**镇海中学2022学年第一学期期中考试**

**高二年级数学试卷**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 抛物线的焦点到准线的距离为

A. 4 B. 2 C. 1 D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据抛物线方程中的几何意义进行求解即可．

【详解】抛物线的焦点到准线的距离为：．

故选：C.

【点睛】本题考查对抛物线方程及对的几何意义的理解，属于基础题．

2. 已知函数可导，且满足，则函数在处的导数为( )

A.  B.  C. 1 D. 2

【答案】A

【解析】

【分析】根据导数的定义求解.

【详解】因为,

所以,

故选:A.

3. 与双曲线有相同渐近线，且与椭圆有共同焦点的双曲线方程是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据椭圆与双曲线的性质即可求解.

【详解】因为椭圆的焦点在轴上，

所以设所求双曲线方程为且，

双曲线的渐近线方程为，所以，即

联立，解得.

所以双曲线方程为.

故选：B.

4. 等差数列中，已知，，，则*n*为( )

A. 58 B. 59 C. 60 D. 61

【答案】C

【解析】

【分析】由等差数列和与求出公差，写出，再利用，即可求出答案.

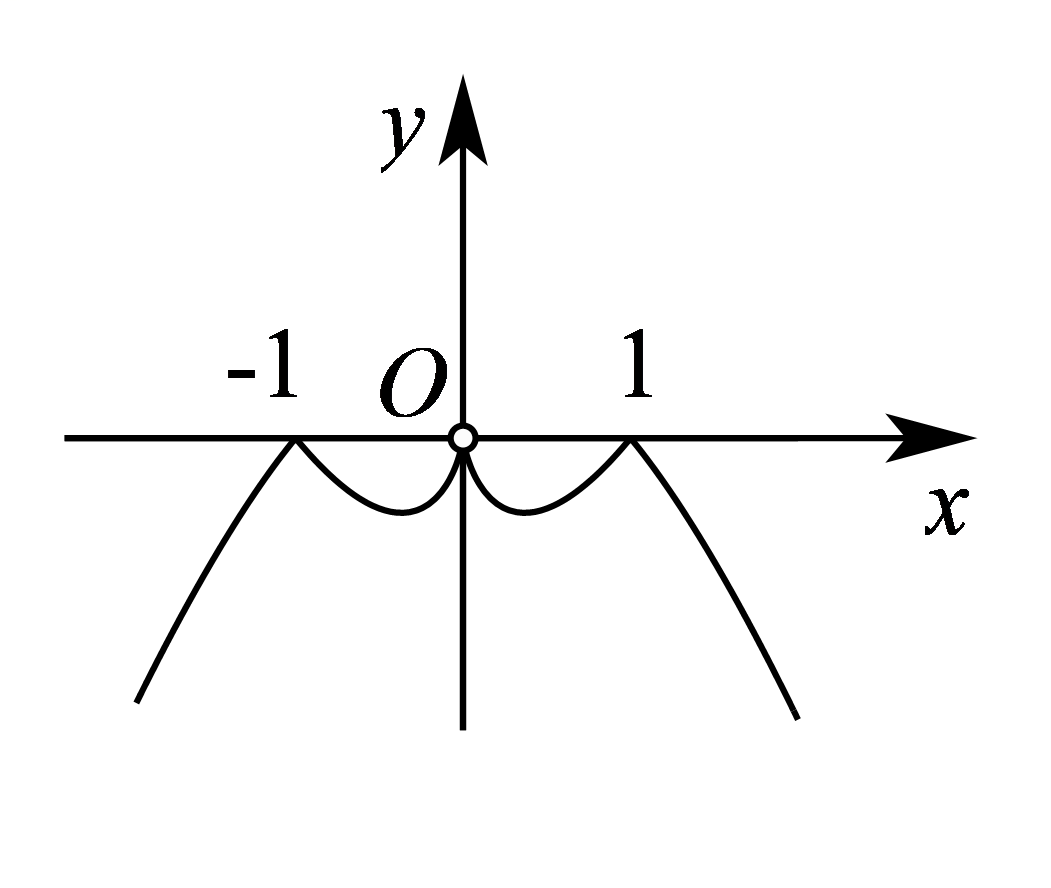
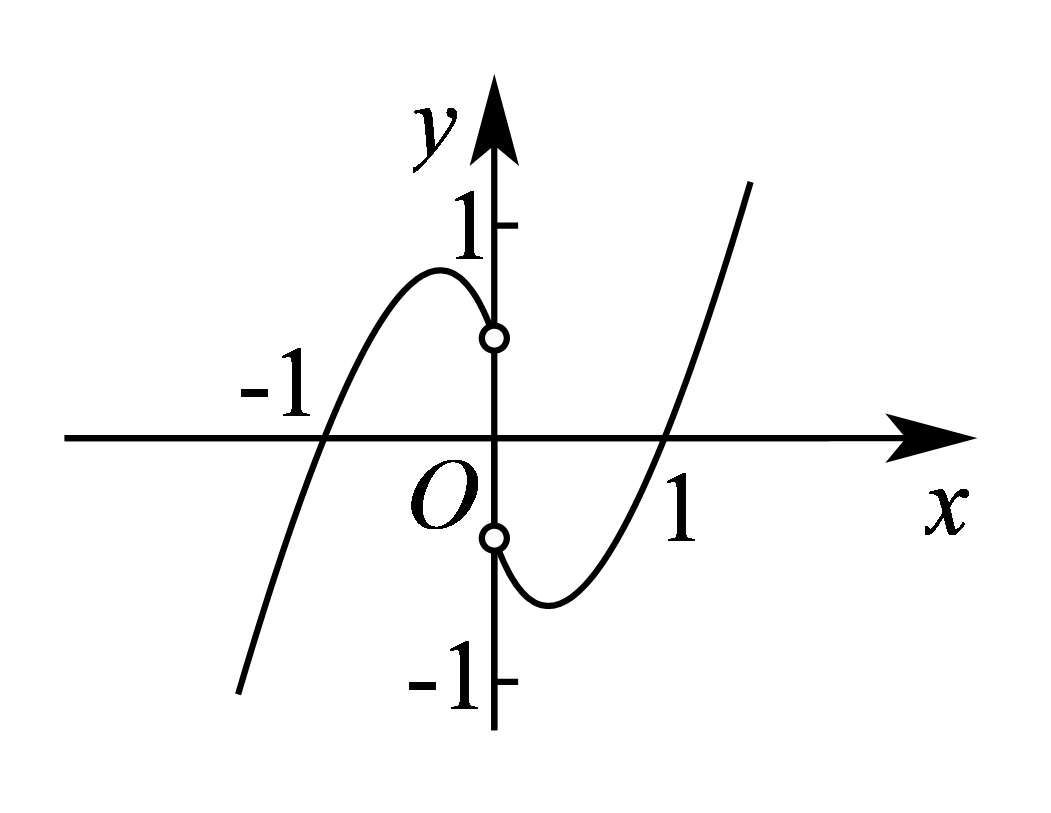
【详解】由是等差数列，，得

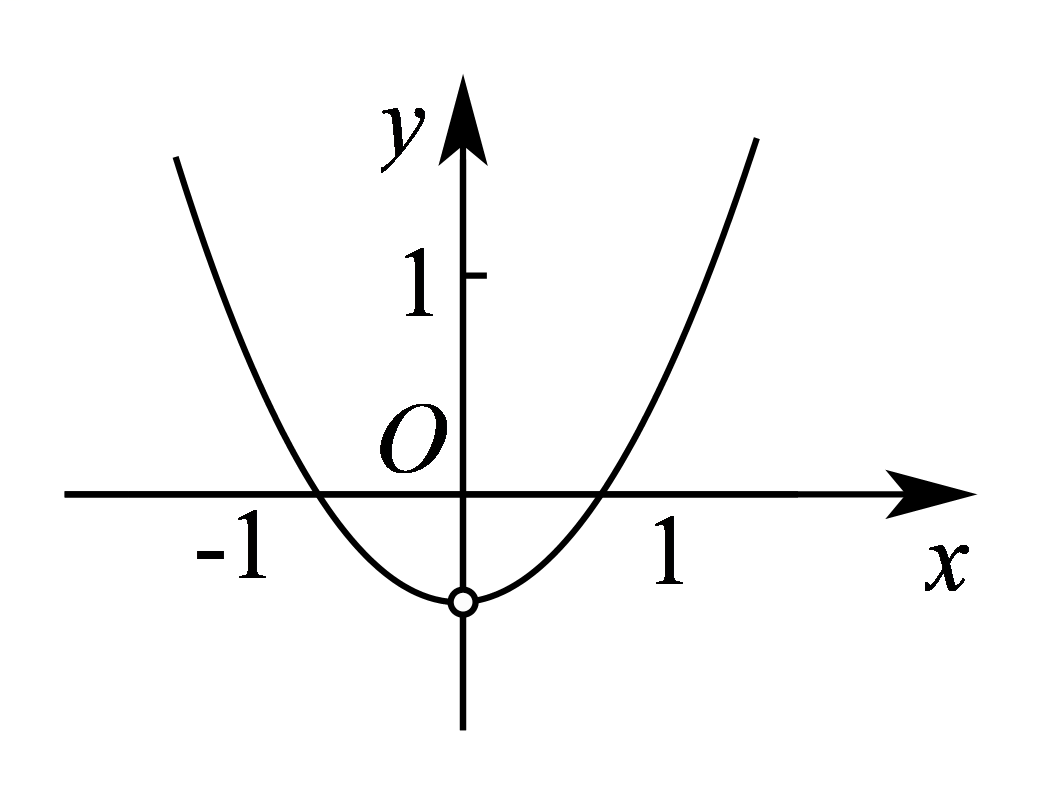
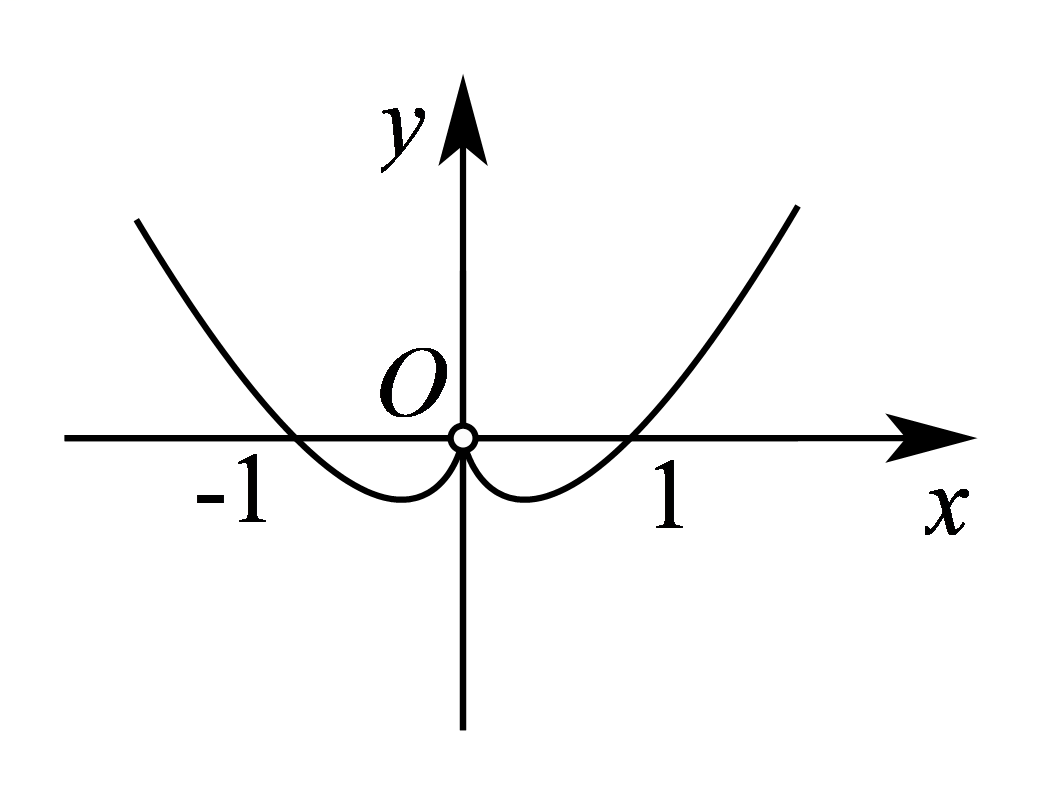
则

即，

故选：C.

5. 函数的图象大致是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】由函数的奇偶性排除选项B，再代入特殊值排除选项A，利用导数分析单调性可排除C,即可得到答案.

【详解】函数的定义域为，且，

函数为偶函数，排除选项B；

，排除选项A；

当时，，则，

所以当时，，函数单调递减，排除C.

故选：D.

6. 设，是双曲线*E*：的两个焦点，双曲线*E*与以*O*为圆心为半径的圆在第一象限的交点为，且，则该双曲线的离心率为( )

A.  B.  C. 13 D. 

【答案】D

【解析】

【分析】因为，结合双曲线定义得，由，得，继而得解．

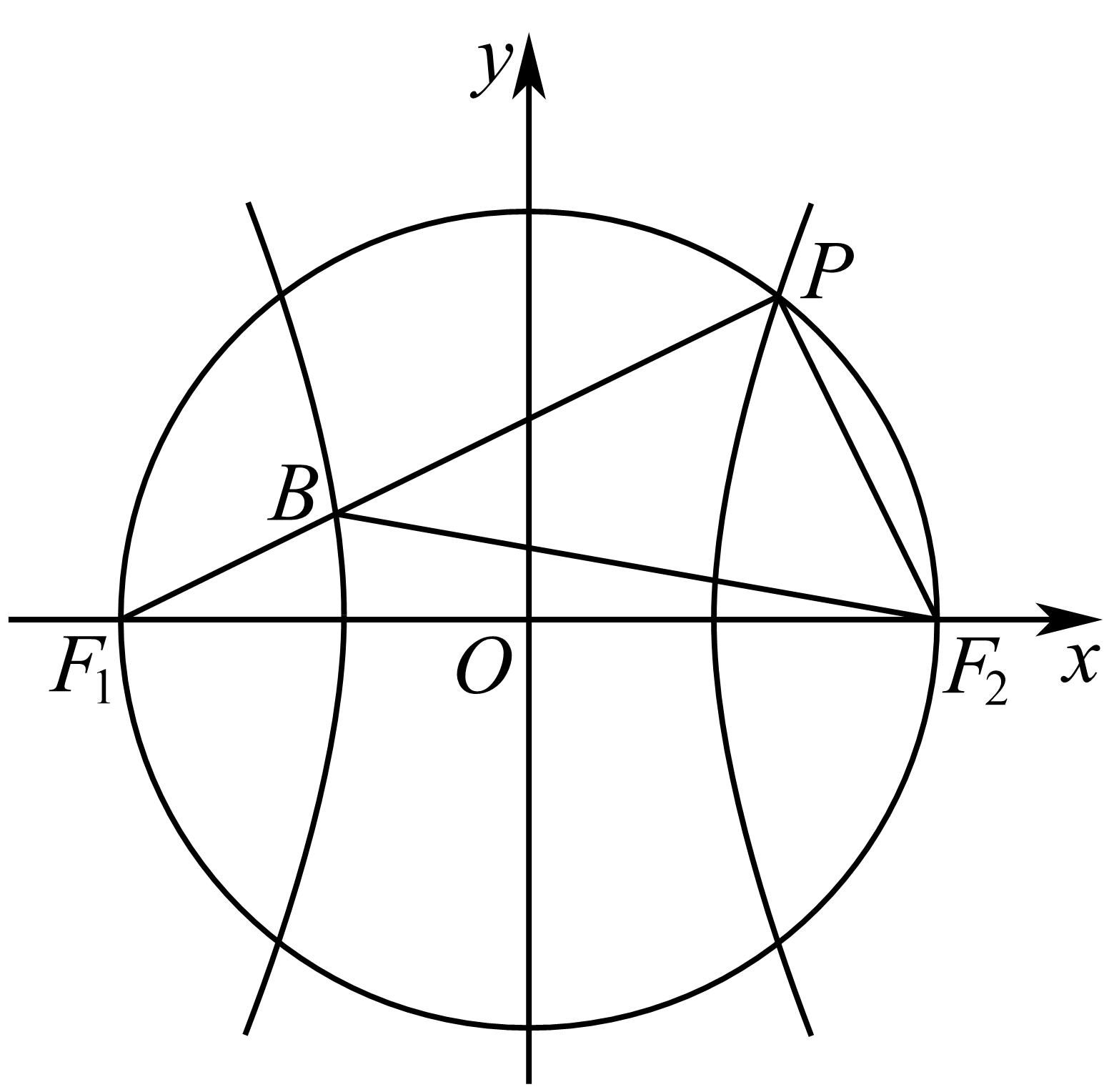
【详解】∵，又由双曲线定义可知，

所以，

∵*P*在以为直径的圆上，则，

由，得，

故，所以.



故选：D．

7. 已知数列满足：对于任意的*m*，，都有恒成立，且，则的值为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】由对数的运算性质化简，由等比数列的通项公式求解，

【详解】由题意得，即，

则，为首项为2，公比为2的等比数列，

故，

故选：A

8. 已知椭圆，两条直线：；：，过椭圆上一点*P*作，的平行线，分别交，于*M*，*N*，若为定值，则( )

A. 9 B. 4 C. 3 D. 2

【答案】A

【解析】

【分析】设点，可得出，求出点、的坐标，利用两点间的距离公式结合为定值可求得的值，即可得解.

【详解】设点，则直线的方程为，

联立，解得，即点，

直线的方程为，

联立，解得，即点，

由已知可得，则，

所以，为定值，

则，可得.

故选：A

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 已知等差数列的公差，当且仅当时，的前项和最大，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】ABD

【解析】

【分析】由为唯一最大值可知，，结合等差数列通项公式可求得的范围，根据等差数列求和公式，结合范围可确定各选项的正误.

【详解】当且仅当时，最大，当时，；当时，，

，解得：，

；

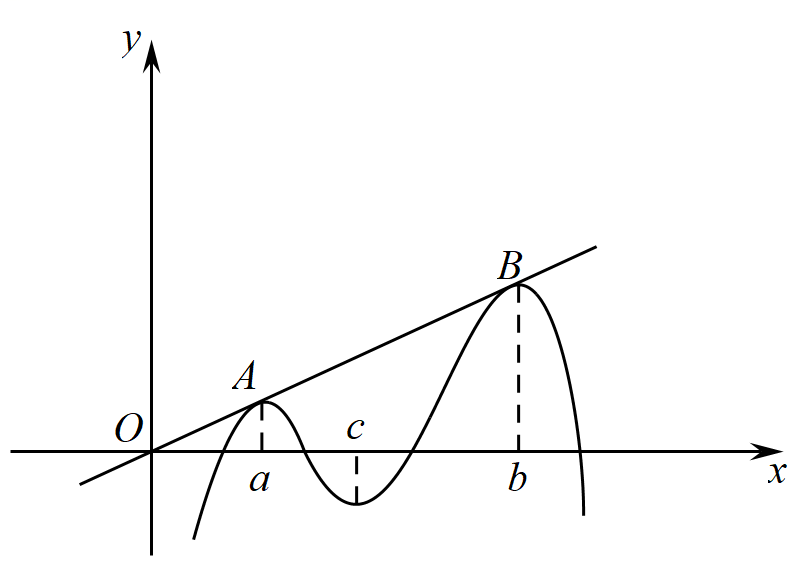
；；

；ABD正确；

，则当时，；当时，；当时，；C错误.

故选：ABD.

10. 如图，已知直线与曲线相切于*A*、*B*两点，设*A*，*B*两点的横坐标分别为*a*，*b*，函数，下列说法正确的有( )



A. 有极大值，也有极小值

B. 是的极小值点

C. 是的极大值点

D. 是的极大值点

【答案】ABD

【解析】

【分析】结合导函数的几何意义，在对应区间上判断与的大小关系，进而利用导数判断函数的单调性，从而判断极大值与极小值，进而结合选项即可得出结论.

【详解】=，

当时，，故，在上单调递减，

当时，，故，在上单调递增，

当时，，故，在上单调递减，

当时，，故，在上单调递增，

故在处取得极小值，在处取得极大值，处取得极小值.

故ABD正确，C错误，

故选：ABD.

11. 已知抛物线：的焦点为，直线过焦点分别交抛物线于点、、、，其中位于轴同侧，且经过点，记，的斜率分别为，，则下列正确的有( )

A.  B. 过定点 C.  D. 的最小值为

【答案】AB

【解析】

【分析】根据直线与抛物线的关系，利用韦达定理求解.

【详解】设的直线方程为，

联立整理得，

由韦达定理得故A正确；

设的直线方程为，

联立整理得，

由韦达定理得

设的直线方程为，

联立整理得，

由韦达定理得

由A选项的结论得，

同A选项推理过程可知，所以，

所以解得，

即的直线方程为，所以过定点，故B正确；

由以上得，所以，

又因为，所以C错误；

由以上知，设的直线方程为，

联立整理得，

由韦达定理得

所以

，因为，

所以当时有最小值为，此时垂直于轴,与*AD*斜率存在矛盾，

所以D错误.

故选:AB.

12. 已知数列满足，，，；则( )

A. 或5 B.  C.  D. 

【答案】CD

【解析】

【分析】首先赋特殊值，利用，求,判断A；当时，递推公式变形为，与条件等式结合变形为，，得数列是常数列，变形得，，构造得到数列的通项公式，以及下标为奇数时的通项公式，判断BC；利用并项求和法求，判断D.

【详解】当时，，因为，得或，

当时，，令，，求得，同理，令时，，所以舍去，故A错误；

，当时，，两式相除得，即，，

所以数列是常数列，，

，，

当时，，，

，，即 (为奇数)

当时，，，

，，即(为偶数)，

故B错误，C正确；

利用并项求和法，得







，故D正确.

故选：CD

**三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 已知函数，则\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】利用基本初等函数导数公式求导，代入即得解.

【详解】由题意，，故.

故答案为：

14. 已知双曲线的焦点为，，过左焦点交双曲线左支于*A*、*B*两点，若则等于\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】8

【解析】

【分析】利用双曲线定义即可求得的长度.

【详解】双曲线实轴长

过左焦点交双曲线左支于*A*、*B*两点，

则，

又,

则

故答案为：8

15. 把自然数按如下规律排列：0，1，1，2，2，2，3，3，3，3，……，则第2022个数是\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】63

【解析】

【分析】由等差数列的前项和公式求解，

【详解】设最后一个出现在第个位置，

则，

则，，

第2022个数是63，

故答案为：63

16. 对于首项和公比均为*q*的等比数列满足：对于任意正整数*n*都有成立，求正实数*q*的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】由，得对于任意正整数*n*恒成立，即对于任意正整数*n*恒成立，构造函数，借助的单调性求的最大值即可，

【详解】等比数列首项和公比均为*q*,所以，对于任意正整数*n*都有，则对于任意正整数*n*恒成立，所以，即，即对于任意正整数*n*恒成立，

令，则，令，则，

当时，；当时，；

所以在单调递增，在单调递减.

，而，所以，

所以

故答案为：

【点睛】关键点点睛：对于任意正整数*n*恒成立，关键点是两边同时取对数，即对于任意正整数*n*恒成立，继而转化为函数求最值问题，构造函数，借助的单调性求的最大值即可，

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 已知数列的前*n*项和，是首项为1的等比数列，且.

(1)求数列，的通项公式；

(2)设数列满足，求的前12项的和.

【答案】(1)；

(2)

【解析】

【分析】(1)利用数列通项与前*n*项和的关系去求数列的通项公式，解方程求得等比数列的公比*q*，进而求得数列的通项公式；

(2)利用分组求和法去求数列的前12项和即可解决.

【小问1详解】

数列的前*n*项和，

当时，，

当时，，

综上得数列的通项公式，即数列为等差数列.

设等比数列的公比为*q*，

则由，可得，则，

则数列的通项公式．

【小问2详解】

由(1)可得，

则的前12项的和

.

18. 已知函数.

(1)若在上恒成立,求实数的取值范围;

(2)若函数在上单调递增,求实数*a*的取值范围.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)对全分离,将在上恒成立,转化为,构造新函数,求导求单调性求最值即可.

(2)由在上单调递增,即在上恒成立,求导后全分离转化为,构造新函数,求导求单调性求最值即可.

【小问1详解】

解:由题知在上恒成立,

即,

,

只需即可,

即,

记,

,

,

,

,

在单调递减,



;

【小问2详解】

由题知,在上单调递增,

即在上恒成立,

即恒成立,

,只需恒成立,

即,

记,

,

,,

在单调递增,

,

只需即可,

综上:.

19. 已知抛物线*C*：焦点为*F*，过点的直线垂直*x*轴于*Q*，为等腰直角三角形.

(1)求抛物线*C*方程；

(2)若直线*l*交抛物线*C*于*A*，*B*两点，且*F*恰为的重心，求直线*l*的方程.

【答案】(1)；

(2).

【解析】

【分析】(1)由题可得，进而即得；

(2)设，联立抛物线方程，利用韦达定理结合条件即得.

【小问1详解】

因为过点的直线垂直*x*轴于*Q*，为等腰直角三角形，

所以，即，

所以抛物线*C*的方程为；

【小问2详解】

由题可设直线，

由，可得，

则，即，

设，

，

又，，*F*恰为的重心，

∴，即，

所以，

解得，满足，

所以直线*l*的方程为，即.

20. 已知函数，其中.

(1)讨论函数的单调性；

(2)若对于任意的，，且，都有成立，求*a*的取值范围.

【答案】(1)时，在上单调递增，当时，函数在上单调递增，在上单调递减；

(2).

【解析】

【分析】(1)求出函数导数，对分类讨论，分析的符号，即可得出函数单调性；

(2)对已知式子变形，转化为恒成立，即函数单调递增，利用导数求解即可.

【小问1详解】

,

当时，恒成立，在上单调递增，

当时，令，，解得，

当，当，，

所以函数在上单调递增，在上单调递减，

综上，时，在上单调递增，

当时，函数在上单调递增，在上单调递减.

【小问2详解】

对于任意的，，且，都有成立，

可得，即恒成立，

令，则

恒成立，所以在上恒成立，

令，则，

所以函数在上单调递增，故，

所以.

21. 已知曲线*C*:上一点,过作曲线*C*的切线交*x*轴于点,垂直于*x*轴且交曲线于﹔再过作曲线*C*的切线交*x*轴于….,依次过作曲线*C*的切线*x*轴于﹐垂直于*x*轴,得到一系列的点,其中.

(1)求的坐标和数列的通项公式;

(2)设的面积为,为数列的前*n*项和,是否存在实数*M*,使得对于一切恒成立,若存在求出*M*的最小值,不存在说明理由.

【答案】(1),;

(2)存在,

【解析】

【分析】(1)根据过切线方程确定坐标,找到规律,设,根据题意找出坐标,进而找到之间的关系,根据递推关系式得到数列的性质,进而得到通项公式;

(2)根据(1)的结论得到的坐标,根据三角形面积公式得到,利用乘公比错位相减得到的通项公式,由于对于一切恒成立,转化为即可.

【小问1详解】

解:由题知,,

,



不妨记,

,

,

,

,

故是以1为首项,为公比的等比数列,

;

【小问2详解】

由(1)知,

,

,



①

②

①-②可得:





,

,

,

对于一切恒成立,

即可,

的最小值为.

【点睛】(1)看到导数数列结合,不要紧张,根据题意递推出关系,找到规律,写出通项即可;

(2)根据题意写出面积公式,发现符合乘公比错位相减,求出,根据数列和恒成立之间结合,求出的范围进而求出结果即可.

22. 已知直线是双曲线的渐近线，且双曲线过点，

(1)求双曲线的标准方程；

(2)若双曲线与直线交于，(，)两点，直线又与圆切于点*M*，且，求直线的方程.

【答案】(1)

(2)或

【解析】

【分析】(1)通过渐近线设双曲线方程，将已知点代入求解；

(2)根据题中所给向量关系，以点坐标的两种表示方法为等式，代入直线与双曲线交点坐标求解.

【小问1详解】

∵双曲线的渐近线方程为，即，

∴设双曲线的方程为()

∵双曲线过点，

∴将点代入()，得

，即，

∴双曲线的方程为，其标准方程为.

【小问2详解】

由已知，直线的斜率存在且不为，设直线的方程为：，

即，

∵直线与圆相切，

∴圆心到直线的距离，∴

且直线与直线垂直，∴，

∴直线的方程为：，

∴由，解得，

∵，∴，

∵，∴，

∵，，

∴，

∴，

∴，

，消去，整理得：

，





∴，

∵，

∴，

，

将，代入，得：

，整理、化简、得：

，

∴，

两边同时平方，得：，

∴，即，

解得(舍)或，

∴，

∵且，(，)，

∴或，

∴直线的方程为或，

即或.

【点睛】根据题中向量关系，本题不同于常规问题，难以使用根与系数的关系(韦达定理)对直线与双曲线的交点设而不求，需求出直线与双曲线交点的横坐标，代入进行求解.