**宁波市2022学年第一学期期末九校联考**

**高二数学试题**

**第I卷**

**一､选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 直线的倾斜角为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】首先求出直线的斜率，再根据斜率与倾斜角的关系求出直线的倾斜角；

【详解】解：直线的斜率，设倾斜角为，则，因为，所以

故选：A

2. 设一组样本数据的均值为2，方差为，则数据的均值和方差分别为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意，结合平均数与方差的计算公式，即可求解.

【详解】根据题意，易知新数据的平均数为；

方差为.

故选：D.

3. 设，向量，且，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】由向量的关系列等式求解*x*，*y*的值，再运用向量的数乘及加法的坐标表示公式，结合向量的模计算得出结果.

【详解】向量，

且，

∴，解得

∴，

∴，选项C正确.

故选：C．

4. 对空间中任意一点和不共线的三点，能得到在平面内的是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】用向量来判定点在平面内，只需要满足：()

【详解】因为*A*、*B*、*C*三点不共线，则不共线，

若四点共面，则存在唯一的一组实数使得，

即，变形得，

对于，，整理得，则，所以在平面内，故选项正确；

对于，，可得：

则，故不在平面内，故选项错误；

对于C，，可得：，

则，故不在平面内，故选项C错误；

对于，，可得：

则，故不在平面内，故选项错误；

故选：

5. 过双曲线内一点且斜率为的直线交双曲线于两点，弦恰好被平分，则双曲线的离心率为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】设，则有，，将两点的坐标代入双曲线方程相减，再结合的关系，可得，从而可得，从而可得答案.

【详解】解：由题意可得，且，

又因为，

所以，

即有，

所以，

所以，

所以，

所以，

所以.

故选：C.

6. 已知函数及其导函数满足，则( )

A.  B. 0 C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据题意，对原式进行求导，然后令，代入计算，即可得到结果.

【详解】因为，则

令，则，解得

故选:A

7. 已知椭圆和双曲线具有相同的焦点，离心率分别为，椭圆的长轴恰好被双曲线的焦点､顶点､中心平分为若干条等长线段，则( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意确定椭圆顶点坐标、双曲线顶点坐标、焦点用表示，进而可求解.

【详解】不妨设焦点在轴上，

根据题意，若双曲线的实轴长为，则椭圆的实轴长为，

则有椭圆的左右顶点为，双曲线左右顶点为，

焦点为，

所以，所以，故A错误，B正确；

，故C错误；

，故D错误，

故选:B.

8. 已知对任意恒成立，其中为常数且，则( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】首先求得；当时，可知单调递增，分别在和的情况下，说明存在的区间，可知不合题意；当时，根据单调性可求得最小值，由可整理得到结果.

【详解】由题意知：定义域为，；

①当时，，在上单调递增，且；

若，即，则当时，，不合题意；

若，即，则，，

，使得，则当时，，不合题意；

②当时，若，则；若，则；

在上单调递减，在上单调递增，

，

若恒成立，则，即；

综上所述：且.

故选：C.

【点睛】关键点点睛：本题考查利用导数求解恒成立问题，解题关键是能够将问题转化为，从而分别在和的情况下讨论的单调性，进而由单调性确定最小值.

**二､多选题本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 若动点满足(且)其中点是不重合两个定点)，则点的轨迹是一个圆，该轨迹最先由古希腊数学家阿波罗尼斯发现，故称作阿波罗尼斯圆.已知点，，动点满足，点的轨迹为圆，则( )

A. 圆的方程为

B. 若圆与线段交于点，则

C. 圆上有且仅有两个点到直线的距离为

D. 设动点，则的最大值为

【答案】ABD

【解析】

【分析】设点代入关系式化简可得的轨迹方程为一个圆，可判断AB；利用圆心且与直线的距离为，且，可判断C；利用，转化为圆心到点的距离加上圆的半径后，再平方再减去25可判断D.

【详解】设，由得，

整理得，即，故A正确；

在上，所以，故B正确

过圆心且与直线平行的直线方程为，

圆心到直线的距离为，所以直线与圆相交，

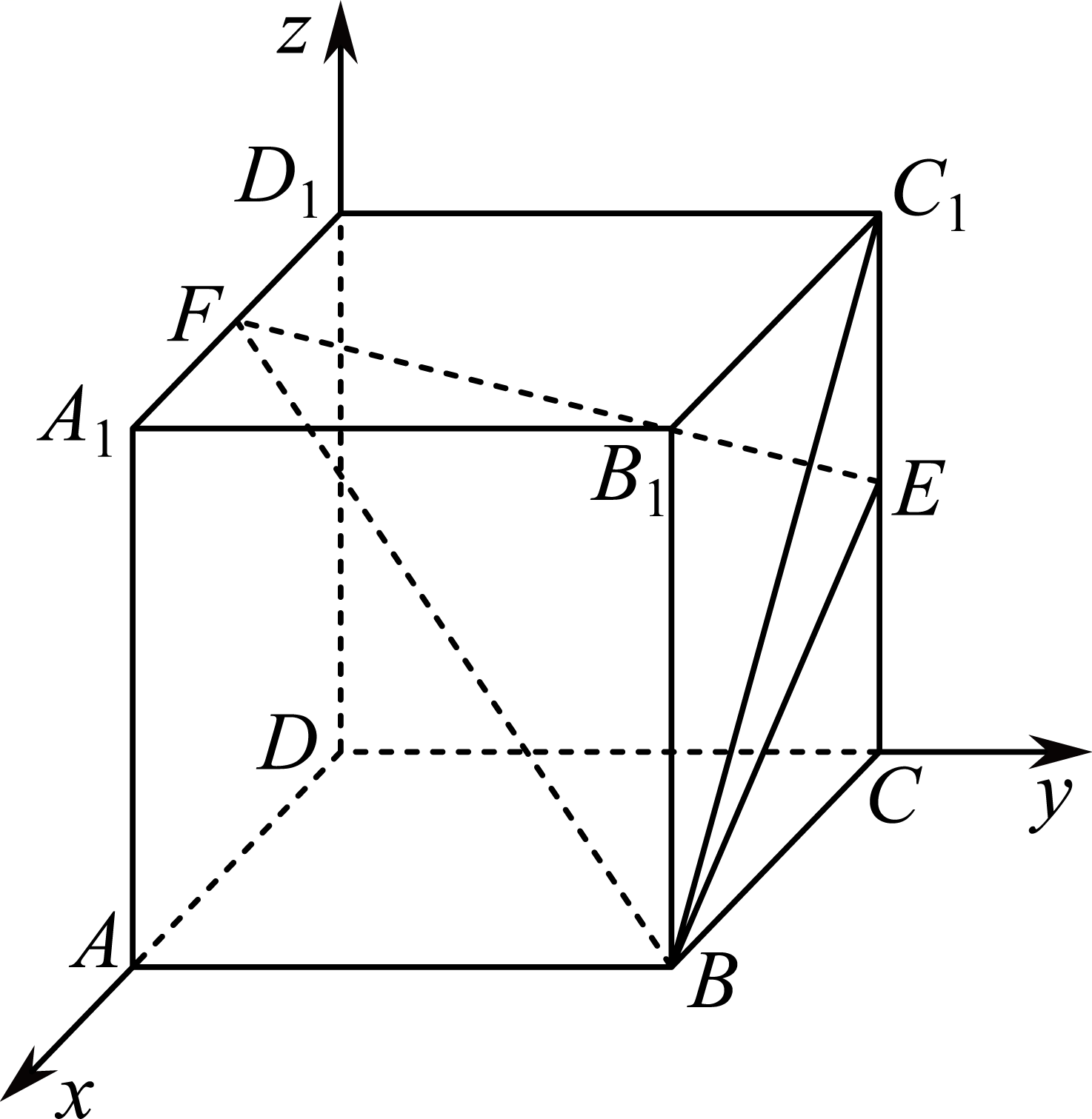
因为，所以在直线与直线之间的圆弧上有两个点到直线直线的距离为，在直线的另一侧的圆上还有两个点到直线的距离为，共有4个点，故C错误；

设动点，所以，

则，即求圆上的点到点的距离的平方减去25的最大值，转化为圆心到点的距离加上圆的半径后，再平方再减去25即可，所以，故D正确.

故选：ABD.

10. 如图，在棱长为2的正方体中，分别为的中点，如图所示建立空间直角坐标系，则下列说法正确的是( )



A. 

B. 

C. 平面的一个法向量为

D. 平面与平面夹角的正切值为

【答案】BC

【解析】

【分析】根据题意，得到各点的坐标，结合空间向量的坐标运算以及法向量，对选项逐一判断，即可得到结果.

【详解】由题意可得

对于A，因为，则，故A错误；

对于B，因为，则，

所以，故B正确；

对于C，因为，，

设平面的法向量为，

则，解得，令，则

所以平面的一个法向量为，故C正确；

对于D，因为，

设平面的法向量为

则，解得，

令，则平面的一个法向量为

设平面与平面夹角为，

则

即，则，所以，故D错误；

故选:BC

11. 已知抛物线，过焦点的直线与抛物线交于两点，则下列说法正确的是( )

A. 抛物线的准线方程为

B. 

C. 若，则的斜率为

D. 是过焦点且与垂直的弦，则

【答案】BCD

【解析】

【分析】A选项，将抛物线方程写出标准形式，求出准线方程，A错误；

B选项，设出直线方程为，与抛物线方程联立后，根据韦达定理求出两根之积；

C选项，由，得到，结合两根之积，求出，分两种情况，结合两根之和求出的值，进而求出直线的斜率；

D选项，利用焦点弦长公式求出，从而结合斜率关系求出，得到.

【详解】变形为，准线方程为，A错误；

设过焦点的直线方程为，

与抛物线联立得：，

则，，B正确；

因为，所以，代入中，解得：，

当时，，则，解得：，

故直线的斜率为，

当时，，则，解得：，

故直线的斜率为，

则的斜率为，C正确；

由焦点弦长公式可得：

，

是过焦点且与垂直的弦，同理可得：，

故，D正确.

故选：BCD

12. 已知，若整数满足，则大小关系可能为( )

A.  B. 

C  D. 

【答案】BCD

【解析】

【分析】对两边同时取对数，令，对求导得出单调性，即可求出的单调性，即可得出答案.

【详解】因为，对两边同时取对数，

所以令，

所以，

所以在上单调递增，在上单调递减，

由复合函数“同增异减”的原则，可知，

在上单调递增，在上单调递减，

因为，所以若，则，

若，则可能，

若，则可能.

当，则，但因为为整数，

而在区间不存在正整数，所以不成立.

故选：BCD.

**第II卷**

**三､填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 甲乙丙三人进行射击练习，已知甲乙丙击中目标的概率分别为，则三人中至少有两人击中目标的概率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】##

【解析】

【分析】根据题意，分别求得三人均未击中目标与只有一人击中目标的概率，然后用减去其概率之和，即可得到结果.

【详解】根据题意，三人均未击中目标的概率为；

只有一人击中目标的概率为

所以三人中至少有两人击中目标的概率为

故答案为:

14. 过点的直线与椭圆交于两点，则的最大值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据联立后弦长公式和换元法以及二次函数得最值即可求解.

【详解】①当直线斜率存在时，

设直线方程为：

联立，

得，

即，

所以，

所以，

令，

则原式，

令，

则原式，

当时取得最大值，

此时，.

②当直线斜率不存在时，



所以的最大值是.

故填：.

15. 已知四棱锥的底面为边长为2的正方形，分别为和的中点，则平面上任意一点到底面中心距离的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】由面到点的距离的最小值转化为点到面的距离的最小值，建立合适的空间直角坐标系，由点到面的距离即可求得平面上任意一点到底面中心距离的最小值.

【详解】四棱锥的底面为边长为2的正方形，连接且相交于点，则点是底面中心，，

取的中点，连接，则，

又，





又，

面

又面，

面面

又，为面与面的交线，平面

面

又面，面，



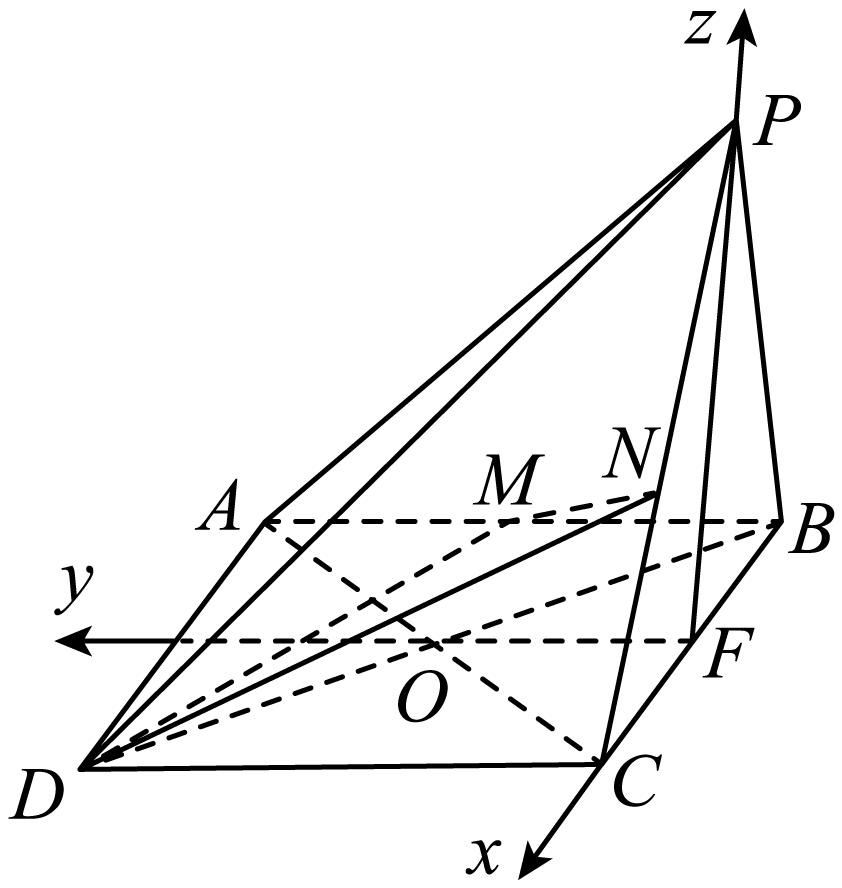
以点为原点，以分别为轴，轴，轴建立空间直角坐标系，

则，，，设平面的法向量为，设到平面的距离为，

则

令，则，

代入距离公式得，



故答案为：.

16. 已知不等式恒成立，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】法一：利用同构得到，即，构造，，利用导函数求出其最小值，得到；

法二：先代入求出，再构造函数，证明其必要性即可.

【详解】法一：变形为，

构造，定义域为，

则在上恒成立，

所以在单调递增，

故，两边平方后变形得到，

构造，，

则，当时，，当时，，

故在处取得极小值，也是最小值，

可知，故，

的最大值为；

法二：中令得：，

解得：，

当时，只要证，，

其中，显然成立，

以下是证明过程：构造，，

，当时，，当时，，

故在上单调递减，在上单调递增，

故，故，，

只要证，即，由于，

故只要，

构造，，

则，当时，，当时，，

故在上单调递减，在上单调递增，

故，故，，

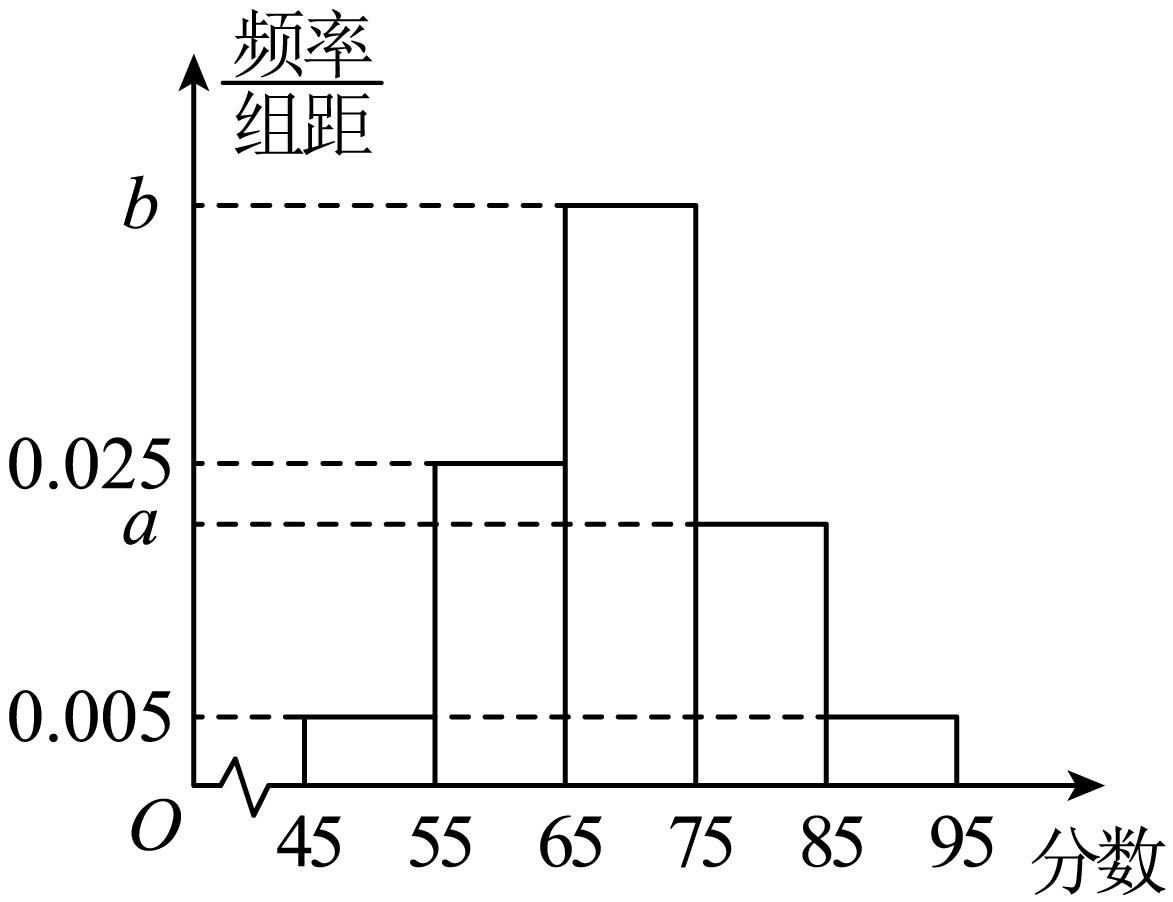
综上：可得的最大值为.

故答案为：

【点睛】数学问题的转化要注意等价性，也就是充分性与必要性兼备，有时在探求参数的取值范围时，为了寻找解题突破口，从满足题意得自变量范围内选择一个数，代入求得参数的取值范围，从而得到使得问题成立的一个必要条件，这个范围可能恰好就是所求范围，也可能比所求的范围大，需要验证其充分性，这就是所谓的必要性探路和充分性证明，对于特殊值的选取策略一般是某个常数，实际上时切线的横坐标，端点值或极值点等.

**四､解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤.**

17. 2022年10月16日至10月22日中国共产党第二十次全国代表大会在北京顺利召开，会后各地掀起了学习贯彻二十大精神的热潮.某中学在进行二十大精神学习讲座后，从全校学生中随机抽取了200名学生进行笔试(试卷满分100分)，并记录下他们的成绩，其中成绩分组区间是：第一组，第二组，第三组，第四组，第五组，并整理得到如下频率分布直方图，已知图中前三个组的频率依次构成等差数列.



(1)求这部分学生成绩的中位数､平均数(保留一位小数)；

(2)为了更好的了解学生对二十大精神的掌握情况，学校决定在成绩较高的第四､五组中用分层抽样的方法抽取5名学生，进行第二轮面试，最终从这5名学生中随机抽取2人作为校二十大精神的宣传员，求85分(包括85分)以上的同学恰有1人被抽到的概率.

【答案】(1)中位数为，平均数为

(2)

【解析】

【分析】(1)根据题意，结合平均数，中位数的定义，代入计算，即可得到结果.

(2)根据题意，结合古典概型的计算公式，代入计算，即可得到结果.

【小问1详解】

由题意可知：，解得

设中位数为，则.

故中位数为

平均数为



【小问2详解】

由分层抽样得最终5名学生中第四组有4人､第五组有1人

故85分(包括85分)以上的同学恰有1人被抽到的概率为

18. ①圆与直线相切；②圆被直线截得的弦长为；在①②这两个条件中任选一个，补充在下面的问题中进行求解.

已知圆经过点，圆心在直线上，且\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

(1)求圆的标准方程；

(2)已知圆与圆关于直线对称，过原点的直线交圆于两点，求弦中点的轨迹方程.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)若选①，设圆心，求出圆心到的距离可得圆的半径，再由可求出圆心坐标，从而可求出圆的方程；若选②，设圆心，求出圆心到的距离，再由弦长，弦心距和半径的关系列方程可求出圆心和半径，从而可求得圆的方程；

(2)先利用对称的关系求出圆的方程，再由在以为直径的圆上，从而可求出其轨迹方程.

【小问1详解】

选①设圆心，

圆心到的距离，

所以，解得，

所以圆心

所以圆*C*：

选②设圆心，圆心到的距离 ，

因为圆被直线截得的弦长为，

所以圆的半径为，

因为圆经过点，

所以，解得，

解得，圆*C*：

【小问2详解】

设圆心(3，2)关于的对称点为，则

，解得

所以圆，

因为过原点的直线交圆于两点，弦中点为，

所以

所以在以为直径的圆上，

设，则轨迹方程为，

即

19. 已知函数

(1)若函数存在两个极值点，求的取值范围；

(2)若在恒成立，求的最小值.

【答案】(1)或

(2)

【解析】

【分析】(1)函数存在两个极值点，等价于有两个不同的解，利用判别式大于零求解即可；

(2)在恒成立，即，转化为求的最大值，利用导数即可得答案.

【小问1详解】

因为，

所以

因为函数存在两个极值点，

所以有两个不同的解，

所以，解得或

【小问2详解】

在恒成立，即恒成立，

令，则 

因为，

设，

在上都递减，

所以在上递减，

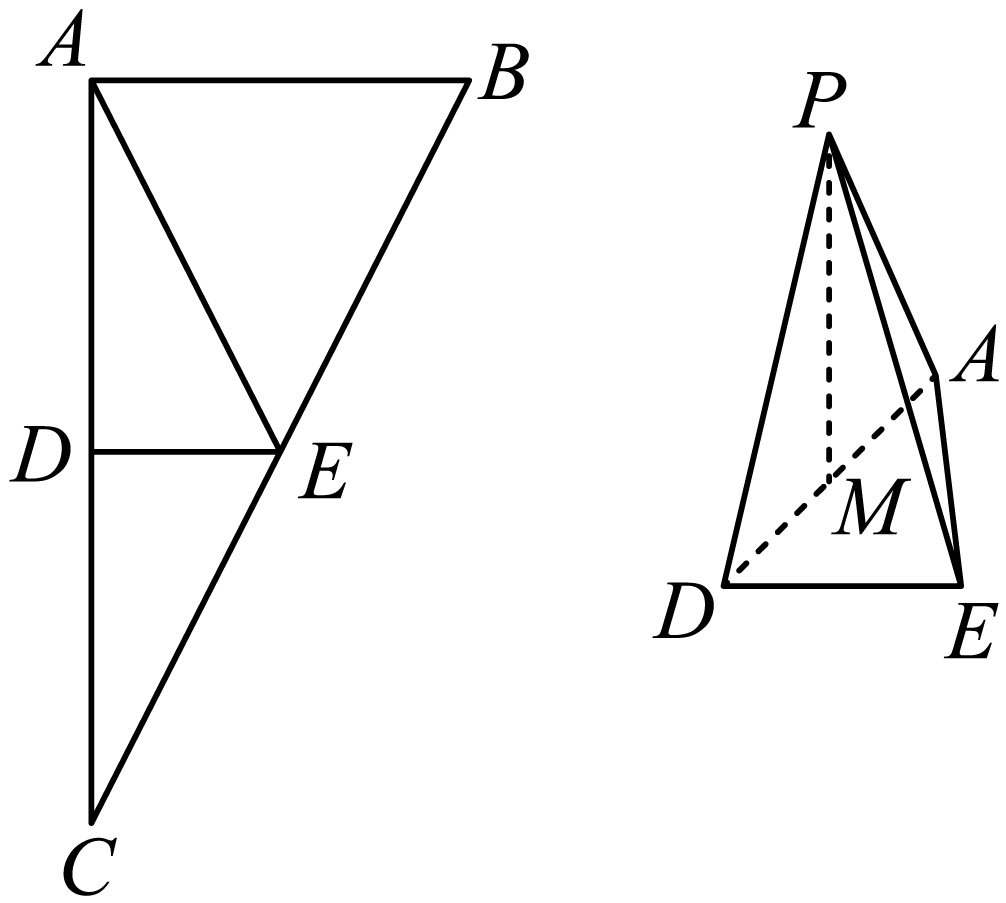
所以，当时，，此时，在上递增，

当时，，此时，在上递减，

所以，

所以， 即

20. 已知直角三角形中，，分别是边中点，将和分别沿着翻折，形成三棱锥是中点



(1)证明：平面；

(2)若直线上存在一点，使得与平面所成角的正弦值为，求的值.

【答案】(1)证明见解析

(2)

【解析】

【分析】(1)先证，，再根据线面垂直的判定可证结论成立；

(2)取的中点，连，以为原点，，，分别为轴，建立空间直角坐标系，根据线面角的正弦值的向量公式可求出结果.

【小问1详解】

因为为中点，

所以；

又因为，平面平面，平面，，

所以平面，又平面，所以，

因为平面，平面，，

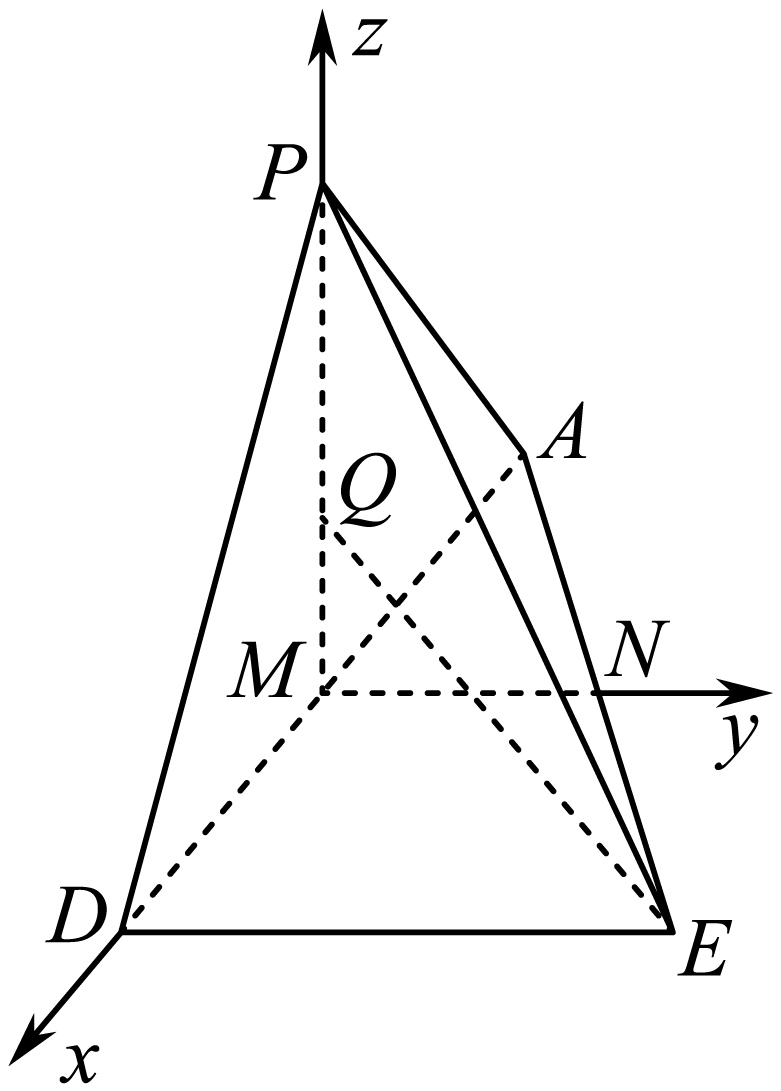
所以平面

【小问2详解】

取的中点，连，则，

由(1)可知两两垂直，

以为原点，，，分别为轴，建立空间直角坐标系，如图：



由，得，

，

设平面的一个法向量，

由，取，得，，得，

设，则，

，解得，故

21. 已知双曲线过点，左右顶点分别为，过左焦点且垂直于轴的直线交双曲线于两点，以为直径的圆恰好经过右顶点.

(1)求双曲线的标准方程；

(2)若是直线上异于的一点，连接分别与双曲线相交于，当轴正半轴上的虚轴端点到直线的距离最大时，求直线的方程.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)由题意可得，又因为双曲线过点，解方程即可求出双曲线的标准方程；

(2)[法一]记的斜率分别为，由题意可得，设与双曲线的方程联立，表示出，代入化简得，可得直线过定点，当到直线的距离最大时，即可求出直线的方程；

[法二]设点设代入，表示出的坐标，同理表示出的坐标，即可求出直线的方程，可得直线过定点，当到直线的距离最大时，即可求出直线的方程.

【小问1详解】

因为以为直径的圆恰好经过右顶点，

所以，所以，



，

设代入得，故

【小问2详解】

[法一]记的斜率分别为



又故，

设代入

，



，代入化简得

不过，直线过定点

当到直线的距离最大时，此时

即

[法二]设点

代入



同理由可得



则直线即

所以直线过定点

当到直线的距离最大时，此时

即.

22. 已知函数

(1)讨论函数的零点的个数；

(2)若函数有两个零点，证明：

【答案】(1)答案见解析

(2)证明见解析

【解析】

【分析】(1)将问题转化为与交点个数的讨论；求得后，根据的正负可确定的单调性和最值，由此可得的图象；分别在、和的情况下，根据交点个数确定零点个数；

(2)设，可知，设，求导后可证得在上单调递减，从而确定，代入和，结合单调性可证得，从而将所证不等式转化为；

不等式右侧部分恰为方程的两根之差的绝对值，即的形式，则可结合的变形形式，构造，求导后，结合零点存在定理可求得的单调性，得到，即，令，其两根为，可知，结合韦达定理可得，由此可得结论.

【小问1详解】

令，则，令，

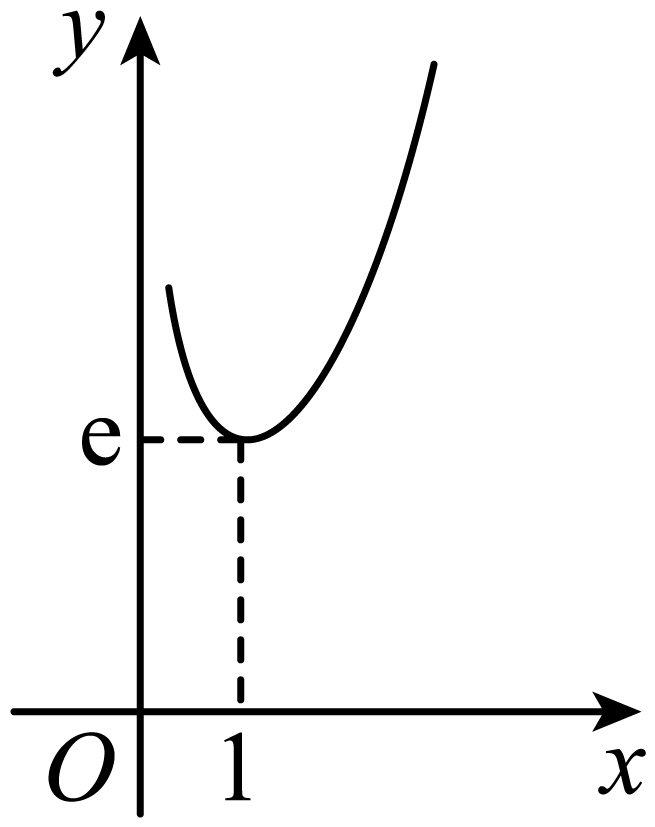
则零点个数即为与交点个数；

，令，解得：，

则当时，；当时，；

上单调递减，在上单调递增，，

由此可得图象如下图所示，



当，即时，与有两个不同交点；

当，即时，与有唯一交点；

当，即时，与无交点；

综上所述：当时，有两个不同零点；当时，有唯一零点；当时，无零点.

【小问2详解】

不妨设，由(1)中与关系可知：；

令，，则，

令，则，

在上单调递减；

，，，则，

在上单调递减，，即，

又，，又，，

，，在上单调递增，，即；

则只需证即可，

令，则，

令，则，令，解得：，

当时，；当时，；

在上单调递减，在上单调递增，

又，，，，

，使得，

当时，；当时，；

在上单调递增，在上单调递减，

又，，当时，，

即，则，

令，则，

，则两根为，且，

，，

，

.

【点睛】关键点点睛：本题考查利用导数求解函数零点个数、证明不等式的问题；本题证明不等式的关键是能够利用极值点偏移求解方法确定，从而将所证不等式进行放缩，进一步通过构造函数的方式证得不等式.