**2022~2023学年度第一学期高二年级一月份学业质量校内调研**

**高二(1)~(14)班数学试题**

**一､单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知各项均为正数的等比数列{}，=5，=10，则=

A.  B. 7 C. 6 D. 

【答案】A

【解析】

【详解】试题分析：由等比数列的性质知，a1a2a3，a4a5a6，a7a8a9成等比数列，所以a4a5a6＝

故答案为

考点：等比数列的性质、指数幂的运算、根式与指数式的互化等知识，转化与化归的数学思想．

2. 抛物线上一点到其对称轴的距离为( )

A. 4 B. 2 C.  D. 1

【答案】A

【解析】

【分析】利用代入法进行求解即可.

【详解】把代入抛物线方程中，得，

因为该抛物线的对称轴为纵轴，

所以抛物线上一点到其对称轴的距离为4，

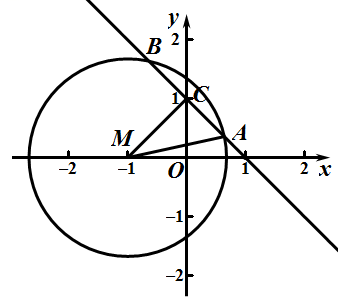
故选：A

3. 直线x+y﹣1＝0被圆(x+1)2+y2＝3截得的弦长等于(　　)

A.  B. 2 C. 2 D. 4

【答案】B

【解析】

【详解】

如图,圆(*x*＋1)2＋*y*2＝3的圆心为*M*(−1,0)，

圆半径|*AM*|=，

圆心*M* (−1,0)到直线*x*+*y*−1=0的距离：

|，

∴直线*x*+*y*−1=0被圆(*x*+1)2+*y*2=3截得的弦长：

.

故选B.

点睛: 本题考查圆的标准方程以及直线和圆的位置关系.判断直线与圆的位置关系一般有两种方法： 1．代数法：将直线方程与圆方程联立方程组，再将二元方 程组转化为一元二次方程，该方程解的情况即对应直 线与圆的位置关系．这种方法具有一般性，适合于判 断直线与圆锥曲线的位置关系，但是计算量较大． 2．几何法：圆心到直线的距离与圆半径比较大小，即可判断直线与圆的位置关系．这种方法的特点是计算量较小．当直线与圆相交时,可利用垂径定理得出圆心到直线的距离,弦长和半径的勾股关系.

4. 圆*C*为过点的圆中最小的圆，则圆*C*上的任意一点*M*到原点*O*距离的取值范围为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】要使圆最小则圆心为*P*、*Q*的中点，求出圆心坐标及其半径，由圆心到原点的距离结合圆的性质即可确定圆*C*上的任意一点*M*到原点*O*距离的范围.

【详解】以*PQ*为直径的圆最小，则圆心为，半径为，圆心到原点的距离为5，

∴*M*到原点*O*距离的最小值为.

故选：D．

5. “天问一号”推开了我国行星探测的大门，通过一次发射，将实现火星环绕､着陆､巡视，是世界首创，也是我国真正意义上的首次深空探测．2021年2月10日，天问一号探测器顺利进入火星的椭圆环火轨道(将火星近似看成一个球体，球心为椭圆的一个焦点).2月15日17时，天问一号探测器成功实施捕获轨道“远火点(椭圆轨迹上距离火星表面最远的一点)平面机动”，同时将近火点高度调整至约265公里．若此时远火点距离约为11945公里，火星半径约为3395公里，则调整后“天问一号”的运行轨迹(环火轨道曲线)的离心率约为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据题中的信息列出关于的方程，然后解方程并求离心率即可．

【详解】设椭圆的方程为()，

由椭圆的性质可得椭圆上的点到焦点的距离的最小值为，最大值为，

根据题意可得近火点满足，，

解得，，

所以椭圆的离心率为，

故选：A．

6. 直三棱柱中，，，点为线段的中点，若点在线段上，则直线与平面所成角的正弦值的取值范围是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】如图所示：以为轴建立空间直角坐标系，计算平面的法向量为，根据向量夹角公式得到正弦值为，设，根据二次函数的性质得到最值.

【详解】如图所示：以为轴建立空间直角坐标系，设，

则，，，，，

设平面的法向量为，则，

取得到，，

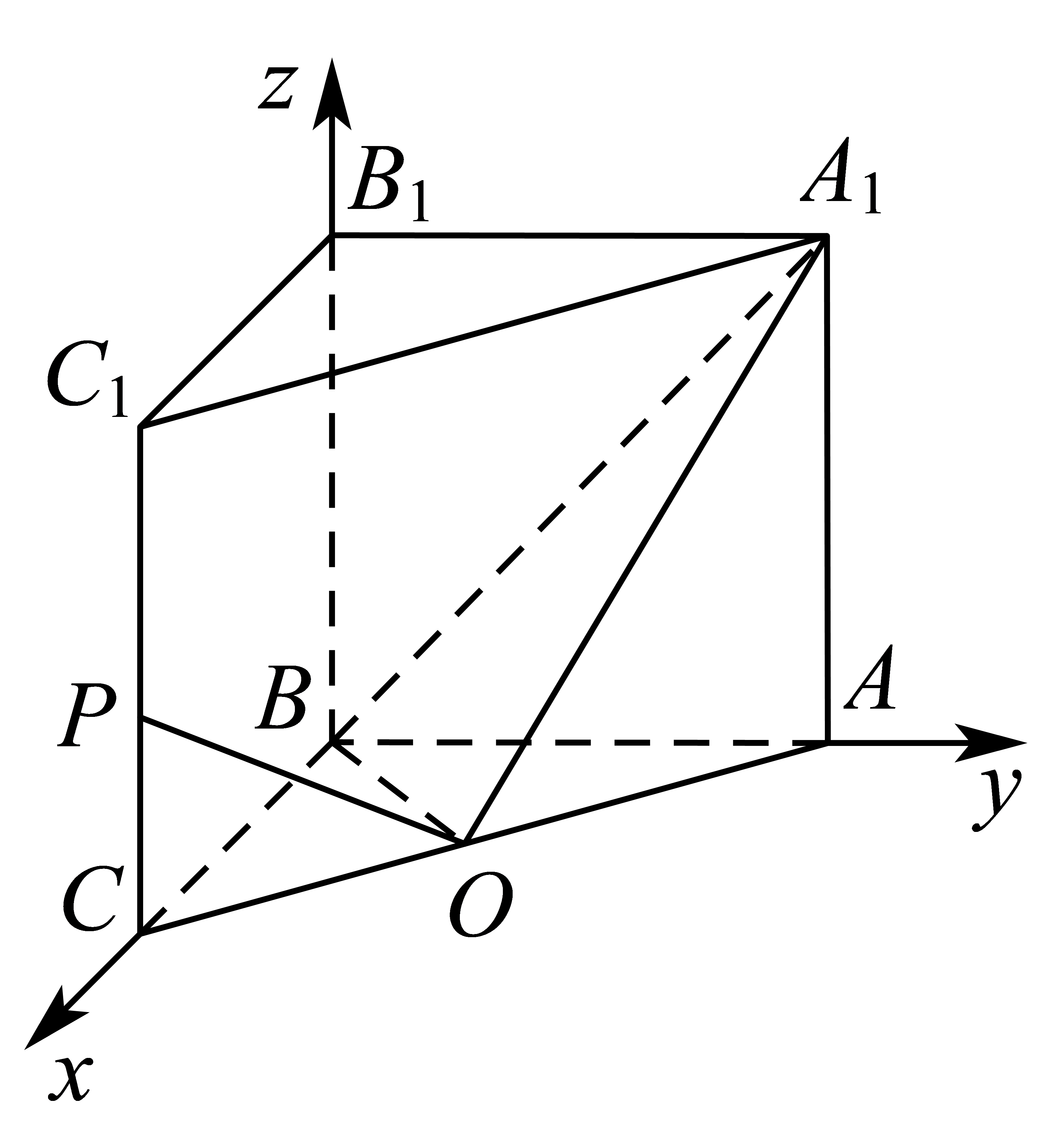
直线与平面所成角的正弦值为，

设，则，

，

当时，有最大值为，当时有最小值为.

故选：A.



7. 已知是双曲线的左，右焦点，点在上，是线段上点，若，则当面积最大时，双曲线的方程是( )

A.  B. 

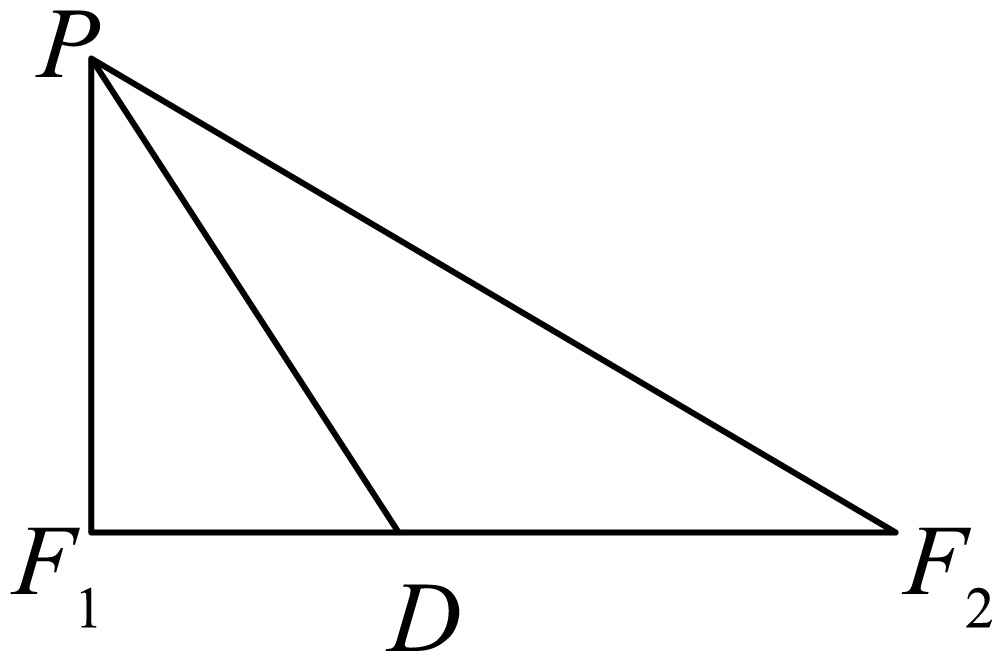
C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】在和分别利用余弦定理得，再在利用余弦定理，消去，根据均值不等式求面积最大时的关系，结合双曲线的性质即可求解.

【详解】如图所示



设，，，，则，，

在中由余弦定理得①，

在中由余弦定理得②，

得③，

在中由余弦定理得④，

③④联立消去得，

因为，当面积最大时即最大，

由均值不等式可得，

当且仅当即时等号成立，取得最大值，

此时由④解得，所以，

所以，即直角三角形，且，

所以在中，解得，

由双曲线的性质可得，解得，

所以双曲线的方程为，

故选：C

8. 已知数列满足，且前项和为，若，，则的取值范围为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】利用递推关系可得，即数列是等差数列，结合条件得，再利用等差数列求和公式即得.

【详解】∵，

当时，，

又①，∴②，

由①－②，得，即，

∴数列是等差数列.

由，设为公差，则

，解得，

则.

故选：A.

**二､多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 在等差数列中，已知，，是其前项和，则( )．

A.  B.  C.  D. 

【答案】ACD

【解析】

【分析】

根据已知条件得出、的方程组，解出这两个量的值，利用等差数列的通项公式与求和公式可判断各选项的正误.

【详解】由已知条件得，解得.

对于A选项，，A选项正确；

对于B选项，，B选项错误；

对于C选项，，C选项正确；

对于D选项，，

，所以，，D选项正确.

故选：ACD.

10. 下列结论错误的是( )

A. 过点，的直线的倾斜角为30°

B. 若直线与直线垂直，则

C. 直线与直线之间的距离是

D. 已知，，点*P*在*x*轴上，则的最小值是5

【答案】ABC

【解析】

【分析】由斜率公式求出直线*AB*的斜率即可判断A，

根据两条直线垂直求出*a*，进而判断B，

利用平行线间的距离公式即可求出答案，进而判断C，

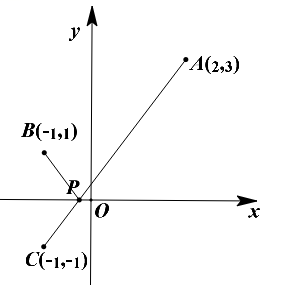
作*B*关于*x*轴的对称点*C*，进而利用对称性得到答案，进而判断D.

【详解】对A，，故A错误；

对B，若两条直线垂直，则2*a*-3=0，得，故错误；

对C，直线可化为，则两条直线间的距离，故C错误；

对D，如图，设点*B*关于*x*轴的对称点为*C*(-1，-1)，



则，当且仅当*A*,*P*,*C*三点共线时取“=”，故D正确.

故选：ABC.

11. 已知椭圆的左，右焦点分别为，过点的直线交椭圆于和两点，若的最大值为5，则下列说法中正确的是( )

A. 椭圆的短轴长为

B. 当最大时，

C. 椭圆的离心率为

D. 的最小值为3

【答案】BCD

【解析】

【分析】通过椭圆的定义得到，即，进而判段当轴时，最小，此时最大，求出，，即可对选项一一进行判定得出答案.

【详解】由题意可得：，

根据椭圆定义可得，

的最大值为5，

的最大值为5，

根据椭圆性质，当轴时，最小，此时最大，

此时直线的方程为，

将代入椭圆方程得：，即，则，则，，

则对于选项A：短轴长为，故选项A错误；

对于选项B：当最大时，，故选项B正确；

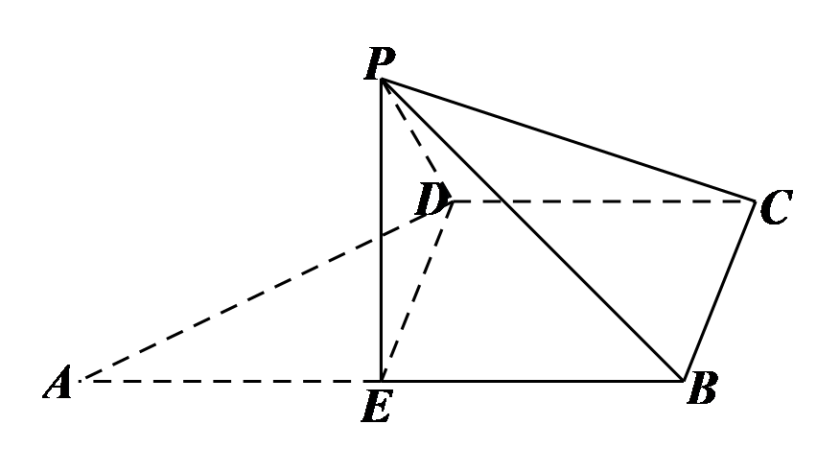
对于选项C：，故选项C正确；

对于选项D：最大值为5，则的最小值为3，故选项D正确；

综上所述，选项BCD正确，

故选：BCD.

12. 如图直角梯形，，，．*E*为的中点，以为折痕把折起，使点*A*到达点*P*的位置，且，则( )



A. 平面平面

B. 

C. 二面角的大小

D. 与平面所成角的正切值为

【答案】AC

【解析】

【分析】A选项中，利用折前折后不变的量及勾股定理的逆定理，可证线线垂直，从而证得线面垂直，进而证明面面垂直；

B选项中,先假设，从而证得,再根据不是直角即可推出矛盾，从而得出结论；

C选项中，利用定义找出二面角的平面角,从而求其值，即可得出结论；

D选项中,利用线面所成角的定义得出与平面所成角为,计算其正切值即可.

【详解】A选项中，,在中, ,，易知,且,  
平面,平面,平面平面,故A选项正确；

B选项中,先假设，易知,,可得平面,则，而,显然矛盾，故B选项错误；

C选项中，易知二面角的平面角为,根据折叠前后位于同一平面上的线线位置关系不变知,故C选项正确；

D选项中,由上面的分析知，为与平面所成角，在中，,故D选项错误；

故选:AC

**三､填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 若，则与向量反方向的单位向量的坐标为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】先求出与向量同向的单位向量，在反方向的单位向量即可.

【详解】，





则与向量反方向的单位向量的坐标为.

故答案为：.

14. 已知抛物线，过其焦点且斜率为1的直线交抛物线于、两点，若线段的中点的纵坐标为2，则该抛物线的准线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【详解】试题分析：由，准线

考点：抛物线方程及性质

15. 已知数列满足，且，则的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】2

【解析】

【分析】首先判断数列的周期，再根据周期求.

【详解】由题意得，，，，，

，

∴数列是周期为6的周期数列，

∴.

故答案为：．

16. 已知直线与椭圆相交于，两点，且(为坐标原点)，若椭圆的离心率，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】将直线方程代入椭圆方程，由韦达定理，向量数量积的坐标运算，求得，由离心率的取值范围，即可求得的最大值.

【详解】解：设，  
由，消去y，可得，  
∴则，  
由，整理得.  
.  
(其中为坐标原点)，可得，  
，即，化简得.  
.整理得.  
，  
∴代入上式，化简得，  
.  
，平方得，  
，可得 ，  
因此，可得的最大值为，  
满足条件，  
∴当椭圆的离心率时，的最大值为.  
故答案为：.

【点睛】本题考查椭圆的标准方程，直线与椭圆的位置关系，韦达定理，向量数量积的坐标运算，考查计算能力，属于中档题.

**四､解答题：本大题共6小题，共70分.解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤.**

17. 已知圆*C*的方程为.

(1)直线*l*1过点*P*(3，1)，倾斜角为45°，且与圆*C*交于*A*，*B*两点，求*AB*的长；

(2)求过点*P*(3，1)且与圆*C*相切的直线*l*2的方程.

【答案】(1)

(2)*x*=3或

【解析】

【分析】(1)首先利用点斜式求出直线的方程，再利用点到直线的距离公式求出圆心到直线的距离，最后利用垂直定理、勾股定理计算可得；

(2)依题意可得点在圆外，分直线的斜率存在与不存在两种情况讨论，当直线的斜率不存在直线得到直线方程，但直线的斜率存在时设直线方程为，利用点到直线的距离公式得到方程，解得，即可得解；

【小问1详解】

解：根据题意，直线的方程为，即，

则圆心到直线的距离为

故；

【小问2详解】

解：根据题意，点在圆外，分两种情况讨论：

当直线的斜率不存在时，过点的直线方程是，

此时与圆*C*：相切，满足题意；

当直线的斜率存在时，设直线方程为，

即，

直线与圆相切时，圆心到直线的距离为

解得

此时，直线的方程为，

所以满足条件的直线的方程是或.

18. 已知数列的前项和为，且.

(1)求数列的通项公式；

(2)求数列的前项和.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据与的关系可得，从而确定数列为等比数列，即可求通项公式；

(2)根据错位相减法求和.

【小问1详解】

由得即，

所以，

因为，所以，

即，所以，

所以数列是以为首项，2为公比的等比数列，

所以.

【小问2详解】

由(1)得，

前项和，

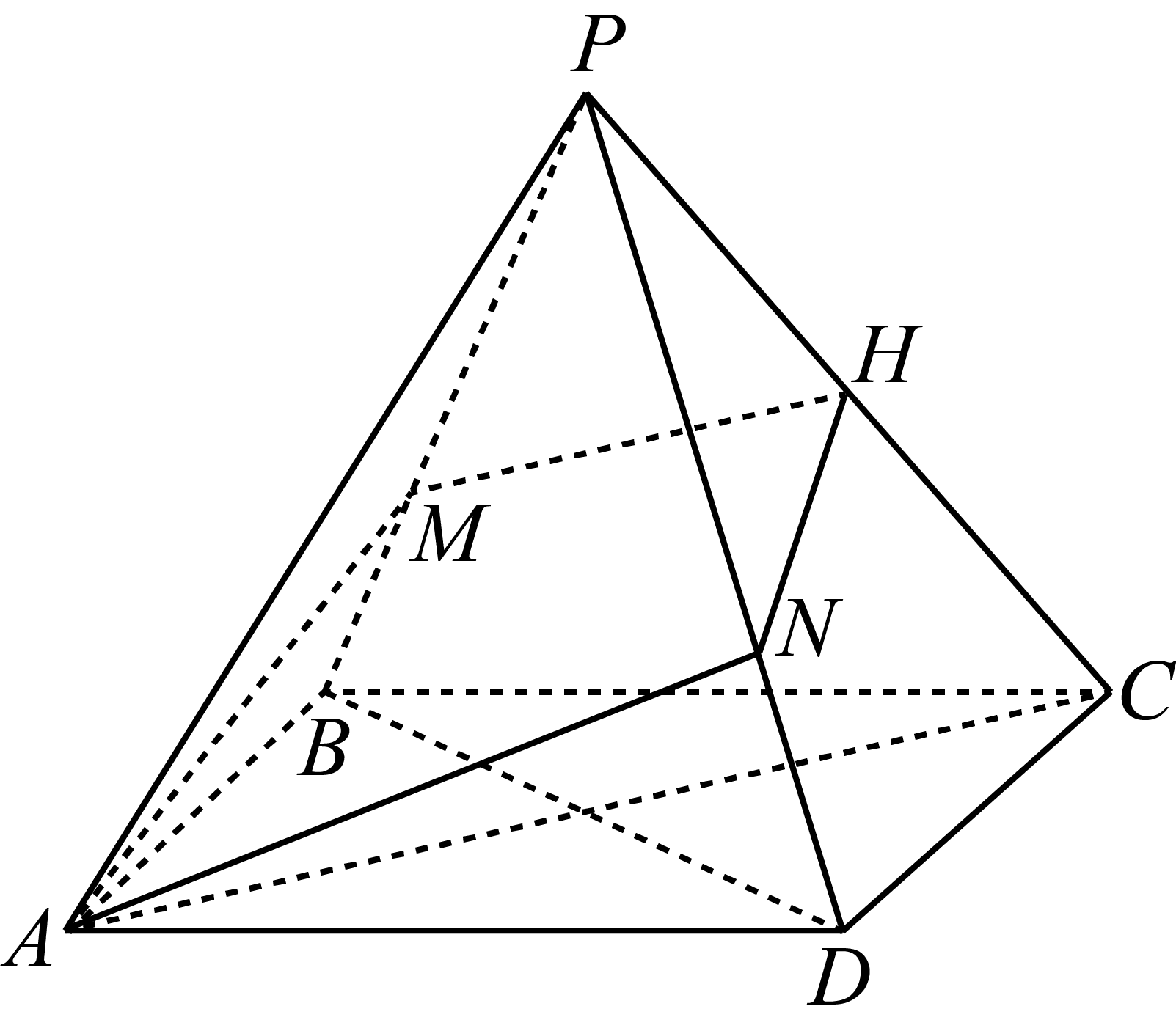
，

两式相减得，

即，

所以.

19. 已知四棱锥，底面*ABCD*为菱形，，*H*为*PC*上的点，过*AH*的平面分别交*PB*，*PD*于点*M*，*N*，且平面*AMHN*．



(1)证明；；

(2)若*H*为*PC*的中点，，*PA*与平面*ABCD*所成的角为60°，求*AD*与平面*AMHN*所成角的余弦值．

【答案】(1)证明见解析；

(2).

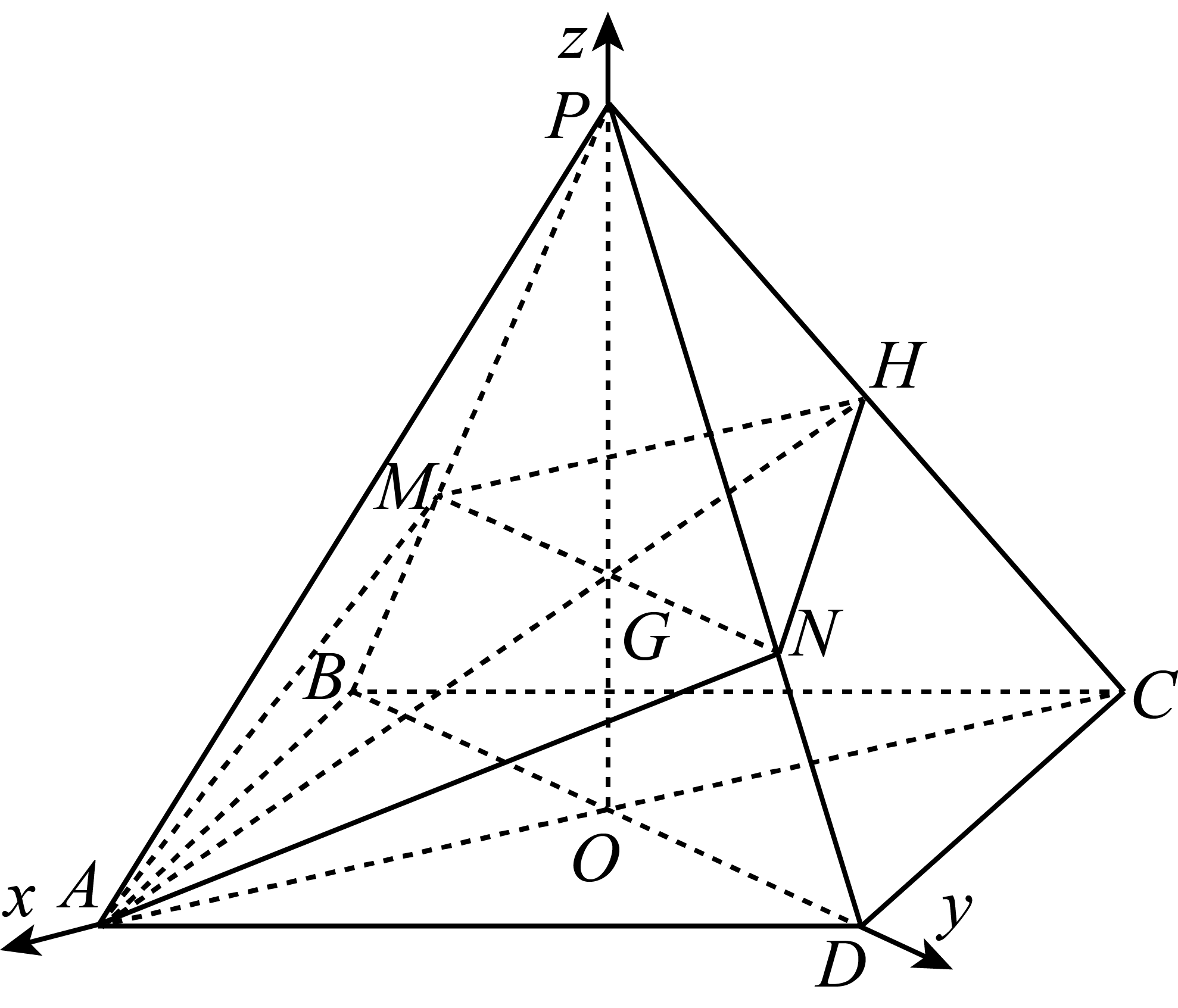
【解析】

【分析】(1)令，连接，利用线面平行的性质证得，再由已知证得平面即可推理作答.

(2)证明两两垂直，再建立空间直角坐标系，借助空间向量求解作答.

【小问1详解】

连接*MN*，令，连接，如图，



因平面*AMHN*，平面平面，而平面，则，

菱形中，，*O*为*BD*的中点，而，则，

平面，则平面，又平面，有，

所以.

【小问2详解】

令，则，由(1)知，*O*为*AC*的中点，有，而平面，即平面，

因*PA*与平面*ABCD*所成的角为60°，则，是正三角形，，

显然射线两两垂直，以点*O*为原点，射线分别为轴非负半轴建立空间直角坐标系，

令，因*H*为*PC*的中点，则点*G*是的重心，，

，，

令平面的一个法向量，则，令，得，

而，设*AD*与平面*AMHN*所成的角为，，

所以*AD*与平面*AMHN*所成角的余弦值.

20. 已知椭圆的下焦点为、上焦点为，其离心率．过焦点且与*x*轴不垂直的直线*l*交椭圆于*A*、*B*两点．

(1)求实数*m*的值；

(2)求△*ABO*(*O*为原点)面积的最大值．

【答案】(1)2； (2)﹒

【解析】

【分析】(1)根据已知条件得，，结合离心率，即可解得答案．

(2)设直线的方程，与椭圆方程联立，利用弦长公式以及三角形的面积公式，基本不等式即可得出答案．

【小问1详解】

由题意可得，，，

∵离心率，

∴，

∵，

∴，解得．

【小问2详解】

由(1)知，椭圆，上焦点，

设，，，，直线的方程为：，

联立，得，

∴，，

∴，

∴，

∴

，

当且仅当，即时等号成立，

∴为原点)面积的最大值为．

21. 已知数列满足

(1)求数列的通项公式；

(2)是否存在正实数*a*，使得不等式对一切正整数*n*都成立？若存在，求出*a*的取值范围；若不存在，请说明理由.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)通过构造新数列求解；

(2)由(1)得，再研究其单调性，从而得到最值，再解不等式即可求解.

【小问1详解】

由，假设其变形为，则有，所以，又.

所以，即.

【小问2详解】

由(1)，

所以，

令，则，

所以，所以是递减数列，

所以，

所以使得不等式对一切正整数*n*都成立，

则，即，

因为为正实数，所以.

22. 已知，分别是双曲线的左，右顶点，直线(不与坐标轴垂直)过点，且与双曲线交于，两点.

(1)若，求直线的方程；

(2)若直线与相交于点，求证：点在定直线上.

【答案】(1)或；(2)证明见解析.

【解析】

【分析】

(1)设直线的方程为并联立双曲线根据韦达定理可得与关系，结合可得，从而求得值得直线方程；

(2)列出直线与方程，并求点坐标得，故得证.

【详解】解：设直线的方程为，设，，把直线与双曲线

联立方程组，，可得，

则，

(1)，，由，可得，

即①，②，

把①式代入②式，可得，解得，，

即直线的方程为或．

(2)直线的方程为，直线的方程为，

直线与的交点为，故，即，

进而得到，又，

故，解得

故点在定直线上．

【点晴】方法点晴：直线与圆锥曲线综合问题，通常采用设而不求，结合韦达定理求解.

**2023学年度第一学期高二年级一月份学业质量校内调研**

**高二(15)班数学试题**

**2023.01.11**

**一､单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

23. 已知函数，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据指数函数的导数公式进行求解即可.

【详解】由，

故选：C

24. 已知等差数列满足，则的值为( )

A. －3 B. 3 C. －12 D. 12

【答案】B

【解析】

【分析】根据等差数列的性质若则可得.

【详解】由等差中项的性质可得，，解得，

∵，∴．

故选：B

25. 已知函数，则“”是“函数在处有极值”的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

【答案】B

【解析】

【分析】求出函数的导函数，依题意可得，即可得到方程组，解得、再检验，最后根据充分条件、必要条件的定义判断即可.

【详解】解：因为，所以，

所以，解得或；

当时，，即函数在定义域上单调递增，无极值点，故舍去；

当时，，

当或时，当时，满足函数在处取得极值，

所以，

所以由推不出函数在处有极值，即充分性不成立；

由函数在处有极值推得出，即必要性成立；

故“”是“函数在处有极值”的必要不充分条件；

故选：B

26. 如图，正方形数表中对角线的一列数构成数列，则( )



A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】由题意得出数列的递推公式，再通过累加法得出数列的通项，即可得出答案.

【详解】由题意得数列的递推公式为：，

则，

，

……

，

累加得：，

则，*n*=1成立

则，

故选：D.

27. 设函数是定义在上的可导函数，且，则不等式的解集为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】构造函数，根据得到的单调性，再变形不等式由单调性求解即可.

【详解】由题知，函数是定义在上的可导函数，其导函数为，且有，即，

设，

所以，

所以在上单调递增，

因为，

所以，

所以，解得，

所以不等式的解集为，

故选：B

【点睛】关键点睛：根据不等式构造函数是解题的关键.

28. 若函数在区间上既有极大值又有极小值，则的取值范围为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】求函数的极值点，由条件列不等式，求的取值范围.

【详解】因为，

所以当时，即时函数取最大值，

当时，即时函数取最小值，

故函数的极大值点为，极小值点为，

因为函数在区间上既有极大值又有极小值，

所以，故，

所以取值范围为.

故选：A.

29. 已知函数满足，当时，，若在上，方程有三个不同的实根，则实数*k*的取值范围是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

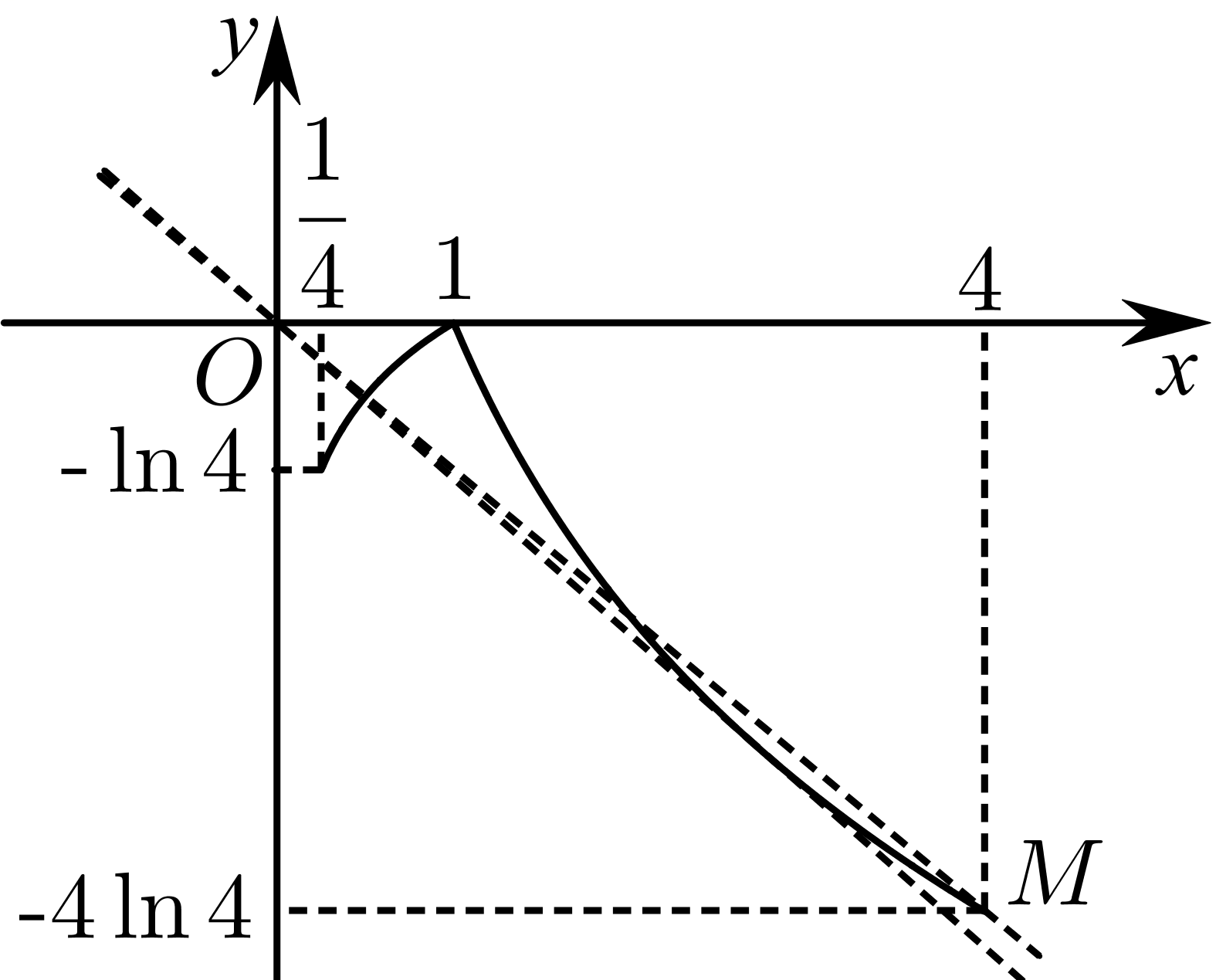
【解析】

【分析】根据题意求出的解析式，再画出图形，转化成与的交点问题即可得出答案.

【详解】由题意得，当时，

当时，，所以

即在上，方程有三个不同的实根等价与函数与函数的图像有三个交点，函数图像如下



由图像可得，当直线过点M时，直线与 恰有两个交点，此时

当直线与相切时，设切点为

则切线斜率为，所以切线方程为

因为该切线过原点，所以

此时

所以当时，直线与恰有两个交点,

又当直线过点时，

即直线与恰有交点时，必与有交点，综上.

故选:D.

30. 已知，，，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】由题可得，，，然后构造函数，利用导数研究函数的单调性即得.

【详解】∵，，，

∴，

对于函数，，

令，，则，

∴在上单调递减，

∴，即，在上单调递减，

∴，即，

∴，

∴.

故选：B.

**二､多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

31. 若函数在区间上不单调，则实数的值可能是( )

A. 2 B. 3 C.  D. 4

【答案】BC

【解析】

【分析】利用导函数判断的单调区间进行求解即可.

【详解】的定义域为，所以，A错误；

由题意可得，令解得，

所以当时，，单调递减，

当时，，单调递增，

因为在区间上不单调，所以，即，

选项B：当时，，正确；

选项C：当时，，

所以，正确；

选项D：当时，，错误；

故选：BC

32. 已知，则下列说法正确的有( )

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】ACD

【解析】

【分析】由赋值法以及求导运算依次判断即可.

【详解】对于A，令可得，A正确；

对于B，对两边求导得，

令可得，B错误；

对于C，令得，令得，

两式相加得，则，C正确；

对于D，令可得，D正确.

故选：ACD.

33. 已知数列中，成等差数列，且.若，则下列说法正确的是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】AD

【解析】

【分析】首先设，利用导数求出，从而得到在上恒成立，即可得到，化简得到，，再依次判断选项即可得到答案.

【详解】设，则，令，解得.

当时，，为减函数，

当时，，为增函数.

所以，即在上恒成立.

所以，即.

所以，即，.

因为，所以，.

若，则.

根据得到因为，当且仅当时等号成立.

当时，，与已知条件矛盾，不成立.

所以，，又因，所以，故A正确，B错误.

因为，，，所以，即，故C错误，D正确.

故选：AD

34. 已知函数，则下列说法正确的是( )

A. 当时，函数恰有两个零点

B. 当时，不等式对任意恒成立

C. 若函数有两个零点，则

D. 当时，若不等式对恒成立，则实数的取值范围为

【答案】BCD

【解析】

【分析】选项A分离参数，构造函数，求导，根据导数与单调性的关系，结合题意判断即可，选项B由选项A可知，当时，由，整理可得，对任意恒成立，选项C利用对数运算，换元，构造新函数，对新函数求导，利用分析法证明即可，选项D，不等式变形得到，令，根据函数单调性，将问题转化为，利用函数导数求的最小值即可.

【详解】选项A，由，令，

设，

则，

令，

当时，，当时，，

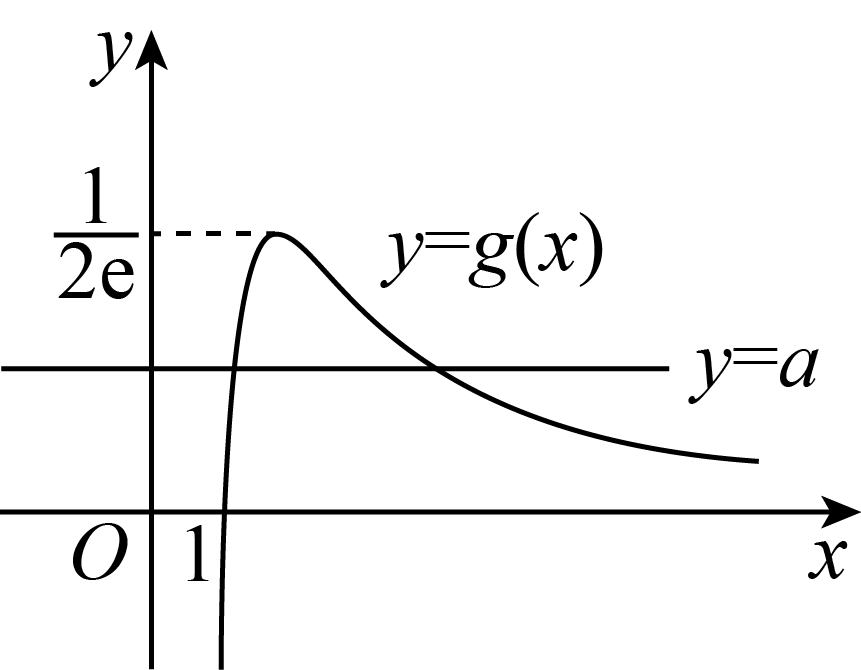
所以在上单调递减，在上单调递增，

所以，

当时，，

所以当，，当，，

所以的图形如图所示：



由图可知，函数恰有两个零点时，

即与有两个不同的交点，此时，

故A不正确，

选项B，由选项A，，

当时，，

即对任意恒成立，故B正确，

选项C，由函数有两个零点，

即为方程的两根，

即，

所以，令且，

则，

所以，

欲证，即证，

即证明，

只需证明，

只需证明，

即，

设，

则，

令，

所以

，

所以在上为增函数，

又，所以，

综上所述，原不等式成立，故，

故C正确，

选项D，当时，，

则不等式对恒成立，

即，

即，

即，

令，当时，单调递增，

所以，

所以对任意恒成立，

即求在上的最小值，

由，

当时，，当在时，，

所以在上单调递减，在上单调递增，

所以，

由，得，而，

所以，所以的取值范围是：，

故选：BCD.

**三､填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

35. 已知函数，则过(1,1)的切线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【详解】 由函数，则，

当点为切点时，则，即切线的斜率，

所以切线的方程为，即，

当点不是切点时，设切点，则，即，

解得或(舍去)，所以

所以切线的方程为，即.

36. 已知函数是上的单调递增函数.当实数取最大值时，若存在点，使得过点的直线与曲线围成两个封闭图形，且这两个封闭图形的面积总相等，则点的坐标为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】求出函数的导数，利用导数研究函数的单调性，求出的最大值，结合过点的直线与曲线围成两个封闭图形，且这两个封闭图形的面积总相等，判断函数的对称性进行求解即可.

【详解】由，

得，

是上的增函数，

在上恒成立，

即：在上恒成立.

设，，，

设，，

，

函数在单调递增，

.

即，，

又，.

的最大值为3.

故得.

将函数的图像向上平移3个长度单位，

所得图像相应的函数解析式为：

，

由于，

为奇函数，

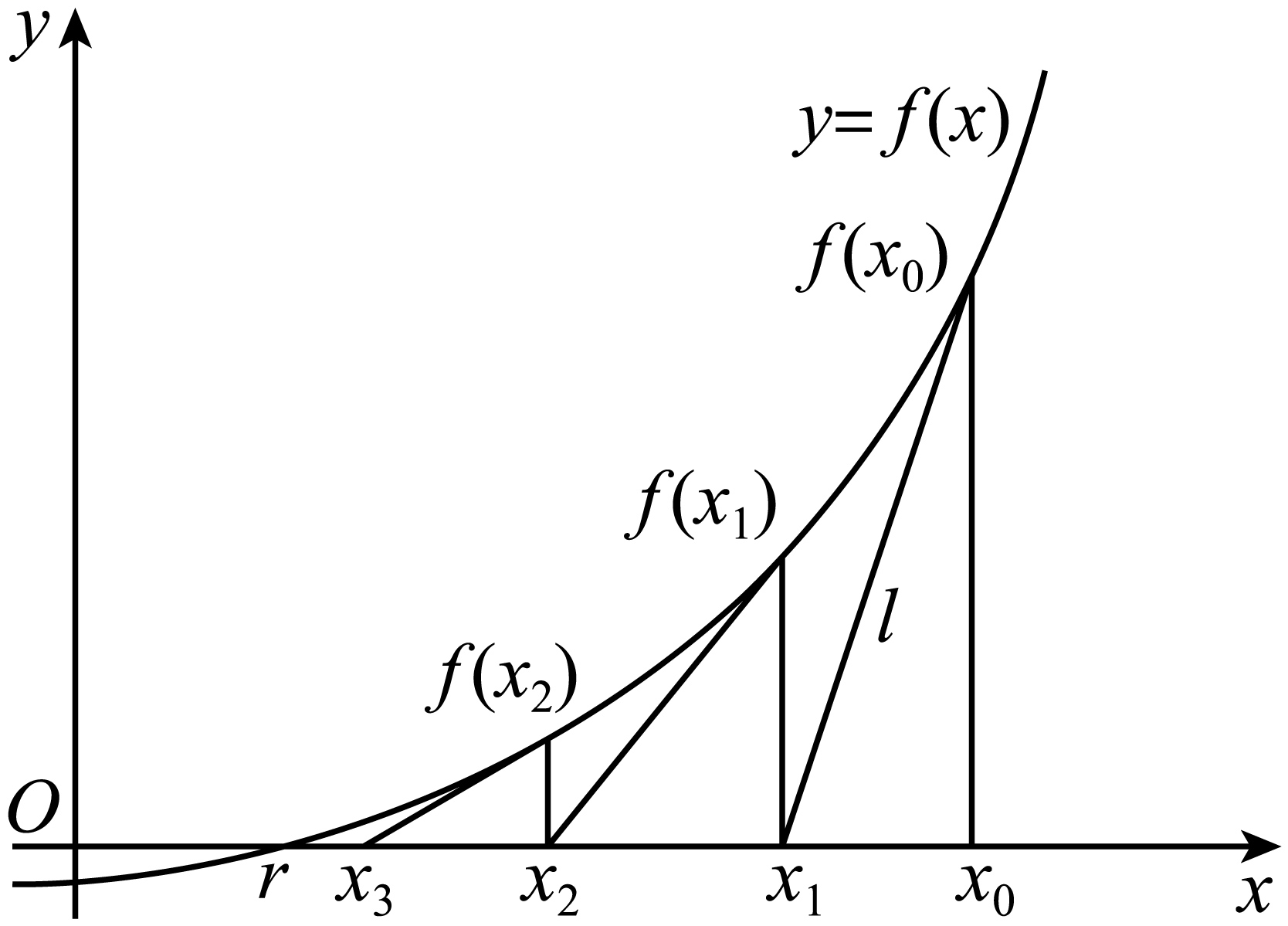
故的图像关于原点对称，

由此即得函数的图像关于成中心对称.

这表明存在点，使得过点的直线与曲线围成两个封闭图形，且这两个封闭图形的面积总相等.

故答案为：.

37. “牛顿迭代法”是牛顿在17世纪提出的一种近似求方程根的方法.如图，设是的根，选取作为初始近似值，过点作的切线与轴的交点横坐标为，称是的一次近似值；过点作的切线，则该切线与轴的交点的横坐标为，称是的二次近似值；重复以上过程，得到的近似值序列为“牛顿数列”，即.已知函数，数列为“牛顿数列”，设，且.数列的前项和\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.



【答案】##

【解析】

【分析】求出代入计算，再计算得，左右两边同时取对数得到，即是等比数列，进而求得的前*n*项和.

【详解】∵，

∴，

∴，

∴

又∵

∴

又∵，

∴，又∵，

∴是首项为1，公比为2的等比数列，

∴的前*n*项和，

故答案为：.

38. 已知函数存在三个零点、、，且满足，则的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】由可得，令，可得出，构造函数，其中，利用导数分析函数的单调性与极值，数形结合可知关于的方程有两个不等的实根、，设，且有，，利用韦达定理可求得所求代数式的值.

【详解】函数的定义域为，由可得，

令，可得，即，

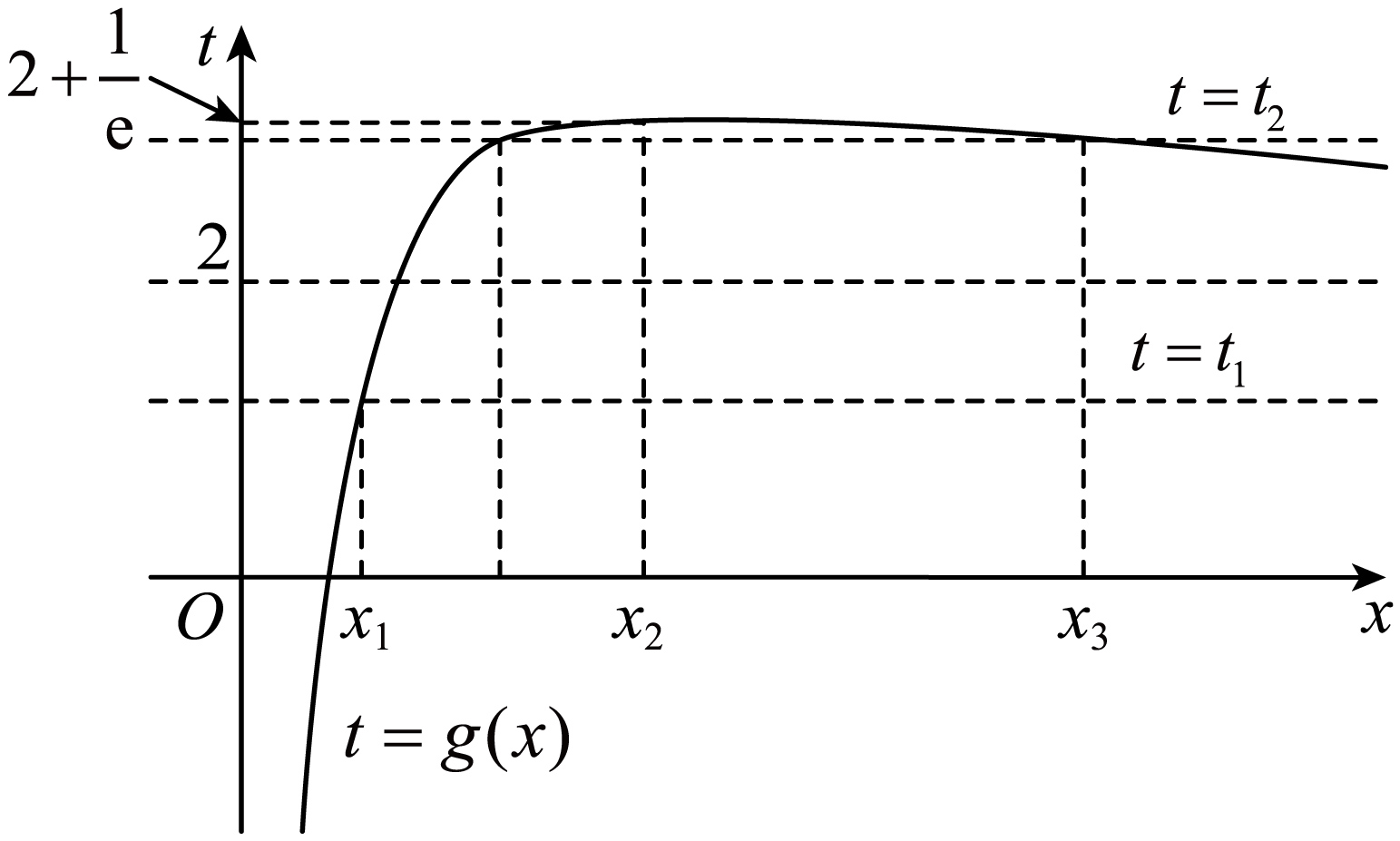
构造函数，其中，则.

当时，，此时函数单调递增，

当时，，此时函数单调递减，

当时，，当时，，且，

作出函数的图象如下图所示：



若使得方程由三个不等的实根、、，且满足，

则关于的方程有两个不等的实根、，设，

由韦达定理可得，则，

由图可知，，

因此，.

故答案为：.

【点睛】关键点点睛：本题考查利用函数的零点求代数式的值，解题的关键在于通过换元，通过分析函数的单调性，利用数形结合思想将问题转化为一元二次方程根与系数的关系进行求解.

**四､解答题：本大题共6小题，共70分.解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤.**

39. 已知函数的所有正数零点构成递增数列.

(1)求数列的通项公式；

(2)设数列满足，求数列的前项和.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)利用辅助角公式化简得到，从而得到正数零点，从而得到为等差数列，公差为1，首项为，得到通项公式；

(2)利用错位相减法求和.

【小问1详解】

，

令，解得：，

故当时，为数列的首项，

由于，故为等差数列，公差为1，

故；

【小问2详解】

，

故①，

则②，

①-②得：

，

则.

40. 甲、乙两人进行下象棋比赛(没有平局)．采用“五局三胜”制．已知在每局比赛中，甲获胜的概率为，．

(1)设甲以3：1获胜的概率为，求的最大值；

(2)记(1)中，取得最大值时的值为，以作为的值，用表示甲、乙两人比赛的局数，求的分布列和数学期望．

【答案】(1)

(2)分布列见解析，

【解析】

【分析】(1)根据题意列出的解析式，通过求导即可得到的最大值.

(2)由(1)得到的值，再根据的可能取值为3,4,5，分别求出其所对应概率即可得出分布列，再由公式求得期望即可.

【小问1详解】

甲以3：1获胜，则前三局中甲胜两局败一局，第四局甲必须获胜，

所以，，，

令，得；令，得；令，得．

所以在上单调递增，在上单调递减，所以当时，取得最大值为．

【小问2详解】

由(1)知，由题意，知*X*的所有可能取值为3、4、5，相应的概率为

，

，

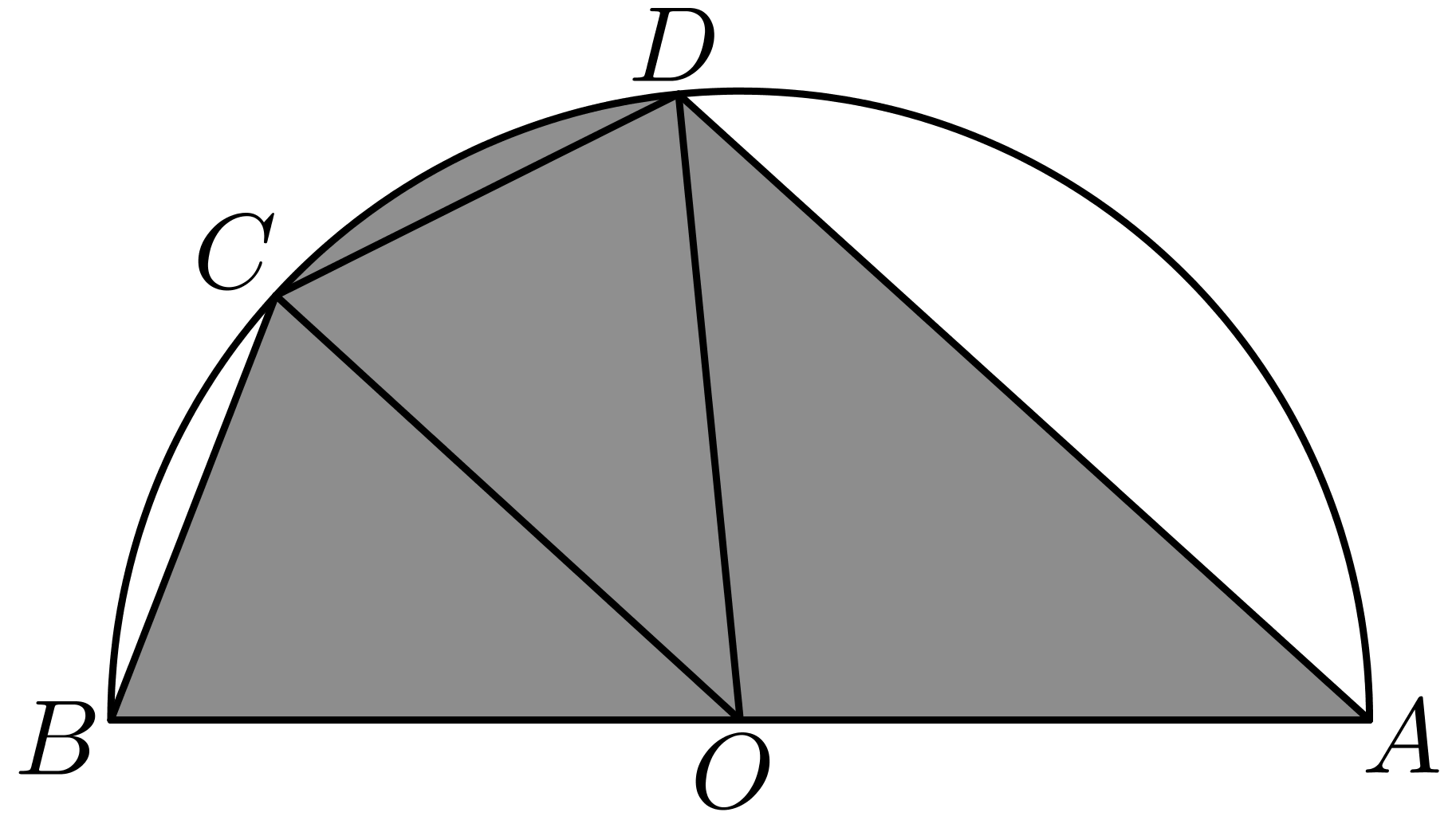
，

所以*X*的分布列为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X* | 3 | 4 | 5 |
| *P* |  |  |  |

*X*的数学期望．

41. 如图，有一景区的平面图是一半圆形，其中直径长为和两点在半圆弧上，满足.设.



(1)现要在景区内铺设一条观光道路，由线段和组成，则当为何值时，观光道路的总长最长，并求的最大值；

(2)若要在景区内种植鲜花，其中在和内种满鲜花，在扇形内种一半面积的鲜花，则当为何值时，鲜花种植面积最大？

【答案】(1)时，观光道路的总长最长，的最大值为5

(2)当时，鲜花种植面积最大

【解析】

【分析】(1)作出辅助线，表达出，，从而求出，配方后得到当，即时，取得最大值，最大值为5；

(2)表达出，，扇形*COD*的面积，从而求出故，求导得到其单调性，在当时，取得极大值，也是最大值，得到答案.

【小问1详解】

取*BC*的中点*M*，*AD*的中点*N*，连接*OM*，*ON*，由垂径定理可得：*OM*⊥*BC*，*ON*⊥*AD*，

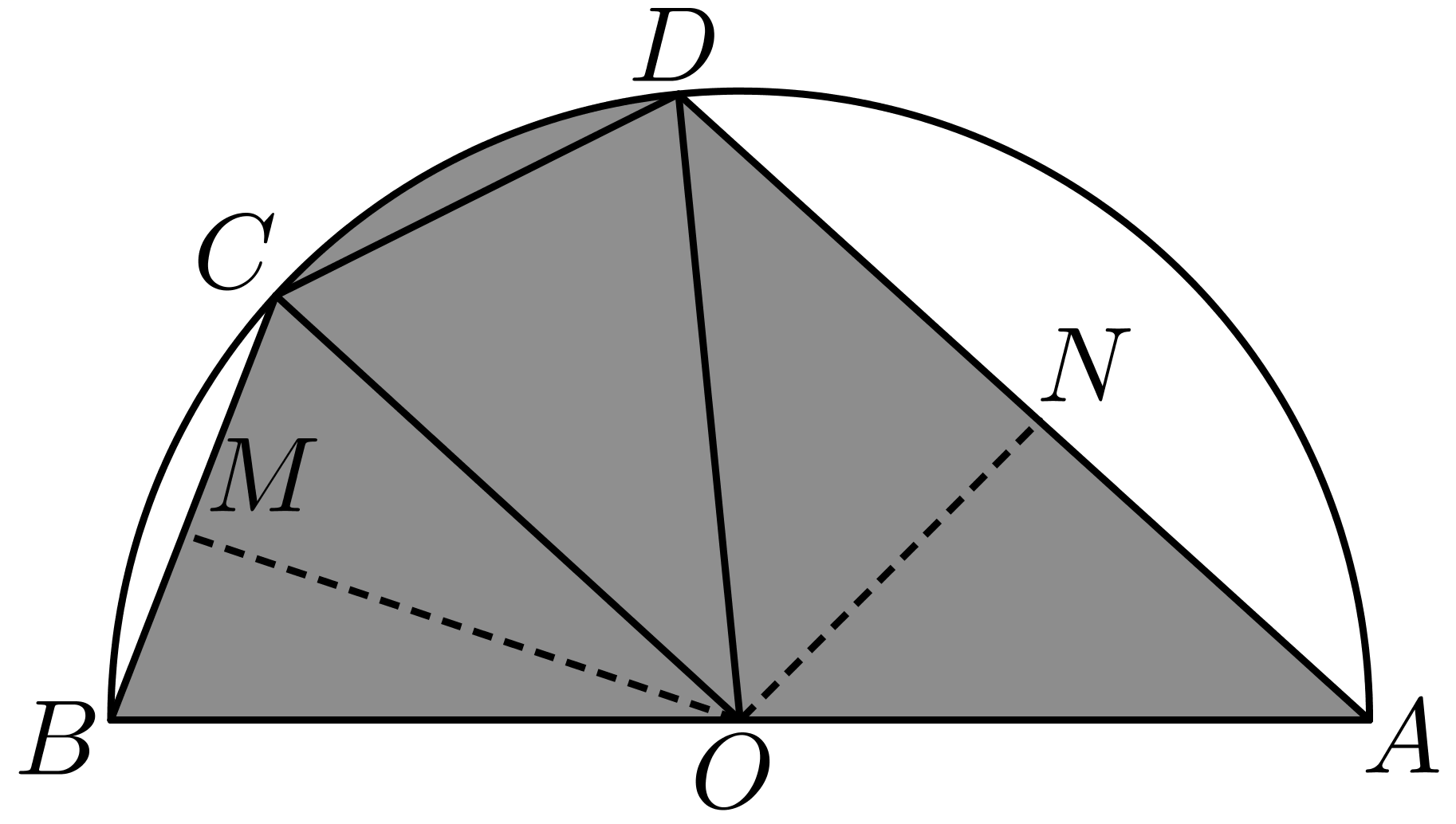
由题意得：，

，故，

则，

因为，所以，，

故当，即时，取得最大值，最大值为5；

【小问2详解】

，

，

扇形*COD*的面积，

故，

则，

因为，所以，

故当时，时，，当时，，

故时，单调递增，当时，单调递减，

当时，取得极大值，也是最大值，

故当时，鲜花种植面积最大.

42. 已知函数.

(1)讨论的单调性;

(2)若对任意的，不等式 恒成立，求*a*的取值范围.

【答案】(1)见解析 (2)

【解析】

【分析】(1)，分和讨论即可；

(2)首先讨论时不合题意，然后在时，由(1)得，

设，求导得到其单调性，结合，则，解出即可.

【小问1详解】

因，

所以，

当时,恒成立,则在上单调递减.

当时,由,得,由,得,

则在上单调递减,在上单调递增，

综上,当时,在上单调递减;

当时,在上单调递减,在上单调递增；

【小问2详解】

当时,由(1)可知在上单调递减.

因为,

所以不符合题意.

当时,由(1)可知在上单调递减,在上单调递增,

则.

对任意的,不等式恒成立等价于.

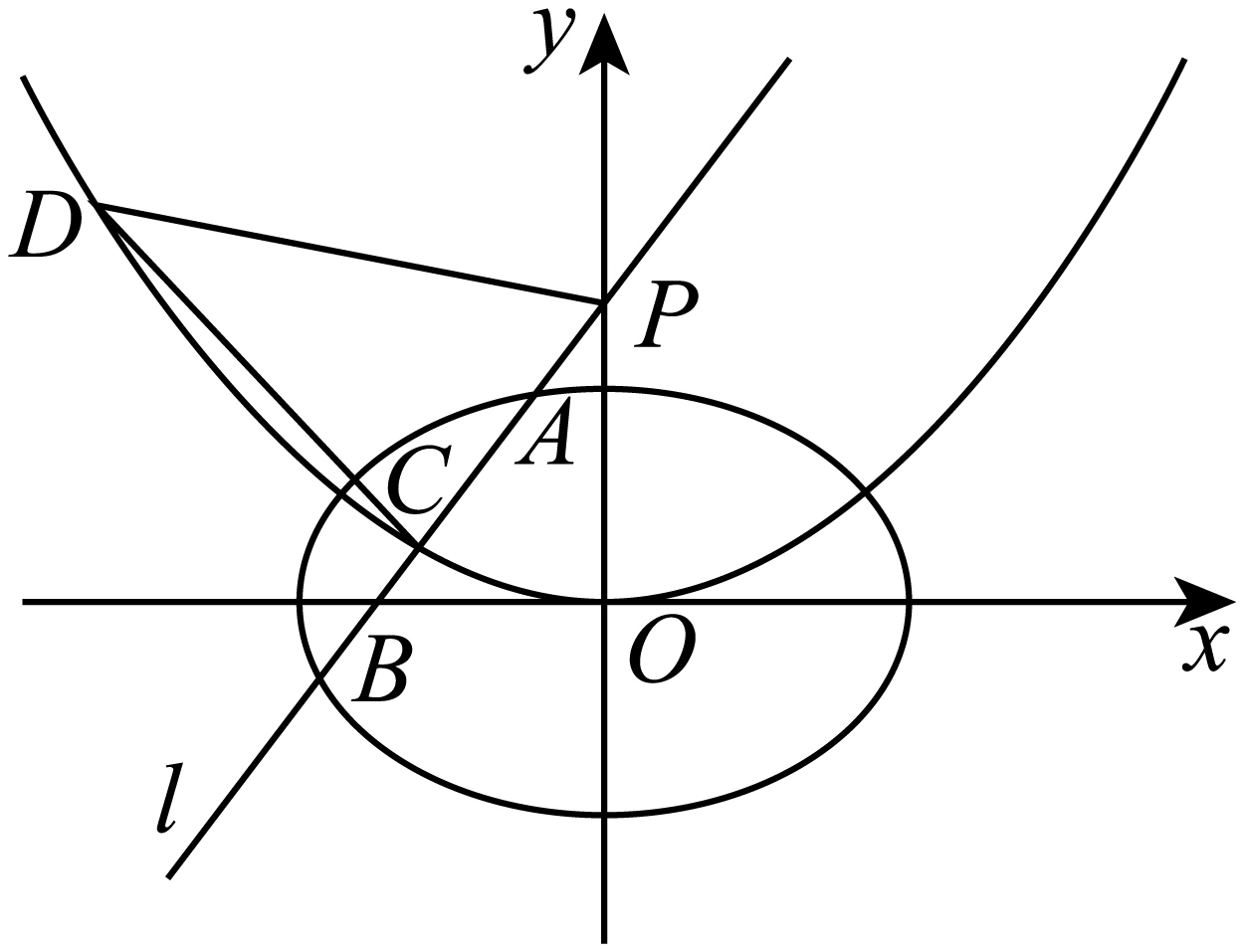
设,则恒成立,

故在上单调递增.

因为,所以,解得.

综上,的取值范围是.

43. 如图，在平面直角坐标系中，直线与轴交于点，且与椭圆交于两点，线段的中点恰在抛物线上.



(1)求的取值范围；

(2)设是抛物线上一点，求的取值范围，使得的面积存在最大值.

【答案】(1)；

(2).

【解析】

【分析】(1)利用“设而不求法”表示出，代入抛物线，结合，求出的取值范围；(2)表示出的面积，利用导数研究最值，求出的取值范围.

【小问1详解】

由直线与轴交于点，可得：.

联立，消去，可得：，

所以，可得：

由根与系数的关系可得：.

设，则.

将代入抛物线，有，

即，得：，

代入①可得：，可得：，解得：.

因为，所以.

【小问2详解】

由，则点到直线的距离为.

因为,所以的面积为.

将代入②式整理化简可得：.

令，记.

则.

要使的面积存在最大值，只需：

由在上单调递减，所以在上存在唯一极值点，

所以，解得：

因为点D在椭圆的上方，所以.

由③④解得：.

所以的取值范围为.

44. 已知函数.

(1)求函数在上的零点个数；

(2)当时，求证：.

(参考数据：)

【答案】(1)即在上有2个零点；

(2)答案见解析.

【解析】

【分析】(1)注意到，.利用导数研究在上的单调性与最值即可得在上的零点个数；

(2)，令，分别说明

在上的最小值大于或等于0即可.

【小问1详解】

由题，，

令，，

则.得在上单调递增.

因，则，

又，则.

又.

得.

又，则.

则，使得，又在上单调递增，

则当，在上单调递减，

当，在上单调递增.

又注意到，

，

则，又，

.

则，

即在上有2个零点.

【小问2详解】

，

令，.

则.

则，

令，，

则.

①当，，

则；

②当，.

则，

得上单调递增，则

.故在上单调递减，则此时；

③当，，

又此时，则，

得在上单调递增，则.

故在上单调递增，则此时；

④当，，

又此时，则.

得在上单调递增，

又，故在上单调递增.

则.

综上，当时，，即，当且仅当时取等号.

【点睛】关键点点睛：本题考查利用导数研究函数零点及利用导数证明不等式.

(1)问关键在于找点及估值.(2)问虽不含参数，但含有三角函数，故从自变量角度进行分段处理.