**石家庄市2022~2023学年度第一学期期末教学质量检测**

**高二数学**

**第Ⅰ卷(选择题，共60分)**

**一、单选题：本大题共8小题，每小题5分，共40分，每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求．**

1. 已知直线的方程，则直线的倾斜角为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

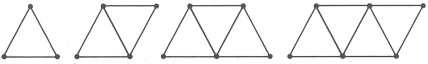
【分析】求出直线的斜率，结合直线倾斜角的取值范围可求得直线的倾斜角.

【详解】设直线的倾斜角为，则，

又因为，因此，.

故选：C

2. 用火柴棒按下图的方法搭三角形，前4个图形分别如下，按图示的规律搭下去，第10个图形需要用多少根火柴( )



A. 20 B. 21 C. 22 D. 23

【答案】B

【解析】

【分析】根据图形可知：第一个图形需要3根火柴棒，后面每多一个图形，则多用2根火柴棒，根据此规律即可计算求解.

【详解】结合图形，发现：搭第个图形，需要，

则搭第10个图形需要根火柴棒，

故选：.

3. 已知圆的圆心为(-2,1)，其一条直径的两个端点恰好在两坐标轴上，则这个圆的方程是

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【详解】设直径的两个端点分别A(a，0)、B(0，b)，圆心C为点(-2，1)，由中点坐标公式得解得a=-4，b=2．∴半径r=∴圆的方程是：(x+2)2+(y-1)2=5，即x2+y2+4x-2y=0．

故选C．

4. 已知空间四边形*ABCD*中，*G*为*CD*的中点，则等于( )

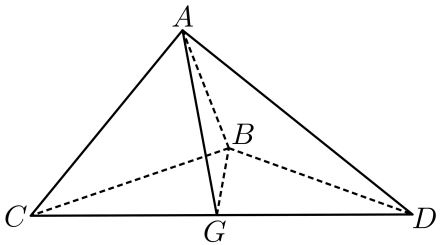
A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】利用向量平行四边形法则、三角形法则即可得出．

【详解】解：如图：



由平行四边形法则可得：，

．

故选：A．

5. 已知圆与直线切于点，则直线的方程为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】由圆心和切点求得切线的斜率后可得切线方程．

【详解】圆可化为，

所以点与圆心连线所在直线的斜率为，

则所求直线的斜率为，

由点斜式方程，可得，

整理得.

故选：A.

6. 设是双曲线的两个焦点，为坐标原点，点在上且，则的面积为( )

A.  B. 3 C.  D. 2

【答案】B

【解析】

【分析】由是以*P*为直角直角三角形得到，再利用双曲线定义得到，联立即可得到，代入中计算即可.

【详解】由已知，不妨设，

则，因为，

所以点在以为直径的圆上，

即是以*P*为直角顶点的直角三角形，

故，

即，又，

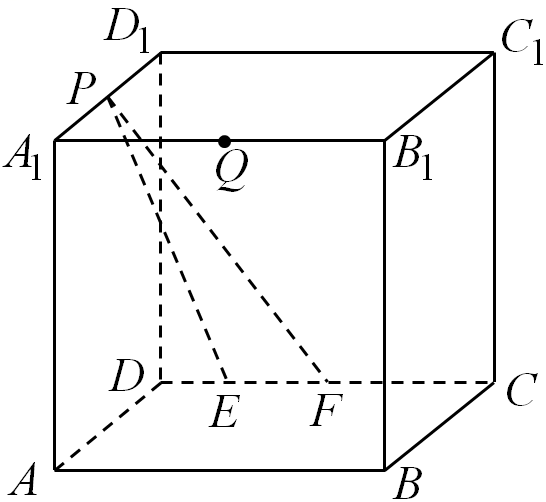
所以，

解得，所以

故选：B

【点晴】本题考查双曲线中焦点三角形面积的计算问题，涉及到双曲线的定义，考查学生的数学运算能力，是一道中档题.

7. 如图，在棱长为*a*的正方体中，*P*为的中点，*Q*为上任意一点，*E*，*F*为上两个动点，且的长为定值，则点*Q*到平面的距离( )



A. 等于 B. 和的长度有关

C. 等于 D. 和点*Q*的位置有关

【答案】A

【解析】

【分析】取中点*G*，连接，利用线面平行判断出选项B,D错误；建立空间直角坐标系，利用平面的法向量结合空间向量数量积公式求得点到面的距离，从而得出结论.

【详解】取的中点*G*，连接，则，所以点*Q*到平面的距离即点*Q*到平面的距离，与的长度无关，B错．又平面，所以点到平面的距离即点*Q*到平面的距离，即点*Q*到平面的距离，与点*Q*的位置无关，D错．

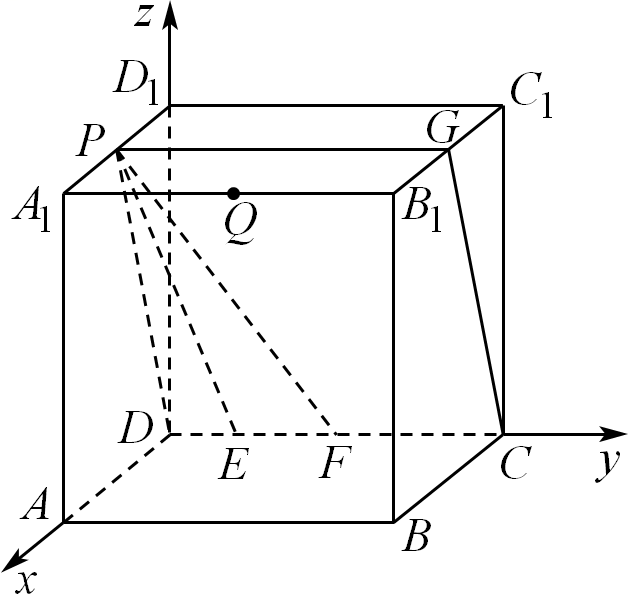
如图，以点*D*为原点，建立空间直角坐标系，则，∴，，，

设是平面的法向量，则由得

令，则，所以是平面的一个法向量．

设点*Q*到平面的距离为*d*，则，A对，C错．

故选：A．



【点睛】本题主要考查点到直线的距离，意在考查学生的数学抽象的学科素养，属中档题.

8. 已知，为椭圆与双曲线的公共焦点，是它们的一个公共点，且，，分别为曲线，的离心率，则的最小值为( )

A.  B.  C. 1 D. 

【答案】A

【解析】

【分析】由题可得，在中，由余弦定理得，结合基本不等式得，即可解决.

【详解】由题知，，为椭圆与双曲线的公共焦点，是它们的一个公共点，且，，分别为曲线，的离心率，

假设，

所以由椭圆，双曲线定义得，解得，

所以在中，，由余弦定理得

，即

，

化简得，

因为，

所以，即，

当且仅当时，取等号，

故选：A

**二、多项选择题：本大题共4小题，每小题5分，共20分，在每个小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．**

9. 已知等差数列 的前*n*项和为 ，且 ，则(　　)

A. 在数列中， 最大

B. 在数列中， 或 最大

C. 

D. 当 时，

【答案】AD

【解析】

【分析】根据，且，可推出，，故，可判断AD正确，B错误，结合等差数列的性质可判断，判断C.

【详解】为等差数列，∵，且，

∴ ，

即，

∴{*an*}是递减等差数列，最大，当 时，，当 时，，

故AD正确，B错误，

 ，

则 ，故C错误，

故选：AD．

10. 已知直线*l*：，其中，下列说法正确的是( )

A. 当时，直线*l*与直线垂直

B. 若直线*l*与直线平行，则

C. 直线*l*过定点

D. 当时，直线*l*在两坐标轴上的截距相等

【答案】AC

【解析】

【分析】对于A，代入，利用斜率之积为得知直线*l*与直线垂直；

对于B，由两平行线的一般式有求得，从而可判断正误；

对于C，求定点只需令参数的系数为0即可，故直线*l*过定点；

对于D，代入，分别求得直线*l*在两坐标轴上的截距即可判断正误.

【详解】对于A，当时，直线*l*的方程为，故*l*的斜率为1，直线的斜率为，因为，所以两直线垂直，所以A正确；

对于B，若直线*l*与直线平行，则，解得或，所以B错误；

对于C，当时，则，所以直线过定点，所以C正确；

对于D，当时，直线*l*的方程为，易得在*x*轴、*y*轴上的截距分别是，所以D错误.

故选：AC.

11. 已知直线过抛物线的焦点*F*，且与抛物线*C*交于*A*，*B*两点，过*A*，*B*两点分别作抛物线准线的垂线，垂足分别为*M*，*N*，则下列说法正确的是( )

A. 抛物线的方程为 B. 线段的中点到*y*轴的距离为

C. 线段的长度为 D. 

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据给定条件，求出焦点*F*的坐标判断A；联立直线*l*与抛物线*C*的方程，利用韦达定理，结合抛物线定义、向量垂直的坐标表示判断BCD作答.

【详解】显然抛物线的焦点*F*在*x*轴上，直线与*x*轴交于点，

即，则，解得，抛物线的方程为，准线方程为，A正确；

由消去并整理得：，设，

则有，线段的中点横坐标为，因此线段的中点到*y*轴的距离为，B错误；

，因此线段的长度为，C正确；

显然点，，

则，

即，因此，D正确.

故选：ACD

12. 数学美的表现形式不同于自然美或艺术美那样直观，它蕴藏于特有的抽象概念，公式符号，推理论证，思维方法等之中，揭示了规律性，是一种科学的真实美．平面直角坐标系中，曲线就是一条形状优美的曲线，对于此曲线，给出如下结论，其中结论正确的有( )

A. 曲线*C*围成的图形的面积是

B. 曲线*C*围成的图形的周长是

C. 曲线*C*上的任意两点间的距离不超过2

D. 若是曲线*C*上任意一点，则的最小值是

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据方程分析曲线*C*的性质以及图象，根据曲线*C*的性质和图象结合直线与圆的相关知识逐项分析判断.

【详解】对于曲线上任一点，则，

点关于轴对称的点为，则，

即点在曲线*C*上，故曲线*C*关于轴对称；

点关于轴对称的点为，则，

即点在曲线*C*上，故曲线*C*关于轴对称；

点关于原点对称的点为，则，

即点在曲线*C*上，故曲线*C*关于原点对称；

综上所述：曲线*C*关于坐标轴和原点对称.

对于方程，

令，则，解得或，即曲线*C*与轴的交点坐标为，

同理可得：曲线*C*与轴的交点坐标为，

当时，则，整理得，且，

故曲线*C*在第一象限内为以为圆心，半径的半圆，

由对称性可得曲线*C*为四个半圆外加坐标原点，

对A：曲线*C*围成的图形的面积，A正确；

对B：曲线*C*围成的图形的周长是，B正确；

对C：联立方程，解得或，

即曲线*C*与直线在第一象限内的交点坐标为，由对称可知曲线*C*与直线在第三象限内的交点坐标为，

则，C错误；

对D：由图结合对称性可知：当在第一象限时，点到直线的距离相对较小，

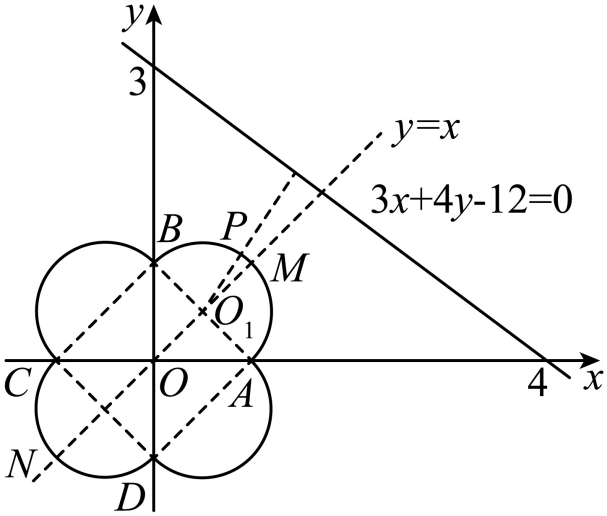
∵到直线的距离，

则点到直线的距离，

∴

故的最小值是，D正确.

故选：ABD.



【点睛】方法点睛：

(1)通过方程研究曲线的对称性时，往往通过点的对称证明曲线的对称性；

(2)研究直线与圆的位置关系主要通过圆心到直线的距离和半径的比较实现，两个圆的位置关系的判断依据是两圆心距离与两半径差与和的比较．

**第Ⅱ卷(非选择题，共90分)**

**三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．**

13. 抛物线的焦点到双曲线的渐近线的距离是\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【详解】双曲线的渐近线为 的焦点到渐近线距离为.

14. 设，向量，且，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】根据空间向量的垂直及平行的坐标表示求出，再由向量的坐标运算及模的坐标表示求解．

【详解】因为，所以，解得，则．

因，所以，解得，则．

．

故答案为:.

15. 已知各项不为0的等差数列满足，数列是等比数列，且，则\_\_\_\_\_\_．

【答案】8

【解析】

【分析】首先根据题意得到，在利用等比数列的性质求解即可.

【详解】因为，所以，

即，因为，所以，则.

.

故答案为：8

16. 已知为圆的直径，点为直线上的任意一点，则的最小值为\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】分析可得，可知当与直线垂直时，取最小值，利用点到直线的距离公式可求得的最小值.

【详解】圆心，半径为，且点为线段的中点，

，

圆心到直线的距离为，

当与直线垂直时，取最小值，即取最小值，

且.

故答案为：.

**四、解答题：本大题共6道小题，共70分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．**

17. 设等差数列的前项和为，，.

(1)求数列的通项公式；

(2)若，求数列的前项和.

【答案】(1)(2)

【解析】

【分析】

(1)根据等差数列通项公式及前项和公式，可得的方程组，解方程组即可确定数列的通项公式；

(2)根据数列的通项公式，代入数列，利用分组求和法即可求得数列的前项和.

【详解】(1)设等差数列的公差为，由，

，即，

所以，解得，

所以.

(2)因为，

所以





.

【点睛】本题考查了等差数列通项公式及前项和公式的简单应用，分组求和法的应用，属于基础题.

18. 在平面直角坐标系中，曲线与坐标轴的交点都在圆上．

(1)求圆的方程；

(2)若圆与圆相交于*A*、*B*两点，求弦长．

【答案】(1)

(2)4

【解析】

【分析】(1)写出曲线与坐标轴的交点坐标，利用圆心的几何特征设出圆心坐标，构造关于圆心坐标的方程，通过解方程确定出圆心坐标，进而算出半径，写出圆的方程；

(2)根据圆与圆相交得相交直线所在方程，利用直线与圆求相交弦长即可.

【小问1详解】

曲线与轴的交点为，与轴的交点为,，,．

可知圆心在直线上，故可设该圆的圆心为，

则有，解得，

故圆的半径为，所以圆的方程为；

【小问2详解】

的方程为．即

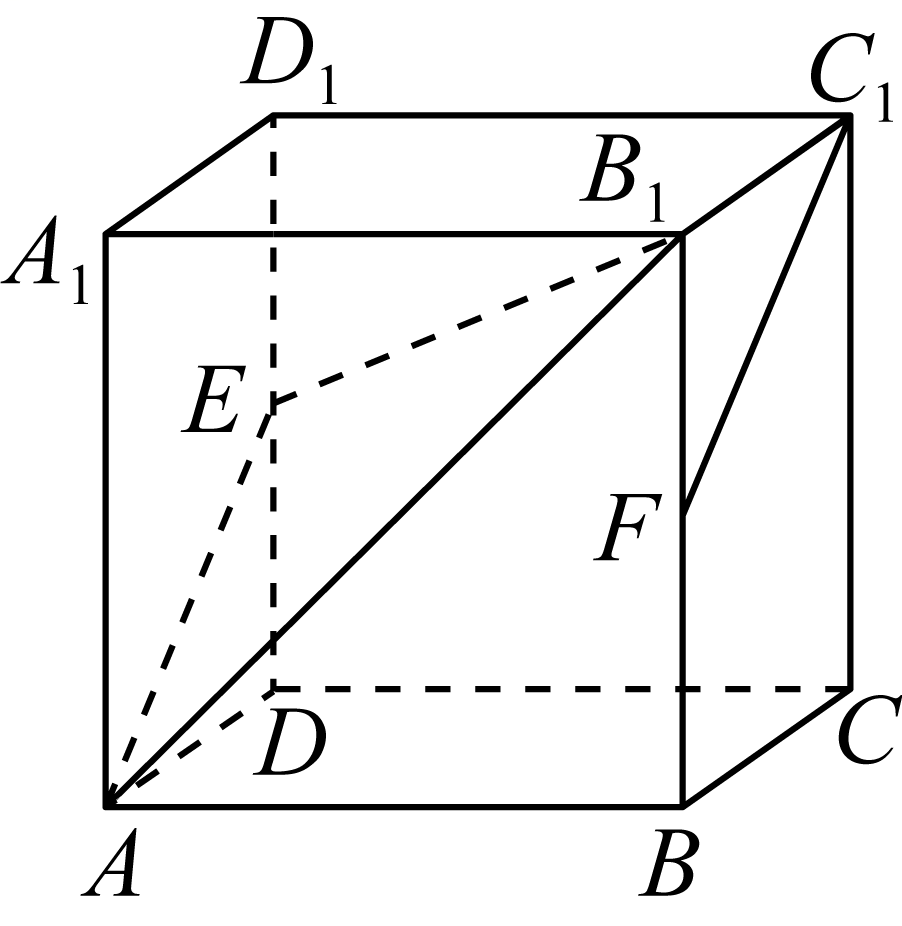
圆*D*：，即

两圆方程相减，得相交弦*AB*所在直线方程为

圆*C*的圆心到直线距离为，

所以.

19. 如图，在棱长为1的正方体中，*E*为线段的中点，*F*为线段的中点.



(1)求直线与直线的所成角的余弦值；

(2)求点到平面的距离.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)建立空间直角坐标系，利用向量法求得直线与直线的所成角的余弦值.

(2)利用向量法求得点到平面的距离.

【小问1详解】

建立如图所示空间直角坐标系，

，

设直线与直线的所成角为，

所以.

【小问2详解】

，

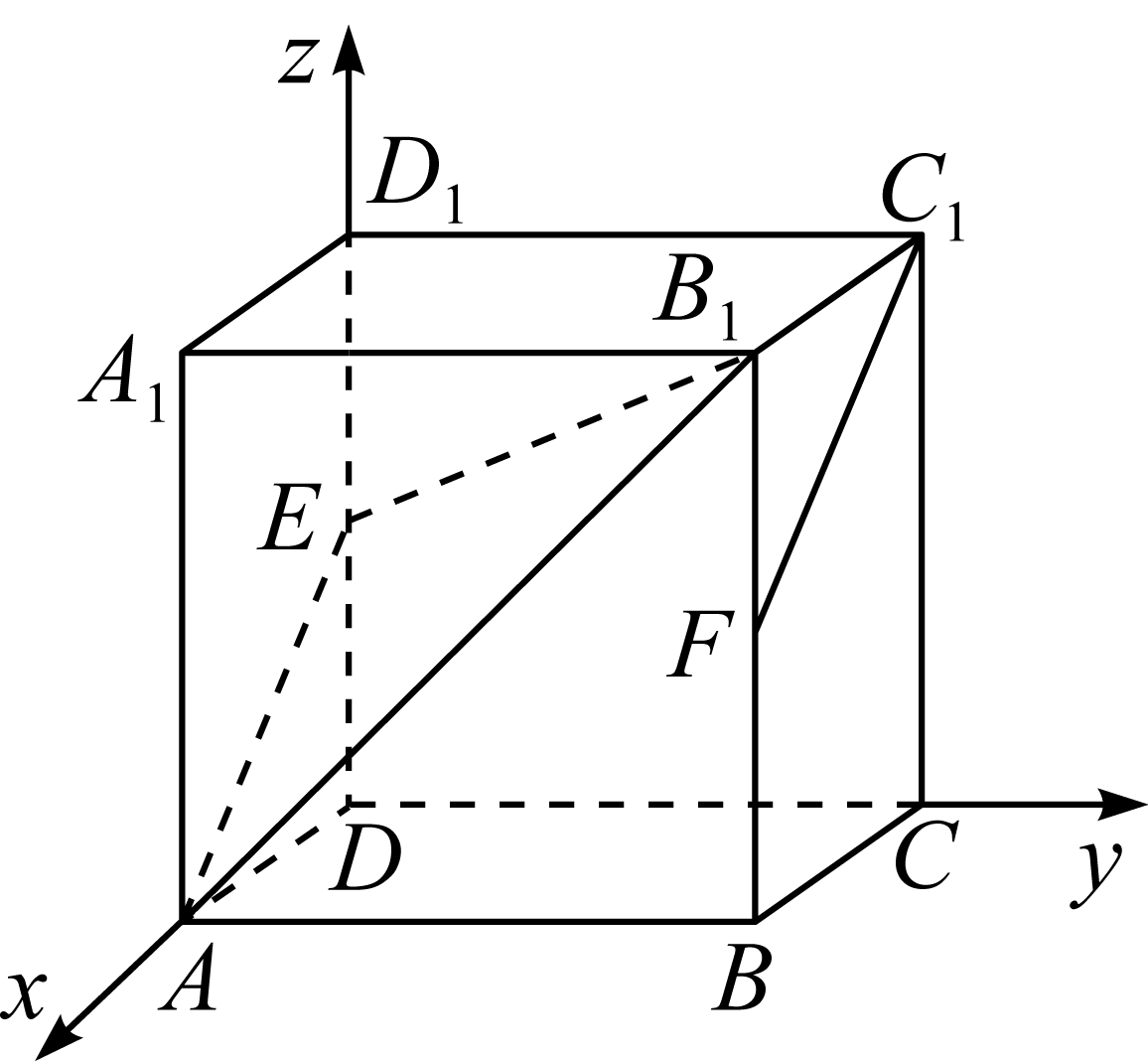
，

设平面的法向量为，

，故可设.

设到平面的距离为，

则.



20. 已知*O*为坐标原点，点和点，动点*P*满足.

(1)求动点*P*轨迹曲线*W*的方程并说明*W*是何种曲线；

(2)若抛物线()的焦点*F*恰为曲线*W*的顶点，过点*F*的直线*l*与抛物线*Z*交于*M*，*N*两点，，求直线*l*的方程.

【答案】(1)曲线的方程为，它是焦点为的双曲线的右支.

(2)或．

【解析】

【分析】(1)由动点满足：可得到轨迹曲线为双曲线的右支；

(2)由(1)可得的坐标，然后再求出抛物线的方程，设出直线的方程为，后根据弦长公式得到关于的方程，解出即可．

【小问1详解】

解： 动点满足，

点的轨迹曲线为双曲线的一支，由双曲线的定义有，，

，

曲线的方程为；

【小问2详解】

解：由(1)可知曲线的顶点，

，

，

所以抛物线的方程为．

由题意，直线的倾斜角不能为0，

设直线的方程为，设，，，，

代入到消去得：，

，

，，



，

或，

直线的方程为或．

21. 已知数列满足，．

(1)证明：数列为等差数列，并求数列的通项公式；

(2)若记为满足不等式的正整数的个数，数列的前项和为，求关于的不等式的最大正整数解．

【答案】(1)证明见解析，

(2)

【解析】

【分析】(1)在等式两边取倒数，结合等差数列的定义可证得数列为等差数列，确定该数列的公差，可求得数列的通项公式；

(2)解不等式可得到满足条件的正整数的个数，可得出的通项公式，利用错位相减法可求得，再利用数列的单调性可求得满足题意的最大正整数的值.

【小问1详解】

解：由取倒数得，即，

所以为公差为的等差数列，则，所以，.

【小问2详解】

解：当时，，

所以，满足条件的整数的个数为，即，

所以，，故数列单调递增，

所以，，

则，

上式下式得

，所以，，

因为，，则，

因此，满足的最大正整数的值为.

22. 已知椭圆的离心率为，且经过点．

(Ⅰ)求椭圆的方程；

(Ⅱ)过点，作直线与椭圆交于不同的两点，，试问在轴上是否存在定点，使得直线与直线恰关于轴对称？若存在，求出点的坐标；若不存在，说明理由．

【答案】(1)；(2)存在，.

【解析】

【分析】(Ⅰ)运用椭圆的离心率公式和点满足椭圆方程，列出方程求出，，由此能求出椭圆的方程；

(Ⅱ)假设存在点满足题设条件，分与轴重合和与轴不重合两种情况分类讨论，利用韦达定理化简计算能求出结果．

【详解】解：(Ⅰ)由题意可得，，又，

解得，，

所以，椭圆的方程为．

(Ⅱ)存在轴上在定点，使得直线与直线恰关于轴对称，

设直线的方程为，与椭圆联立可得．

设，，，，假设在轴上存在定点．

，．

与关于轴对称，，

即，

，

，

．

在轴上存在定点，．使得直线与直线恰关于轴对称．

特别地，当直线是轴时，点，．也使得直线与直线恰关于轴对称．

综上，在轴上存在定点，．使得直线与直线恰关于轴对称．

【点睛】本题主要考查椭圆的标准方程及直线与椭圆的位置关系，考查推理论证能力、运算求解能力，考查化归与转化思想、函数与方程思想，是中档题．