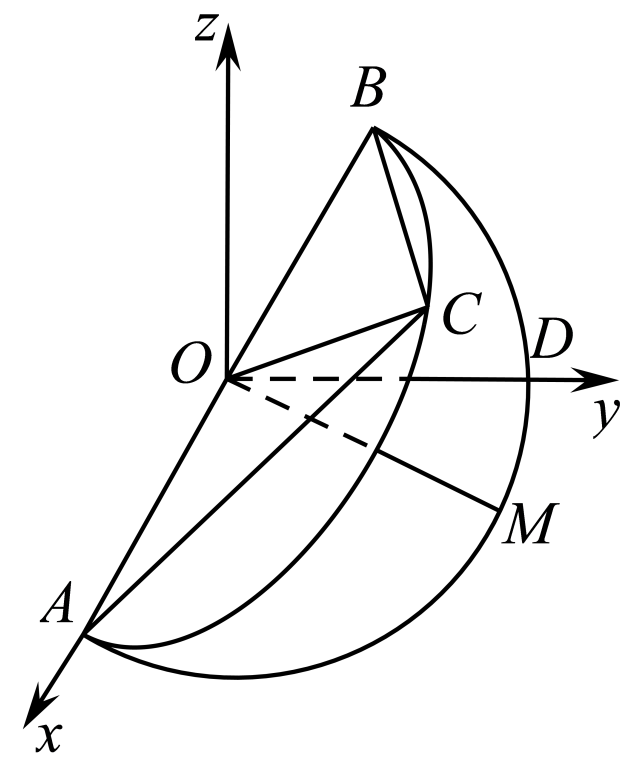


【答案】##0.5

【解析】

【分析】取下半圆弧的中点*D*，连接*OC*，*OD*，以点*O*为原点建立空间直角坐标系，利用空间向量求解作答.

【详解】在折后的图形中，取下半圆弧的中点*D*，连接*OC*，*OD*，如图，



依题意，平面，于是得平面，

且是二面角的平面角，即，在平面内过点*O*作，

因此射线两两垂直，以点*O*为原点，射线分别为非负半轴建立空间直角坐标系，

令，则，设点，显然有，

于是得，令直线*AC*与直线*OM*所成的角为，

因此

，

当且仅当，即时取等号，显然直线*AC*与直线*OM*为异面直线，即，

而余弦函数在上单调递减，因此取最大值时，角取最小值，，

所以直线*AC*与直线*OM*所成角的正弦值最小值为.

故答案为：

【点睛】思路点睛：求空间角的最值问题，根据给定条件，选定变量，将该角的某个三角函数建立起变量的函数，求出函数最值即可.

**四､解答题：本题共6小题，共70分，解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤.**

17. 在平行四边形*ABCD*中，，，，点*E*是线段*BC*的中点．

(1)求直线*CD*的方程；

(2)求四边形*ABED*的面积．

【答案】(1)；

(2).

【解析】

【分析】(1)求出，由，由点斜式即可写出直线*CD*的方程；

(2)四边形*ABED*为梯形，*E*是线段*BC*的中点，求出*E*坐标、直线*AD*的方程，即可求出*E*到直线*AD*的距离，再求出，即可求梯形面积.

【小问1详解】

由，，∴直线*CD*的方程为，即；

【小问2详解】

四边形*ABED*为梯形，*E*是线段*BC*的中点，则，即，

直线*AD*的方程为，即，则*E*到直线*AD*的距离为，.

故四边形*ABED*的面积为.

18. 已知抛物线的焦点为*F*，点在抛物线*C*上.

(1)求点*F*的坐标和抛物线*C*的准线方程；

(2)过点*F*的直线*l*交抛物线*C*于*A*、两点，且线段*AB*的中点为，求直线*l*的方程及.

【答案】(1)的坐标为，准线方程为

(2)，

【解析】

【分析】(1)将已知点代入抛物线方程，解得参数的值，即可得答案.

(2)由求得直线的方程，利用抛物线定义，结合弦长公式以及中点坐标公式，可得答案.

【小问1详解】

点在抛物线上，，，  
的坐标为，抛物线*C*的准线方程为.

【小问2详解】

由题可知，直线*l*经过与，  
的斜率，直线*l*的方程为，  
设*A*，*B*的坐标分别为，，  
则由抛物线的定义可知，  
又*AB*的中点为，，

19. 已知数列的首项为0，且，数列的首项，且对任意正整数恒有.

(1)求和的通项公式；

(2)对任意的正整数*n*，设，求数列的前2*n*项和*S*2*n*.

【答案】(1)，；

(2).

【解析】

【分析】(1)根据等差数列和等比数列的定义得到数列和分别为等差等比数列，然后求通项即可；

(2)根据题意得到当为奇数时，，当为偶数时，，然后分别用裂项相消和错位相减求和即可.

【小问1详解】

因为，所以数列为等差数列，公差为1，所以，

令，所以，数列为等比数列，公比为2，所以.

【小问2详解】

当为奇数时，；

当为偶数时，；

所以奇数项的前项和为，

偶数项的前项和为①，

①得：②，

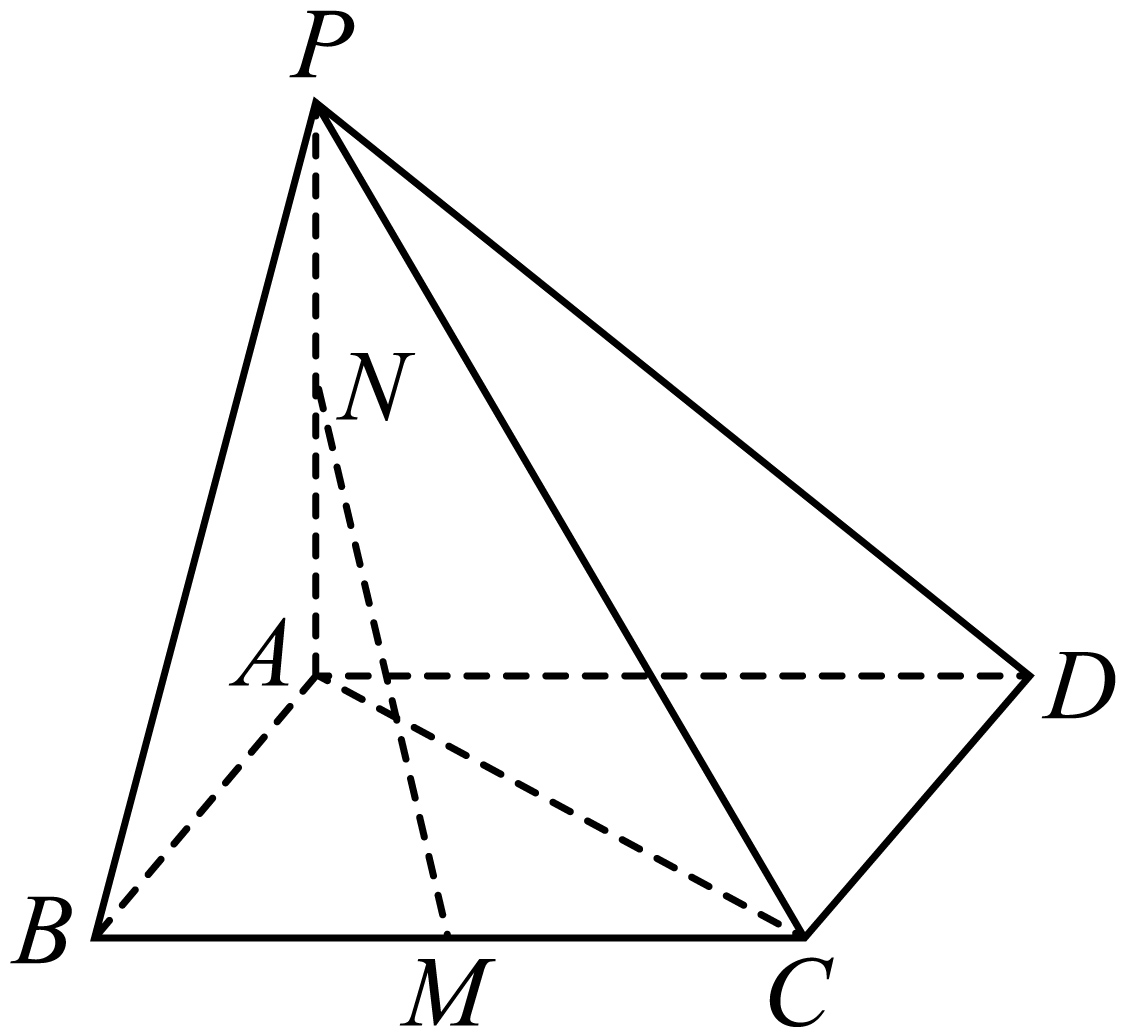
①-②得：



，

所以，.

20. 如图，在四棱锥中，底面为平行四边形，平面，点分别为的中点，且.



(1)若，求直线与平面所成角的正弦值；

(2)若直线与平面所成角的正弦值的取值范围为，求平面与平面的夹角的余弦值的取值范围.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据题意，建立空间直角坐标系，从而求得平面的法向量与，由此可求得直线与平面所成角的正弦值；

(2)设，从而分别求得平面与平面的法向量与及，从而由题意条件求得，进而可求得平面与平面的夹角的余弦值的取值范围.

【小问1详解】

因为，则，即，

又因为平面，所以，

故建立如图所示的空间直角坐标系，则，

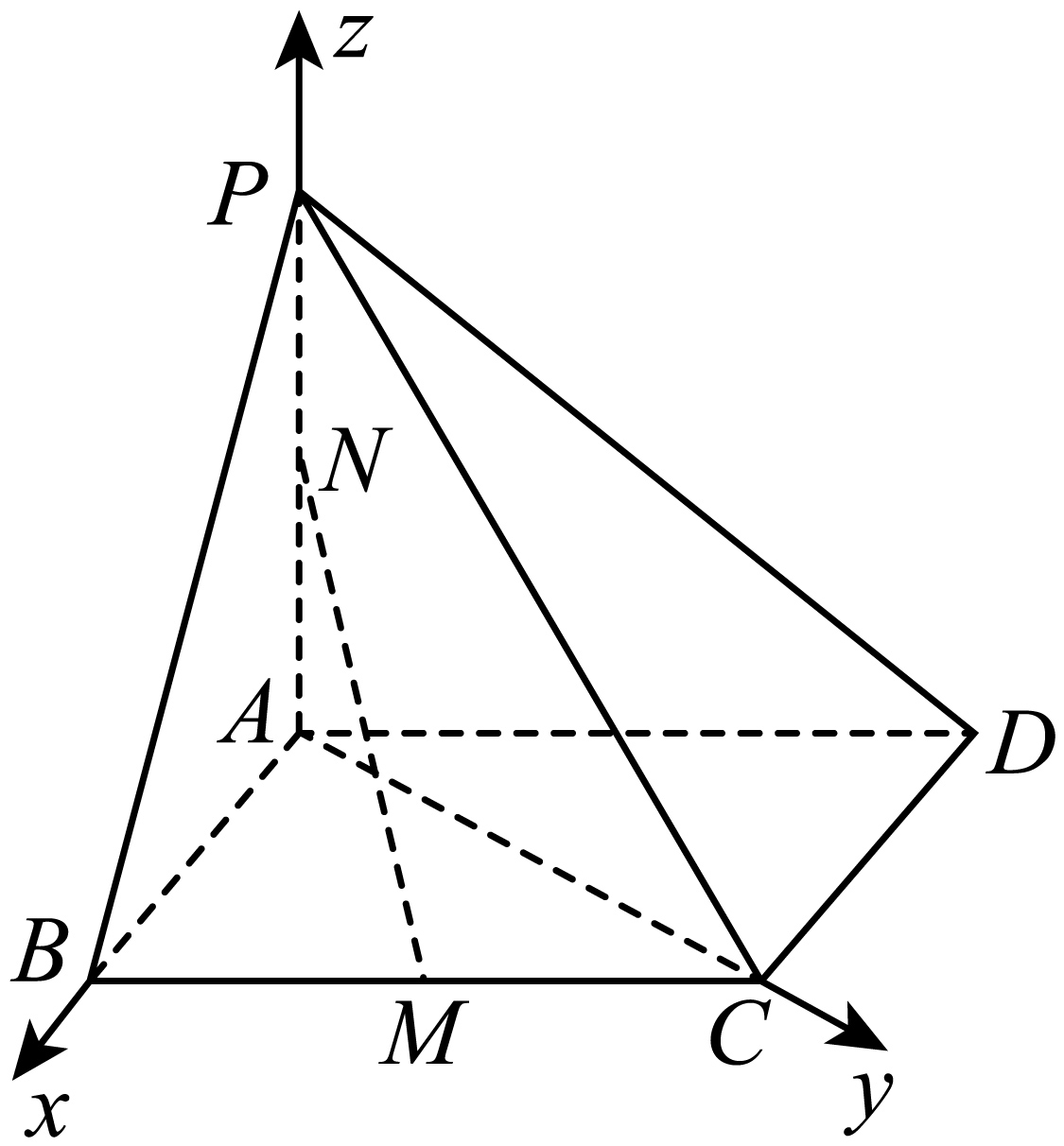
故，

设平面的一个法向量为，则，即，

令，则，故，

设直线与平面所成角为，则，

所以直线与平面所成角的正弦值为.

 .

【小问2详解】

设，则，故，

设平面的一个法向量为，则，即，

令，则，故，

易得平面的一个法向量为，又，

设直线与平面所成角为，则，

即，解得，

设平面与平面的夹角为，则，

因为，所以，则，故，即.

所以平面与平面的夹角的余弦值的取值范围为.

21. 已知数列满足，.

(1)求数列的通项公式；

(2)记数列的前项中最大值为，最小值为，令，称数列是数列的“中程数数列”.若(且)，求所有满足条件的实数对.

【答案】(1)；

(2)，.

【解析】

【分析】(1)由已知递推关系可得，结合等比数列的定义写出通项公式；

(2)由递推研究的单调性，进而求出最大值为，最小值为，即可得，结合的通项公式得，再由(且)求出、的取值，即可得结果.

【小问1详解】

依题意，，即，故，

所以数列是等比数列，首项为，公比为的等比数列，

故，即；

【小问2详解】

因为，即，

故时，，即；时，，即，

故，故，，

所以.

因为，，，

所以，即，

又，，，且，知且，即，

由知，

时，，故，即，而，故符合题意；

时，，故，即，而，故无解；

时，，故，即，又，故符合题意；

综上，所有满足条件的实数对有，.

22. 已知，，点满足，记点的轨迹为，

(1)求轨迹的方程；

(2)若直线过点且法向量为，直线与轨迹交于、两点．

①过、作轴的垂线、，垂足分别为、，记，试确定的取值范围；

②在轴上是否存在定点，无论直线绕点怎样转动，使恒成立？如果存在，求出定点；如果不存在，请说明理由．

【答案】(1)

(2)①；②存在，

【解析】

【分析】(1)根据双曲线的定义直接得到答案.

(2)根据直线与双曲线的位置关系得到，计算，根据的范围得到的取值范围；假设存在点满足条件，通过得到，计算得到答案.

小问1详解】

由，知，点的轨迹是以，为焦点的双曲线的右支．

，，，故，轨迹方程为．

【小问2详解】

直线的方程为，，

得，设，，，，

由条件得，

解得，即．

①，

由条件，故，故，

因为，因此．

②设存在点满足条件，

由

，

得对任意恒成立，所以，

解得，

因此存在定点满足条件．

【点睛】本题考查了双曲线的轨迹问题，根据直线和双曲线的位置求参数，定点问题，意在考查学生的计算能力，转化能力和综合应用能力，其中利用韦达定理解题是常考的题型，需要熟练掌握.