**唐山市十县一中联盟2022-2023学年度第一学期期中考试**

**高二数学**

**注意事项：**

**1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡相应位置上，将条形码横贴在答题卡上“条形码粘贴处”．**

**2．作答选择时，选出每小顾答案后，用2*B*铅竿将答顾卡对应题目选项的答案信息点涂黑：如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案涂在试卷上一律无效．**

**3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上：如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液，不按以上要求作答无效．**

**4．考生必须保持答题卡的整洁．考试结束后，将试卷和答题卡一并交回．**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1. 直线*l*：的斜率和在*x*轴上的截距分别为( )

A. ，3 B. ， C. ，3 D. ，

【答案】B

【解析】

【分析】由可得，据此可得答案.

【详解】，则直线斜率为，

又令，则，故直线在*x*轴上的截距分别为.

故选：B

2. 已知点、分别为点在坐标平面和内的射影，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】求出点、的坐标，利用空间中两点间的距离公式可求得的值.

【详解】因为点、分别为点在坐标平面和内的射影，则、，

因此，.

故选：A.

3. 直线：，直线：，则与之间的距离为( )

A.  B. 2 C.  D. 4

【答案】C

【解析】

【分析】根据平行线的距离公式求解即可.

【详解】，

故选:C.

4. 已知空间三点*O*(0，0，0)，*A*(1，，2)，*B*(，-1，2)，则以*OA*，*OB*为邻边的平行四边形的面积为( )

A. 8 B. 4 C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】先求出*OA*，*OB*长度和夹角，再用面积公式求出的面积进而求得四边形的面积.

【详解】因为*O*(0，0，0)，*A*(1，，2)，*B*(，-1，2)，

所以，，



，

所以，

以*OA*，*OB*为邻边的平行四边形的面积为.

故选：D.

5. 已知圆的半径为且圆心在轴上，圆与圆相交于两点，若直线的方程为，则( )

A. ， B. ，

C ， D. ，

【答案】C

【解析】

【分析】分析可知圆心在直线上，可求得，求出圆心的坐标，可求得圆心到直线的距离，利用勾股定理可求得的值.

【详解】圆的标准方程为，圆心为，半径为，

易知点在直线上，所以，，

因为圆心在直线上，则圆心为线段的中点，

易知过圆心且与直线垂直的直线的方程为，该直线交轴于点，

点到直线的距离为，.

故选：C.

6. 已知直线与直线关于轴对称，且直线过点，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】分析可知，直线经过点关于轴的对称点，由此可求得实数的值.

【详解】点关于轴的对称点的坐标为，

由题意可知，直线过点，则，解得.

故选：A.

7. 在棱长为的正四面体中，，，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】将用、、表示，利用空间向量数量积的运算性质可求得.

【详解】因为，所以，，

又因为，则，所以，，

所以，，

由空间向量的数量积可得，

因此，

.

故选：B.

8. 已知是圆上一动点，，为线段的中点，为坐标原点，则( )

A. 为定值 B. 为定值

C. 为定值 D. 为定值

【答案】B

【解析】

【分析】设点，可得，求出点的坐标，利用平面两点间的距离公式化简可得出合适的选项.

【详解】设点，则，可得，则点.

圆的圆心为，半径为.

对于A选项，

不是定值，A错；

对于B选项，

，B对；

对于C选项，

不是定值，C错；

对于D选项，

不是定值，D错.

故选：B.

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分，在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得2分．**

9. 已知平行六面体，则下列各式运算结果是的为( )

A.  B. 

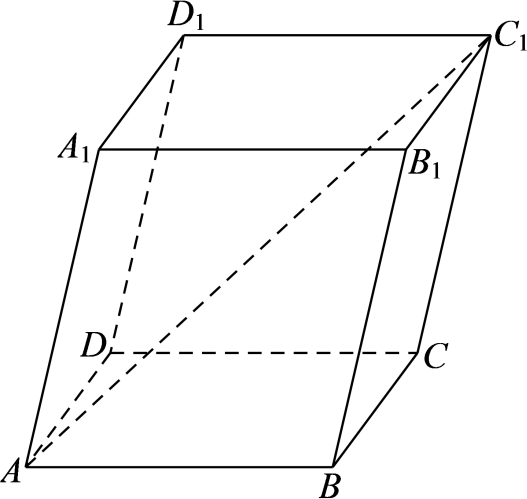
C.  D. 

【答案】ABC

【解析】

【分析】利用空间向量的加法化简可得出合适的选项.

【详解】如下图所示：



对于A选项，，A对；

对于B选项，，B对；

对于C选项，，C对；

对于D选项，，D错.

故选：ABC.

10. 直线，则( )

A. 点在上 B. 的倾斜角为

C. 的图象不过第一象限 D. 的方向向量为

【答案】BC

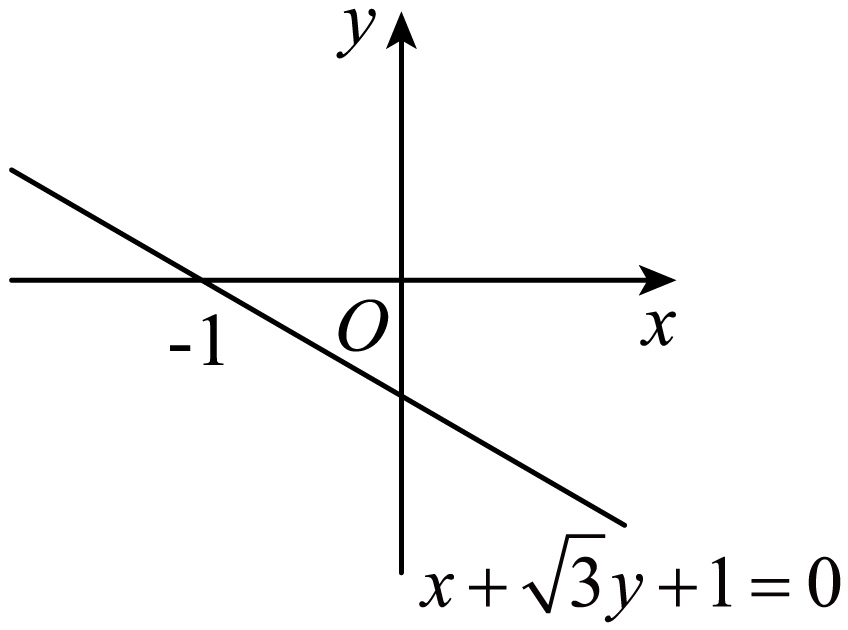
【解析】

【分析】利用点与直线的位置关系可判断A选项；求出直线的斜率，可得出直线的倾斜角，可判断B选项；作出直线的图象可判断C选项；求出直线的方向向量，可判断D选项.

【详解】对于A选项，，所以，点不在上，A错；

对于B选项，直线的斜率为，故的倾斜角为，B对；

对于C选项，直线交轴于点，交轴于点，如下图所示：



由图可知，直线不过第一象限，C对；

对于D选项，直线的一个方向向量为，而向量与这里不共线，D错.

故选：BC.

11. 在棱长为2的正方体*ABCD*-*A*1*B*1*C*1*D*1中，点*M*，*N*，*P*，*Q*分别为棱*A*1*D*1，*B*1*B*，*AB*，*D*1*D*的中点，则( )

A.  B. 直线*MN*与直线*BQ*相交

C. 点*Q*到直线*MN*的距离为 D. 点*D*到平面*MNP*的距离为

【答案】AC

【解析】

【分析】A选项：用勾股定理可求出长度；B选项：作的平行线与相交，则可判断是否为异面直线；C选项：求出三边长度，即可求出结果；D选项：过点做，利用线面平行将点到平面的距离转化为点到平面的距离，等体积转化得到，求体积和面积计算距离.

【详解】A选项：，故A正确；

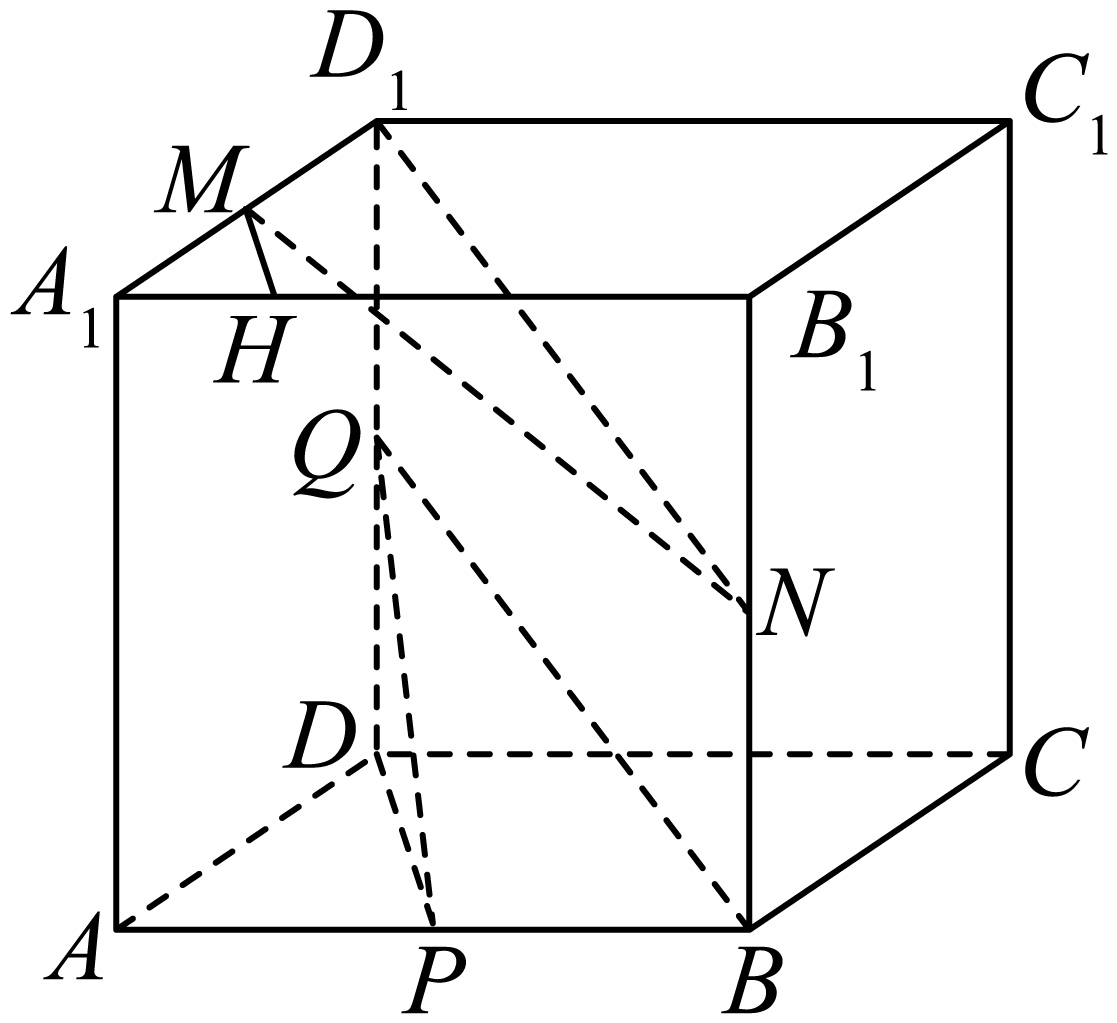
B选项：连接，则与相交，，则与为异面直线，故B错误；

C选项：连接，则，，，由勾股定理可知：，所以到直线的距离即为，故C正确；

D选项：过点做，平面，平面，则平面，所以点到平面的距离等于点到平面的距离，点到直线的距离为，，又点到平面的距离为2，

所以，

又，，，，所以，设点到平面的距离为，则有，所以，故D错误.



故选：AC

12. 已知、，为圆上一动点，则( )

A. 的最大值为 B. 的最大值为

C. 到直线距离的最大值为 D. 

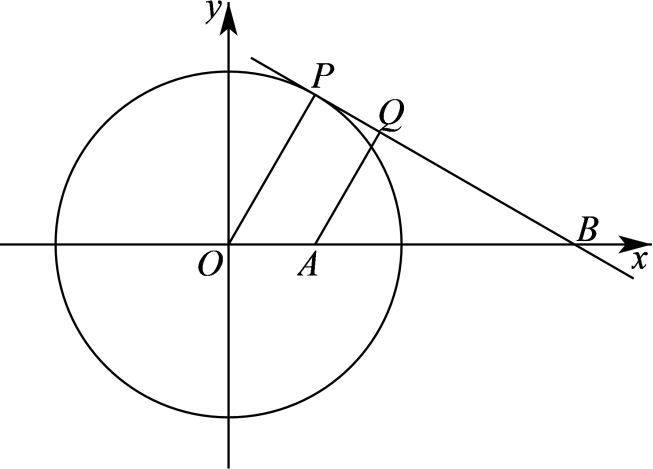
【答案】ABD

【解析】

【分析】求出点到直线的最大距离，结合三角形的面积公式可判断A选项；求出的最大值，可得出到直线距离的最大值，可判断C选项；利用平面两点间的距离公式结合圆的方程可判断D选项；利用圆的几何性质可判断B选项.

【详解】对于A选项，圆上的一点到直线的最大距离为圆的半径，故的最大值为，A对；

对于C选项，如下图所示：



点到直线的距离为，

圆的圆心为原点，当直线与圆相切时，此时最大，则点到直线的距离取最大值，

连接，则，则，故，

因此，点到直线的距离为，C错；

对于D选项，设点，则，

所以，

，D对；

对于B选项，，

当且仅当点为直线与圆的交点，且点在线段上时，等号成立，

所以，的最大值为，B对.

故选：ABD

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13. 已知向量，，，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】分析可得，利用空间向量数量积的坐标运算可求得实数的值.

【详解】因为，则，解得.

故答案为：.

14. 设直线：，直线：，若∥，则实数*a*＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】2

【解析】

【分析】由两直线与平行，可得，由此列式求出的值，然后再检验即可．

【详解】若∥，则，解得或，

当时，直线：，直线：，符合题意；

当时，直线：，直线：，两直线重合，不符合题意.

故答案为：2．

15. 已知圆锥*PO*(*P*为圆锥顶点，*O*为底面圆心)的轴截面是边长为2的等边三角形，*A*，*B*，*C*为底面圆周上三点，空间一动点*Q*，满足，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】化简向量关系式证明四点共面，结合轴截面特征可求的最小值.

【详解】因为，

所以，

，

所以共面，

又*A*，*B*，*C*为底面圆周上三点，

所以点为平面上一点，

由已知平面，

所以，

又圆锥*PO*的轴截面是边长为2的等边三角形，所以，

所以的最小值为，

故答案为：,

16. 设直线*l*：与圆*C*：交于两点，则 的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】由直线系方程求得直线所过定点，求出圆心到定点的距离，再确定弦长最短和最长时的位置，求得弦长，即可得到的取值范围．

【详解】直线*l*：即为，

由 ，解得,可得直线*l*过定点，

圆*C*：的圆心坐标为，半径，

由于,故在圆*C*：内，

 ，则当直线时，最小，，

的最大值即为圆的直径，

∴的取值范围是 

故答案为： ．

**四、解答题：本题共6小题，共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17. 已知三个顶点坐标分别为、、，求：

(1)边上的中线所在直线的方程；

(2)边上的高所在直线的方程；

(3)的平分线所在直线的方程．

【答案】(1)

(2)

(3)

【解析】

【分析】(1)求出线段的中点坐标，利用两点式可得出边上的中线所在直线的方程；

(2)求出直线的斜率，可得出边上的高所在直线的斜率，利用点斜式可得出所求直线的方程；

(3)分析可得，数形结合可得出的平分线所在直线的方程.

【小问1详解】

解：的中点为，所以边上的中线所在直线的方程为，

整理可得.

【小问2详解】

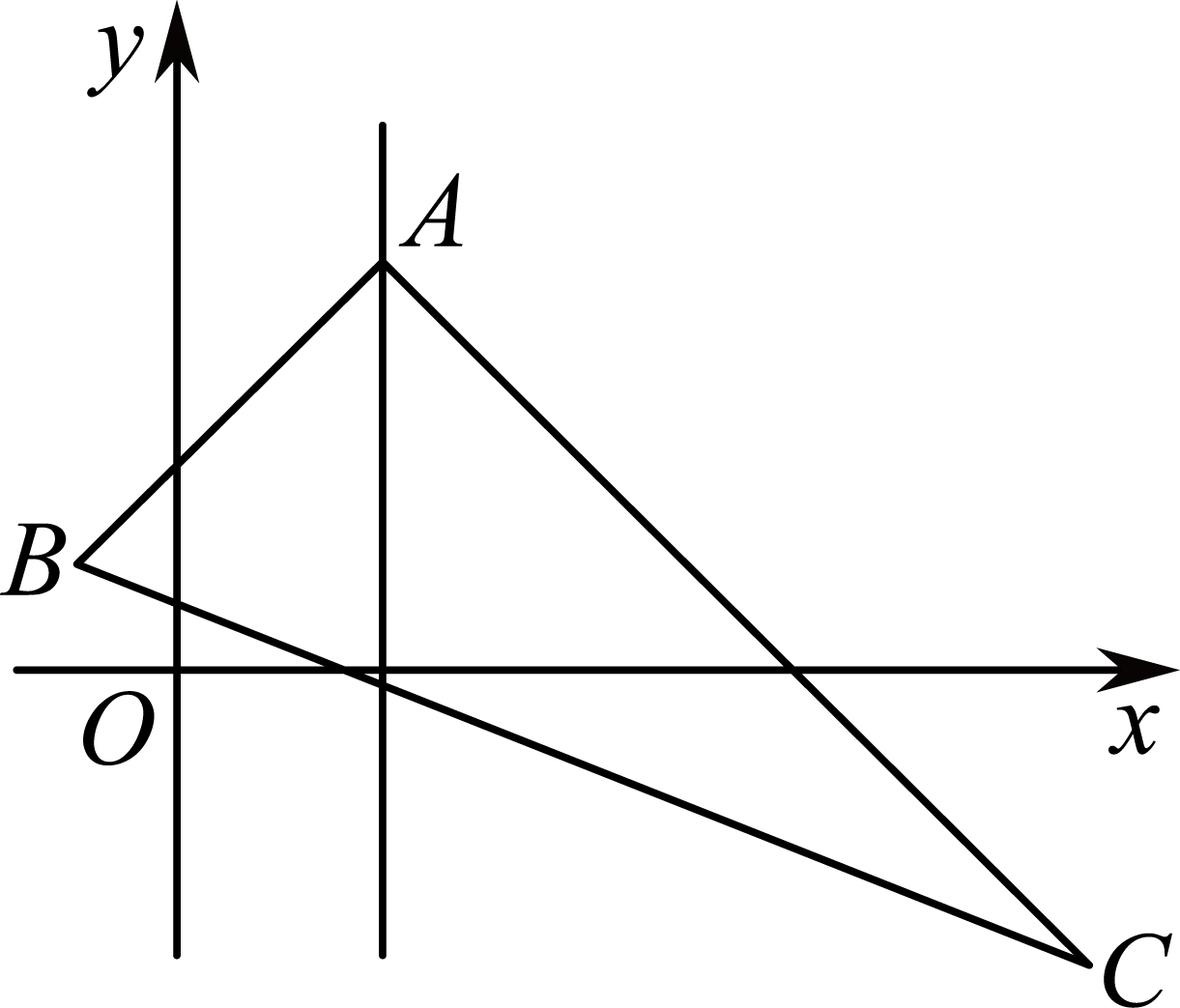
解：，则边上的高所在直线的斜率为，

所以边上的高所在直线的方程为，整理可得.

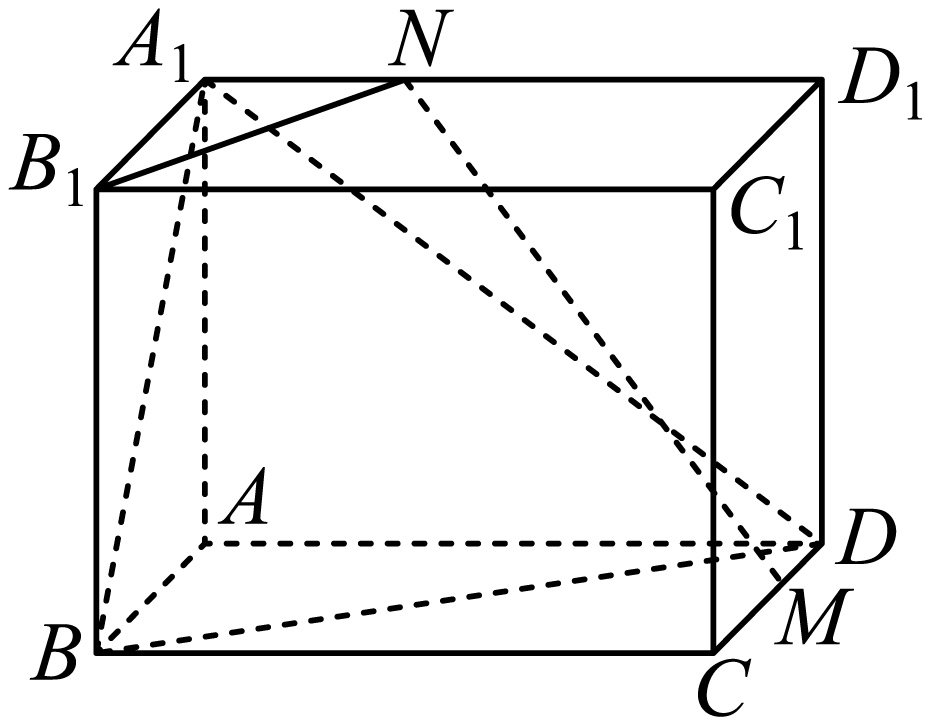
【小问3详解】

解：，，所以，

所以，的平分线所在直线的方程为.



18. 已知长方体中，，，，点*M*，*N*分别在棱*CD*，上，且，．



(1)若，求；

(2)若平面，求．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】以*A*为原点，以，，为*x*，*y*，*z*轴的正方向建立空间直角坐标系，

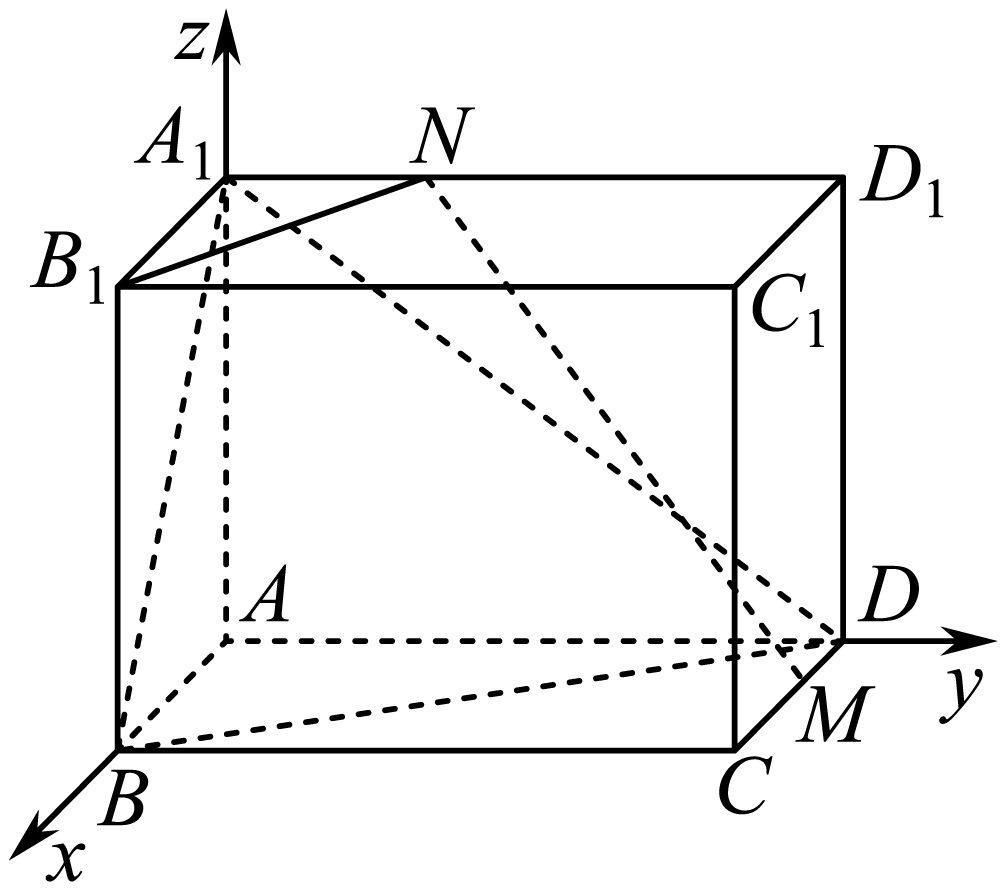
(1)得出与的坐标，由已知得出，即可列式解出答案；

(2)得出与的坐标，求出平面的法向量，即可根据已知平面，列式求解得出答案.

【小问1详解】

以*A*为原点，以，，为*x*，*y*，*z*轴的正方向建立如图所示的空间直角坐标系，则，，，，

所以，，



，

，即，解得；

【小问2详解】

由(1)得，

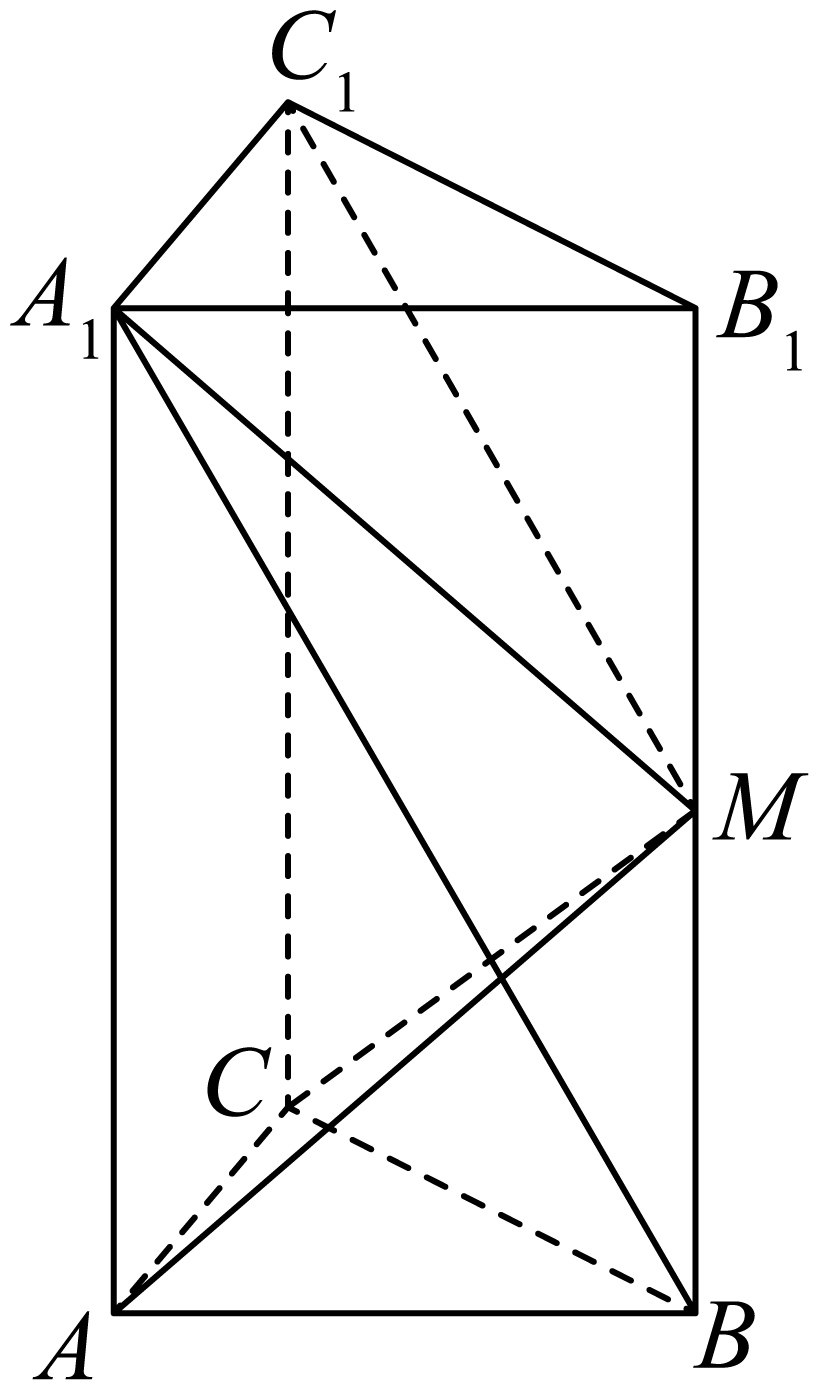
，，，

设平面的法向量为，

则，取

由平面，得，解得.

19. 在正三棱柱中，*AB*=2，*AA*1=，点*M*为*BB*1的中点．



(1)求*AB*与平面*MAC*所成角的正弦值；

(2)证明：平面*MA*1*C*1⊥平面*MAC．*

【答案】(1)

(2)证明见解析

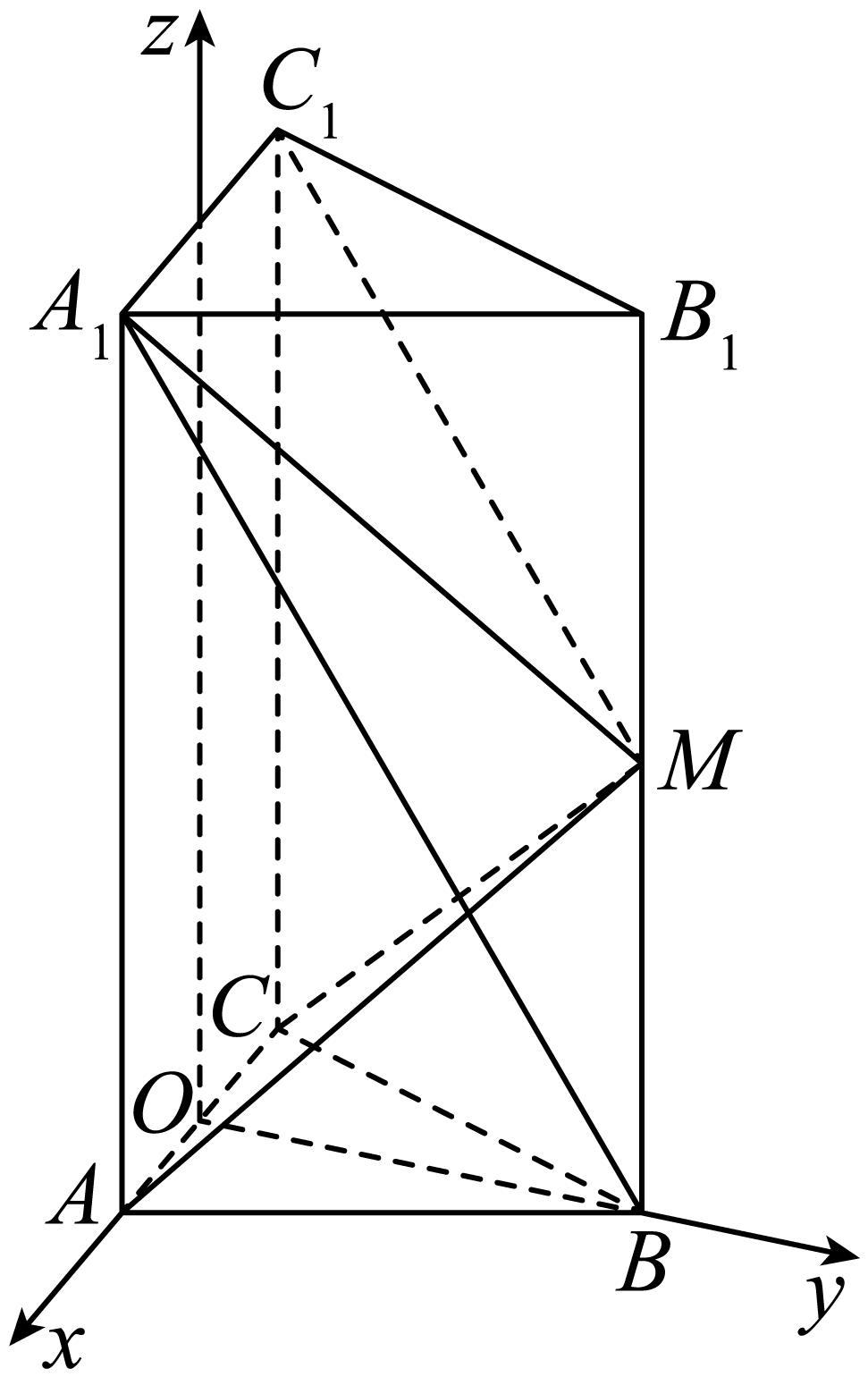
【解析】

【分析】建立空间直角坐标系,利用线面角公式即可算出答案；

利用两个平面的法向量的数量积为零，即可证明.

【小问1详解】

解：取*AC*的中点*O*，则，以*O*为原点．以，为*x*，*y*轴的正方向建立如图所示的空间直角坐标系．



即*O*(0，0，0)，*A*(1，0，0)，*C*(-1，0，0)，*B*(0，，0)，*M*(0，，)

所以，，

设平面*MAC*的法向量为，

则取

所以

故*AB*与平面*MAC*所成角的正弦值为

【小问2详解】

解：由(1)得*A*1(1，0，)，*C*1(-1，0，)，

则

设平面的法向量为，则取

所以，即，

故平面*MA*1*C*1⊥平面*MAC．*

20. 已知圆*O*：与圆*C*：相外切．

(1)求*m*的值；

(2)若直线*l*与圆*O*和圆*C*都相切，求满足条件的所有*l*的方程．

【答案】(1)

(2)或或

【解析】

【分析】(1)把两圆相外切转化圆心间距离等于半径和,计算求解即可.

(2)先设直线再满足直线和圆相切即圆心到直线距离等于半径,计算得解.

【小问1详解】

圆*O*的圆心为*O*(0，0)，半径

由圆*C*：得，．

所以圆*C*的圆心*C*(3，4)，半径

因为两圆相外切，所以，,即，解得

【小问2详解】

由(1)得圆*C*：

①当直线*l*的斜率不存在时，设*l*的方程为

依题意，解得，即*l*的方程为

②当直线*l*的斜率存在时，设*l*的方程为，

依题意，所以

当时，，代入上式可得，

解得，即

所以此时*l*的方程为

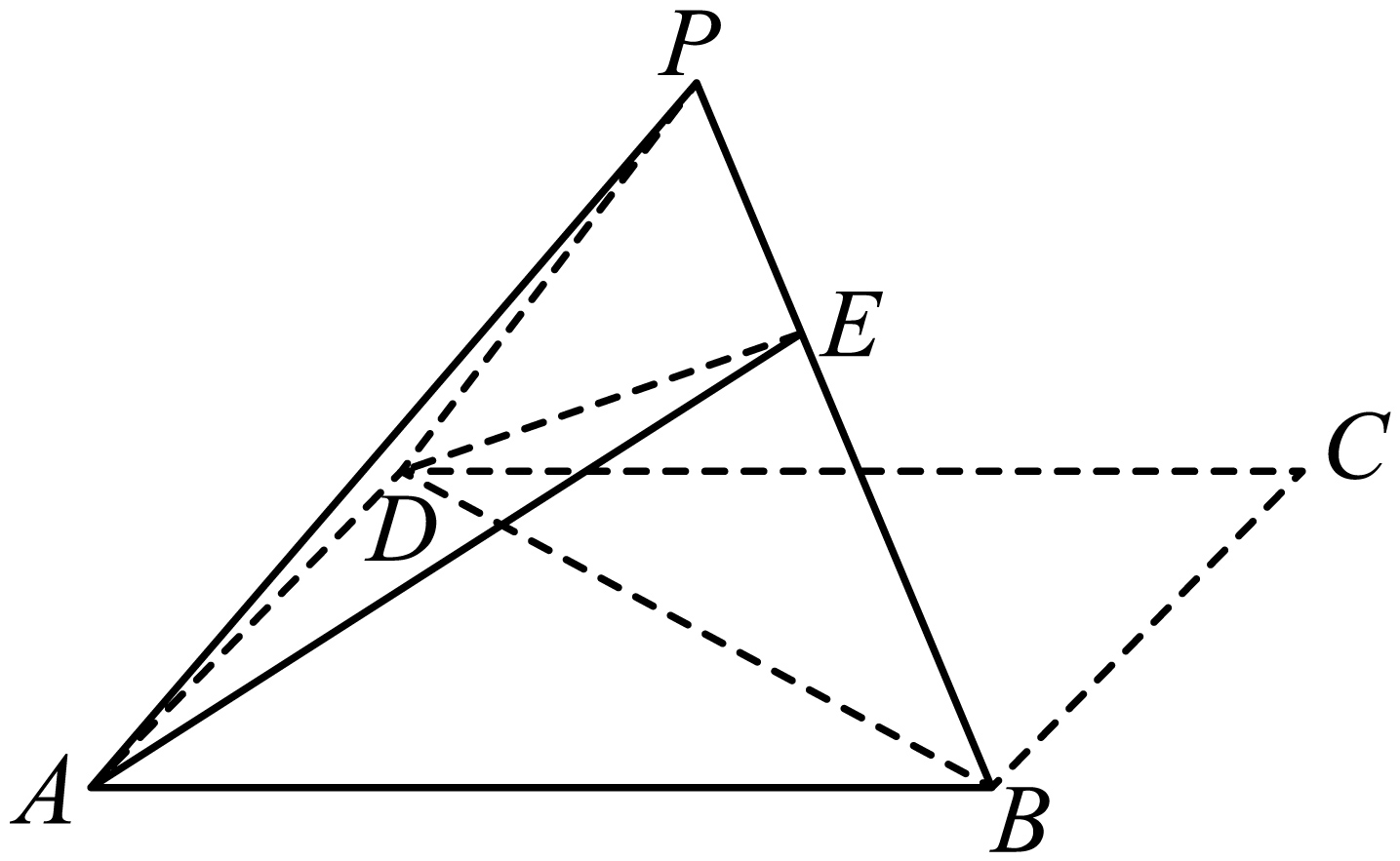
当时，代入上式可得，

解得即

所以此时*l*的方程为

故满足题设的*l*的方程为或或．

21. 如图，四边形为正方形，以为折痕把折起，使点到达点的位置，且二面角为直二面角，为棱上一点．



(1)求直线与所成角；

(2)当为何值时，平面与平面夹角的余弦值为？

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)连接、，设，推导出底面，然后以为原点，以、、为、、轴的正方向建立如图空间直角坐标系，设，利用空间向量法可求得直线与所成角；

(2)设，其中，利用空间向量法可得出关于的等式，解之即可得出结论.

【小问1详解】

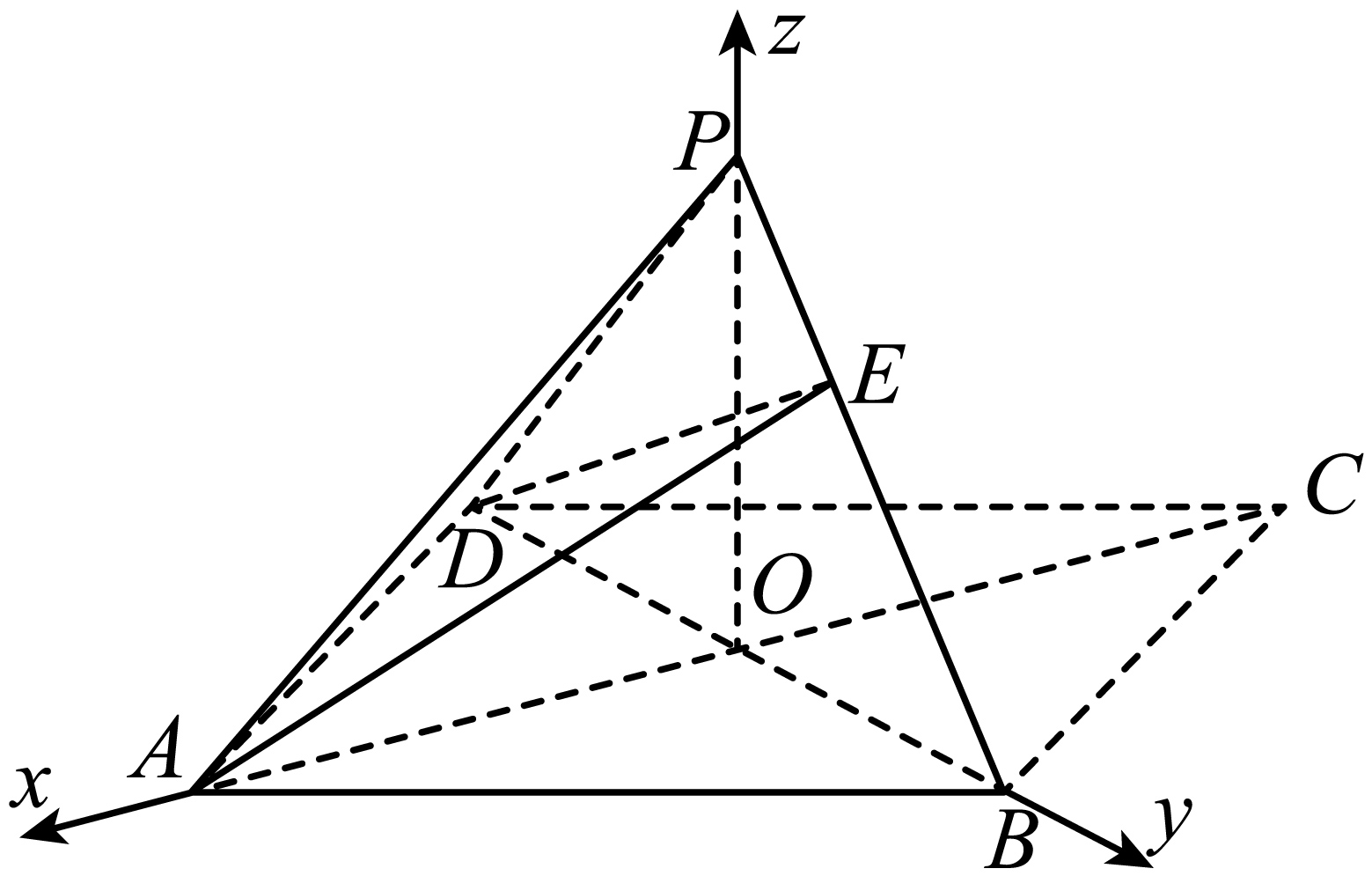
解：连接、，设，则为的中点，

由已知，，则，，

所以为二面角的平面角，所以，因此，

因为，、平面，故底面．

以为原点，以、、为、、轴的正方向建立如图所示的空间直角坐标系．不妨设．



则、、、，

，，

所以，故直线与所成角为．

【小问2详解】

解：设平面的法向量为，，，

则，取，可得，

设，其中，

，，

设平面的法向量为，

则，取，可得，

由题意可得，

因为，解得，则，故，

因此，当时，平面与平面夹角的余弦值为.

22. 已知圆*C*：，四点*P*1(1，1)，*P*2(0，2)，*P*3(1，)，*P*4(1，-)中恰有三点在圆*C*上．

(1)求圆*C*的方程；

(2)设以*k*为斜率的直线*l*经过点*Q*(4，-2)，但不经过点*P*2，若*l*与圆*C*相交于不同两点*A*，*B．*

①求*k*的取值范围；

②证明：直线*P*2*A*与直线*P*2*B*的斜率之和为定值．

【答案】(1)

(2)①或 ；②证明见解析

【解析】

【分析】(1)先判断出，，在圆*C*上，然后通过列方程组的方法求得，从而求得圆的方程.

(2)①将直线的方程代入圆的方程，化简后利用求得的取值范围.

②利用根与系数关系证得为定值.

【小问1详解】

显然圆*C*关于*x*轴对称，(1，)，(1，)关于*x*轴对称，所以、在圆*C*上，

因此不在圆*C*上，即，，在圆*C*上，代入圆的方程可得:

，解得．

所以圆*C*的方程为．

【小问2详解】

直线*l*：，．

①将直线*l*：代入圆*C*的方程得．

，解得，

又，所以或，

②设*A*(*x*1，*y*1)，*B*(*x*2，*y*2)，则，，

，，，，

所以，

圆直线*P*2*A*与直线*P*2*B*的斜率之和为定值.