**唐山市2022~2023学年度高二年级第一学期学业水平调研考试**

**数学**

**注意事项：**

**1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡相应位置上.将条形码横贴在答题卡的“条形码粘贴处”.**

**2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔将答题卡对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案.答案涂在试卷上一律无效.**

**3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置内；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液.不按以上要求作答无效.**

**4. 考生必须保持答题卡整洁，考试结束后，将试卷和答题卡一并交回.**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 直线的一个方向向量是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】当直线斜率存在时，由直线的方向向量为，则代入计算即可.

【详解】因为，所以，

设直线的方向向量为，则，

取，则，

所以直线的一个方向向量为.

故选：C.

2. 在等差数列中，，，则( )

A. －11 B. －8 C. 19 D. 16

【答案】A

【解析】

【分析】代入等差数列通项公式求出公差，再代入公式即可求得.

【详解】因数列为等差数列，，，所以，解得，则.

故选：A

3. 已知向量，，，则与的夹角为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意，先得到的坐标，然后根据空间向量数量积的坐标运算即可得到结果.

【详解】根据题意可得，，即

则，

且，所以与的夹角为

故选:D

4. 在正方体中，*E*为的中点，则异面直线与*DE*所成角的余弦值为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

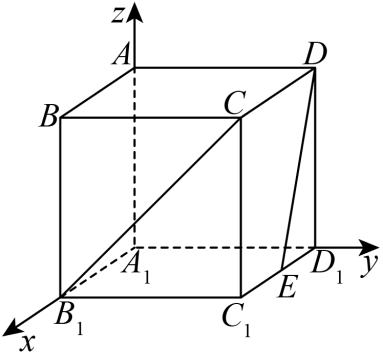
【解析】

【分析】设出正方体的棱长，建立空间直角坐标系，得到各点坐标，表达出和，即可得出异面直线与*DE*所成角的余弦值.

【详解】由题意

在正方体中，*E*为的中点，设正方体的棱长为，

建立空间直角坐标系如下图所示，



则，，，，，

∴，，

设异面直线与*DE*所成角为，

，

∴异面直线与*DE*所成角的余弦值为，

故选：A.

5. *F*为抛物线*C*:的焦点,点*A*在*C*上,点,若,则的面积为( )

A.  B.  C. 4 D. 8

【答案】B

【解析】

【分析】求出焦点的坐标,根据两点间距离公式求得,即的长度,根据抛物线定义可求得点坐标,进而可求出面积.

【详解】解:因为抛物线*C*:,所以,准线为:

因为,所以,

设,根据抛物线定义可知:,解得,

所以,所以.

故选:B

6. 设直线与*x*轴的交点为椭圆的右焦点，过左焦点且垂直*x*轴的直线与椭圆交于*M*，，则椭圆的离心率为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意可得以及，再结合椭圆的关系，列出方程即可得到结果.

【详解】根据题意可得，直线与*x*轴的交点为，即，所以，

且过左焦点且垂直*x*轴的直线与椭圆交于*M*，将代入椭圆方程可得，，

即，所以

所以，解得，所以离心率为

故选:C

7. 为建设宜居之城，某市决定每年按当年年初住房总面积的建设新住房，同时拆除面积为单位：的旧住房已知该市年初拥有居民住房的总面积为单位：，则到年末，该市住房总面积为( )

参考数据：，

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据题意可得，根据等比数列的求和公式即可化简求值.

【详解】由题意，年末的住房面积为，

年末的住房面积为，

年末的住房面积为，

……

年末的住房面积为

.

到年末，该市住房总面积为.

故选：A

8. 已知数列满足，，令，则数列的前2022项和( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】化简，得，可得是等差数列，求出通项公式，再用裂项相消的方法求数列的前2022项和即可.

【详解】因为数列满足，即，即，，

所以数列是以1为首项，2为公差的等差数列，所以，则，

因为，则，

数列的前2022项和.

故选：B

【点睛】易错点睛：裂项法求和时，要注意正负项相消时消去了哪些项，保留了哪些项，切不可漏写未被消去的项，未被消去的项有前后对称的特点，实质上造成正负相消是此法的根源与目的．

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得2分.**

9. 已知直线*l*：，圆*O*：，且圆*O*上至少有三个点到直线*l*的距离都等于1，则*r*的值可以是( )

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】CD

【解析】

【分析】根据圆的对称性，结合圆心到直线距离列式求解即可.

【详解】圆*O*到直线的距离，由圆*O*上至少有三个点到直线*l*的距离都等于1得.

故选：CD.

10. 将数列中的各项依次按第一个括号1个数，第二个括号2个数，第三个括号3个数，第四个括号4个数，…，进行排列：，，，，…，则( )

A. 第8个括号内的第一个数是29

B. 前9个括号内共有45个数

C. 第10个括号内的数的和比第8个括号内的数的和大136

D. 2022在第64个括号内

【答案】ABD

【解析】

【分析】第*n*个括号有*n*个数，则括号里数的数量满足等差数列，且括号里的数同为等差数列，根据等差数列的通项公式及求和公式逐个判断即可.

【详解】对A，第*n*个括号有*n*个数，则前7个括号内共有个数，故第8个括号内的第一个数是29，A对；

对B，前9个括号内共有个数，B对；

对C，由AB得，第10个括号内的数的和为，第8个括号内的数的和为，故第10个括号内的数的和比第8个括号内的数的和大，C错；

对D，设2022在第个括号内，则有，解得，D对.

故选：ABD.

11. 已知双曲线*C*：的左，右焦点分别为，，*P*是*C*的右支上一点，则( )

A. 若，则*P*到*x*轴的最大距离为

B. 存在点*P*，满足

C. *P*到双曲线的两条渐近线的距离之积为

D. 内切圆半径*r*的取值范围是

【答案】ACD

【解析】

【分析】利用数量积坐标运算表示，解不等式求点的纵坐标范围，判断A，结合双曲线定义判断B，利用点到直线的距离公式求*P*到双曲线的两条渐近线的距离之积判断C，根据直线与双曲线的位置关系确定的范围，结合内切圆的性质判断D.

【详解】设双曲线的实半轴为，虚半轴为，半焦距为，

则双曲线的焦点的坐标为，的坐标为，，渐近线方程为，

设点的坐标为，则，，

对于A，因为，

所以

所以，

所以，所以*P*到*x*轴的最大距离为，A正确；

对于B，由已知，，

所以，又，矛盾，B错误，

对于C，点到两渐近线的距离的积为，C正确；

对于D，因为三点不共线，所以直线的斜率不为0，

可设直线的方程为，，

联立，消，得，

方程的判别式

，

由已知，所以，又，

故或，

设的内切圆的圆心为，的内切圆与轴相切于点，

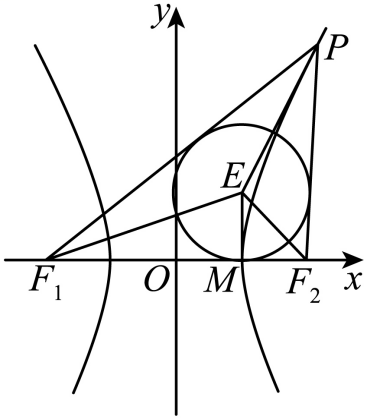
因为，所以，又，

所以，

设，则，

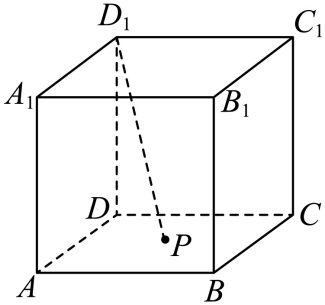
又内切圆半径，所以，D正确.

故选：ACD.



【点睛】本题为双曲线的综合性问题，考查双曲线的定义，直线与双曲线的位置关系，双曲线的性质，难度较大.

12. 已知正方体的棱长为2，点*P*在正方形*ABCD*内运动(含边界)，则( )



A. 存在点*P*，使得

B. 若，则最小值为

C. 若，则*P*点运动轨迹的长度为

D. 若，直线与直线所成角的余弦值的最大值为

【答案】BD

【解析】

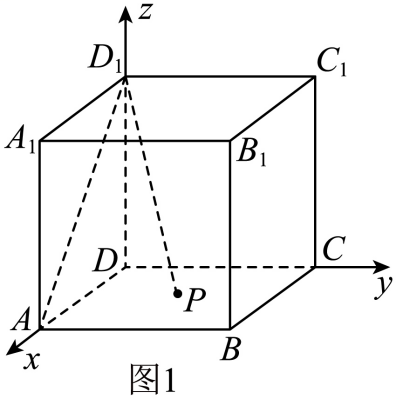
【分析】A选项，建立适当空间直角坐标系，利用向量垂直的坐标运算判定即可；

B选项，找出动点在正方体底面内的运动轨迹，利用点到圆上点的最值求解即可；

C选项，根据立体几何中线面垂直推出线线垂直，可找出动点在正方体底面内的运动轨迹是线段，即可求解；

D选项：建立适当空间直角坐标系，利用可得出点，再利用空间向量的坐标表示求解即可.

【详解】对于A选项：如图1,

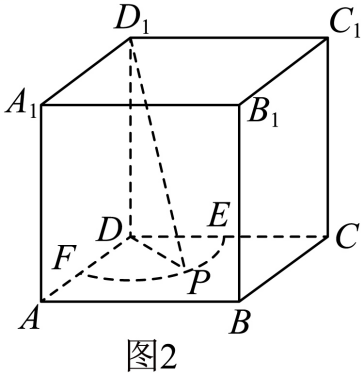


以为坐标原点建立空间直角坐标系，则，，，

设，，则，，

若，则，解得，不合题意，错误；

对于B选项：如图2，



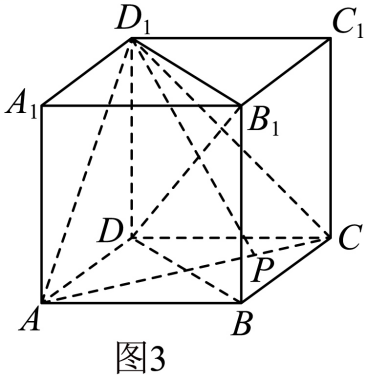
若，连接，则点在以为圆心，为半径的圆上，此时点的轨迹为，

又，，

，

，故正确；

对于C选项：如图3，



连接，，，，，

为正方形，则，

又平面，平面，

，，平面，

平面，平面，

，同理可证：，

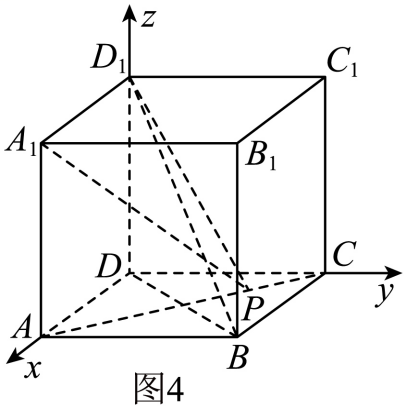
又，平面，

平面，平面平面，

故点在正方体底面内的运动轨迹是线段，

又正方体的棱长为2，，故错误；

对于D选项：如图4，



以为坐标原点建立空间直角坐标系，连接，，，，则，，，，

设，，则，，

当，有，则，此时，

又，，



当时，有最大值，此时，故正确.

故答案选：BD.

【点睛】关键点点睛：立体几何中线面垂直的判定定理，动点在立体几何中的轨迹问题，以及利用空间向量法解决立体几何的问题，属于难题.

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 已知正项等比数列，若，，则\_\_\_\_\_\_.

【答案】2

【解析】

【分析】由等比数列基本量列方程求得基本量，即可得结果.

【详解】由题意，设等比数列的公比，

则，，两式相除得，，

∴.

故答案为：2.

14. 正四面体*ABCD*中，若*M*是棱*CD*的中点，，，则\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据空间向量线性运算得到，证明出共线定理的推论，由三点共线，得到，求出.

【详解】因为，所以，

即，，

下面证明：已知，若三点共线，则，

因为三点共线，所以存在非零实数，使得，

即，整理得，

故，，所以，

因为三点共线，

故，解得：.

故答案为：

15. 已知圆：，圆：，过圆上的任意一点*P*作圆的两条切线，切点为*A*，*B*，则四边形面积的最大值为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据题意分析可得四边形面积，结合圆的性质求的最大值即可.

【详解】圆：的圆心，半径，圆：的圆心，半径，

四边形面积，

∵，

∴四边形面积的最大值为.

故答案为：.

16. 设双曲线*C*:的右焦点为*F*,点,直线与交于*M*,*N*两点.若,则*C*的离心率为\_\_\_\_\_\_.

【答案】##

【解析】

【分析】设,,根据,得到为的重心,利用重心的坐标式得到,再利用点差法和得到关系求解即可.

【详解】设,,

因为,所以为的重心,

则,即,①

因为在双曲线*C*:上,

所以,两式相减得:,

化简得:,

即,②

将①代入②得:

,

即,解得:,

所以,

则,

即*C*的离心率为.

故答案为：.

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 已知圆心为的圆经过点.

(1)求圆*C*的方程；

(2)过点作直线*l*与圆*C*交于*E*，*F*两点.若，求直线*l*的方程.

【答案】(1)

(2)或.

【解析】

【分析】(1)直接将点的坐标代入圆的方程，即可得到结果；

(2)根据截得的弦长，分*l*的斜率不存在与*l*的斜率存在分别讨论，结合点到直线的距离公式，列出方程，即可得到结果.

【小问1详解】

设所求圆*C*的方程为，

因为点在圆*C*上，则，

解得，所以圆*C*的方程为.

【小问2详解】

因为直线*l*被圆*C*截得的弦长为4，

所以圆心到直线*l*的距离.

当*l*的斜率不存在时，直线*l*方程为，符合题意.

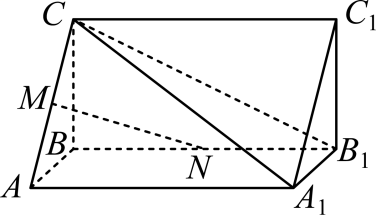
当*l*的斜率存在时，设直线*l*方程为，即.

则，解得.

此时直线*l*方程为，即.

综上所述，直线*l*的方程为或.

18. 如图，在直三棱柱中，*M*，*N*分别为*AC*，中点.



(1)证明：平面；

(2)若平面，，，求点*A*到平面的距离.

【答案】(1)证明见解析

(2)

【解析】

【分析】(1)要证明平面，通过证明平面平面即可证得；

(2)根据已知条件可以以为原点建立空间直角坐标系，求出平面的法向量，以及一个方向向量，代入公式计算即可.

【小问1详解】

证明：取的中点*H*，连接*MH*，*HN*.

因为*M*为*AC*的中点，所以.

因为平面，平面，所以平面.

因为*H*，*N*分别为，的中点，所以，

因为平面，平面，所以平面.

因为面*MHN*，所以平面平面.

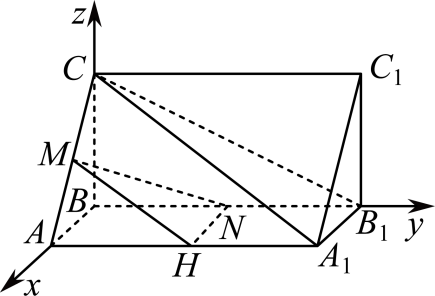
因为平面*MHN*，所以平面.

【小问2详解】

因平面，平面，所以.

因为三棱柱是直三棱柱，所以，.

以*BA*，，*BC*所在直线分别为*x*轴，*y*轴，*z*轴建立如图所示的空间直角坐标系，



则，，，，，

，，.

设平面的法向量为.

由，得，取.

所以点*A*到平面的距离.

19. 已知抛物线*C*：的焦点为*F*，*O*为坐标原点，*A*，*B*为*C*上异于*O*的两点，.

(1)证明：直线*AB*过定点；

(2)求的最小值.

【答案】(1)证明见解析

(2)21

【解析】

【分析】(1)设，，直线*AB*的方程为，联立抛物线方程，由垂直斜率关系及韦达定理可求得参数*m*，进而确定定点；

(2)由抛物线定义结合基本不等式求最值.

【小问1详解】

设，，直线*AB*的方程为，将直线*AB*的方程代入，得.

由，得，即，所以，，

故直线*AB*：，恒过定点.

【小问2详解】

抛物线准线为，由抛物线的定义，

，

当且仅当时等号成立，所以的最小值为21.

20. 已知数列满足,.

(1)记,写出,,,,并猜想数列的通项公式;

(2)证明(1)中你的猜想;

(3)若数列的前*n*项和为,求.

【答案】(1),,,,猜想

(2)证明见解析 (3)

【解析】

【分析】(1)根据的递推关系式及首项,写出,进而求得,,,,根据推导过程及各项即可猜想其通项公式;

(2)因为,所以找到和的关系,即与的关系,对式子进行配凑,可发现是以3为首项,2为公比的等比数列,即可得的通项公式;

(3)根据,可得,将写为,再将,代入,可得,将代入,再利用等比数列的求和公式即可得.

【小问1详解】

由题知,

因为,所以,

,,

,,

,,

综上:,,,,

猜想.

【小问2详解】

由题意,知,,代入得,

于是,即,

因为,所以是以3为首项,2为公比的等比数列,

故.

【小问3详解】

因为,







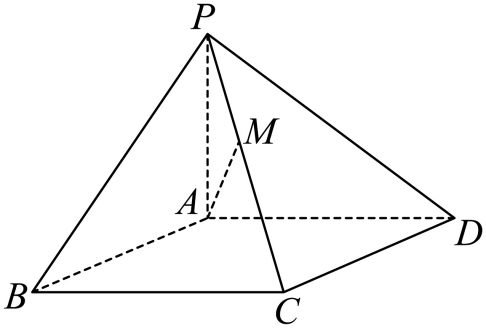






.

21. 在四棱锥中，底面*ABCD*是边长为2的菱形，，，.



(1)证明：平面*ABCD*；

(2)若，在棱*PC*上是否存在点*M*，使直线*AM*与平面*PBC*所成角的正弦值为？若存在，求出点*M*的位置；若不存在，请说明理由.

【答案】(1)证明见解析

(2)不存在，理由见解析

【解析】

【分析】(1)由线线垂直证平面*PAO*，再依次证、平面*ABCD*；

(2)以*A*为坐标原点，分别以*AH*，*AD*，*AP*所在直线为*x*轴，*y*轴，*z*轴，建立如图的空间直角坐标系，设，由向量法建立线面角正弦值的方程，从解的情况即可判断.

【小问1详解】

证明：连接*BD*交*AC*于*O*，连接*PO*.

因为底面*ABCD*是边长为2的菱形，所以，

因为*O*是*BD*中点，，所以.

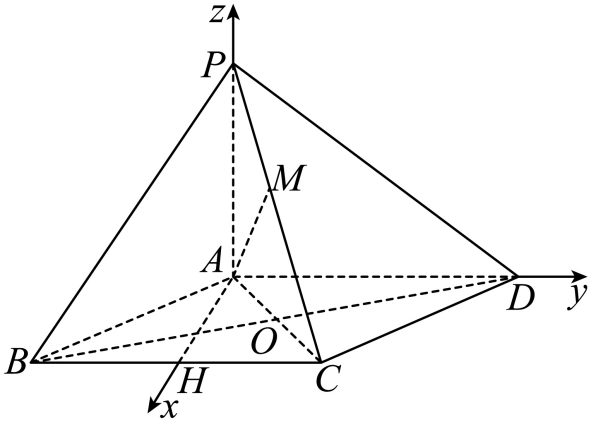
因为，平面*PAO*，所以平面*PAO*，

因为平面*PAO*，所以.

因为，，平面*ABCD*，所以平面*ABCD*.

【小问2详解】

如图，取线段*BC*的中点*H*，连接*AH*，易知.



以*A*为坐标原点，分别以*AH*，*AD*，*AP*所在直线为*x*轴，*y*轴，*z*轴，建立如图的空间直角坐标系，则，，，.

，.

设，则有，解得，进而.

设平面*PBC*的法向量为.

由，得，取.

设直线*AM*与平面*PBC*所成的角为，则

，

化简得，，此方程无解，所以满足条件的点*P*不存在.

22. 已知点，，动点*P*满足.

(1)求动点*P*的轨迹*C*的方程；

(2)设点，斜率为*k*的直线*l*与曲线*C*交于*M*，*N*两点.若，求*k*的取值范围.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)设动点，分别表示出，然后代入计算，化简即可得到结果；

(2)根据题意，分与两种情况讨论，当时，设直线*l*：，联立直线与椭圆方程，结合韦达定理表示出*MN*的中点的坐标，再由条件列出方程，即可得到结果.

【小问1详解】

设动点，则，，

，由已知，得，

化简，得，故动点*P*的轨迹*C*的方程是.

【小问2详解】

当时，设直线*l*：，将代入，

整理，得，

设，，，

整理，得，①

设*MN*的中点为*Q*，，，

所以，

由，得，即直线*EQ*的斜率为，

所以，化简，得，②

将②代入①式，解得且.

当时，显然存在直线*l*，满足题设.

综上，可知*k*的取值范围是.