**2022-2023学年度第一学期期末检测**

**高二数学试卷**

**一、选择题(共40分，每小题五分)**

1. 若直线的方向向量，则直线的斜率是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据直线的斜率与方向向量的关系可求得直线的斜率.

【详解】因为直线的方向向量，则直线的斜率是.

故选：D.

2. 若曲线：表示圆，则实数的取值范围为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据圆的一般式变形为标准式，进而可得参数范围.

【详解】由，

得，

由该曲线表示圆，

可知，

解得或，

故选：B.

3. 下列命题中正确的是( )．

A. 若直线的倾斜角为，则直线的斜率为

B. 若直线的斜率为，则此直线的倾斜角为

C. 平行于*x*轴的直线的倾斜角为

D. 若直线的斜率不存在，则此直线的倾斜角为

【答案】D

【解析】

【分析】根据倾斜角和斜率的概念进行分析可得答案.

【详解】对于A，当时，直线的斜率不存在，故A不正确；

对于B，当时，斜率为，倾斜角为，故B不正确；

对于C，平行于*x*轴的直线的倾斜角为，故C不正确；

对于D，若直线的斜率不存在，则此直线的倾斜角为是正确的.

故选：D

4. 在平面直角坐标系*xoy*中，已知抛物线*x*2=2*y*的焦点为*F*，准线为，则点*F*到准线的距离为( )

A.  B. 1 C. 2 D. 4

【答案】B

【解析】

【分析】

由抛物线的标准方程可知，即可求解.

【详解】因为抛物线*x*2=2*y*，

所以，即，

所以焦点*F*到准线的距离为1，

故选：B

5. 圆  被轴所截得的弦长为( )

A.  B.  C. 4 D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据圆的弦长公式即可求解.

【详解】的圆心和半径分别为， ，

因此圆被轴所截得的弦长为 ，

故选：D

6. 已知两点到直线的距离相等，则( )

A. 2 B.  C. 2或 D. 2或

【答案】D

【解析】

【分析】分在的同侧和异侧分类讨论求解.

【详解】(1)若在的同侧，

则，所以，，

(2)若在的异侧，

则的中点在直线上，

所以解得,

故选:D.

7. “直线与直线相互垂直”是“”的( )

A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【解析】

【分析】根据两直线垂直，求出的值，则可判断充分性和必要性.

【详解】因为直线与直线相互垂直，

所以，

所以．

当时，直线与直线相互垂直，

而当直线与直线相互垂直时，不一定成立，

所以“直线与直线相互垂直”是“”的必要而不充分条件，

故选:B．

8. 已知、是椭圆的两个焦点，过的直线与椭圆交于、两点，若，则该椭圆的离心率为( )

A  B.  C.  D. 

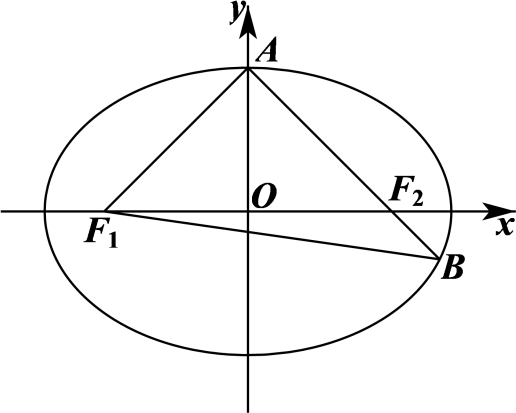
【答案】D

【解析】

【分析】利用勾股定理得出，利用椭圆的定义求得、，利用勾股定理可得出关于、的等量关系，由此可解得该椭圆的离心率.

【详解】如下图所示，设，则，，所以，，

所以，，



由椭圆定义可得，，，

所以，，

所以，为等腰直角三角形，可得，，

所以，该椭圆的离心率为.

故选：D.

【点睛】方法点睛：求解椭圆或双曲线离心率的方法如下：

(1)定义法：通过已知条件列出方程组，求得、的值，根据离心率的定义求解离心率的值；

(2)齐次式法：由已知条件得出关于、的齐次方程，然后转化为关于的方程求解；

(3)特殊值法：通过取特殊位置或特殊值，求得离心率.

**二、多选题：共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，选对但不全的得2分，有选错的得0分．**

9. 设直线的方程为，圆的方程为，圆上存在个点到直线的距离为，则实数的取值可能为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】AC

【解析】

【分析】由圆的方程可得圆心和半径，根据题意可知圆心到直线的距离，利用点到直线距离公式可求得的范围，进而得到结果.

【详解】圆的方程可化为，可知圆心为，半径为，

若圆上存在个点到直线的距离为，则到直线的距离，即，解得：，则实数的取值可能是，.

故选：AC.

10. 已知椭圆：的焦点在轴上，且长轴长是短轴长的3倍，则下列说法正确的是( )

A. 椭圆的长轴长为6 B. 椭圆的短轴长为2

C. 椭圆的焦距为 D. 椭圆的离心率为

【答案】ABD

【解析】

【分析】先由题意及椭圆的几何性质求得，从而得到，，，由此对选项逐一检验分析即可.

【详解】因为椭圆：的焦点在轴上，所以，

又因为，故，即，故，

对于A，由得，故椭圆的长轴长为，故A正确；

对于B，由得，故椭圆的短轴长为，故B正确；

对于C，因为，所以，故椭圆的焦距为，故C错误；

对于D，易知椭圆的离心率为，故D正确.

故选：ABD.

11. 已知椭圆的左、右焦点分别为、，为椭圆上不同于左右顶点的任意一点，则下列说法正确的是( )

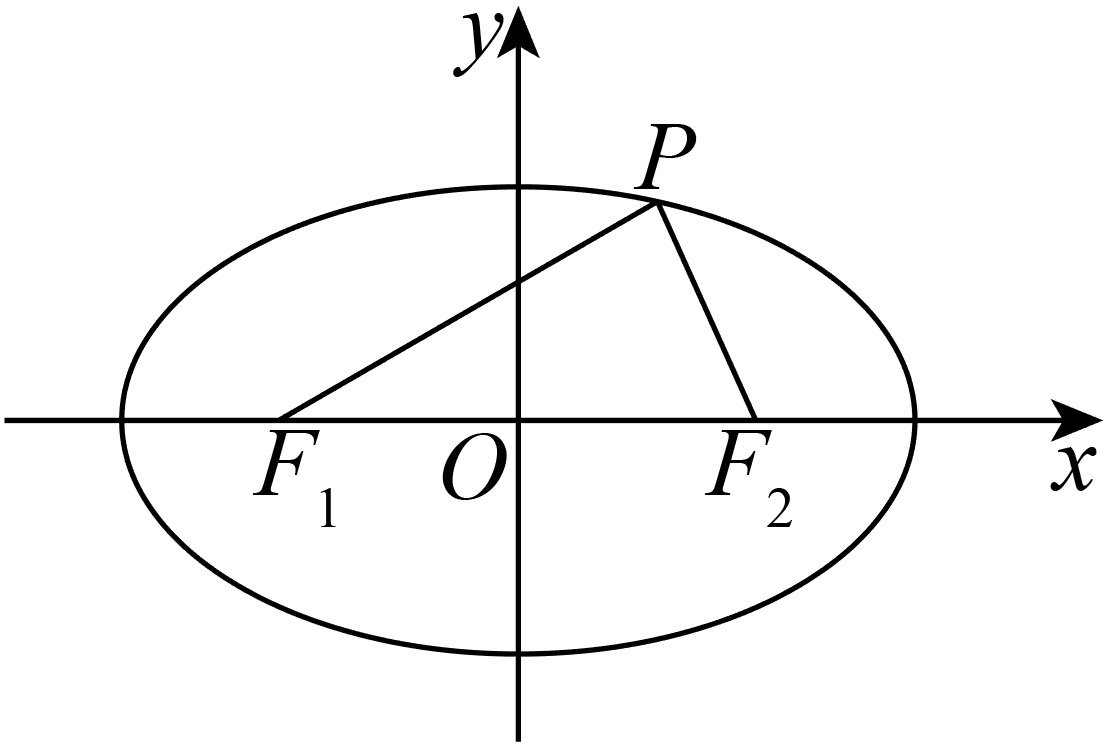
A. 周长为8 B. 面积的最大值为

C. 的取值范围为 D. 的取值范围为

【答案】BCD

【解析】

【分析】根据已知求得，，.又椭圆的定义，即可判断A项；当点为短轴顶点时，的面积最大，即可得到B项；设出点的坐标，表示出，根据椭圆的范围即可得到范围，进而判断C项；由椭圆的定义可得，，，求出时的值域，即可判断D项.

【详解】

由可得，，，.

对于A项，的周长为，故A项错误；

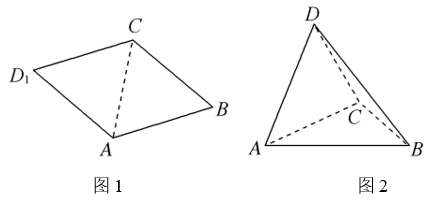
对于B项，设，，则，所以当点为短轴顶点时，的面积最大，最大面积为，故B项正确；

对于C项，设，，，，则，，则.因为，所以，所以，又，所以，所以的取值范围为，故C项正确；

对于D项，由可得，，由C知，，则，因为，所以，所以，同理有.所以，当时有最大值4，当或时，值为3，但是且，所以的取值范围为，故D项正确.

故选：BCD.

12. 已知边长为2的菱形中，(如图1所示)，将沿对角线折起到的位置(如图2所示)，点为棱上任意一点(点不与，重合)，则下列说法正确的是( )



A. 四面体体积的最大值为1

B. 当时，为线段上的动点，则线段长度的最小值为

C. 当时，点到平面的距离为

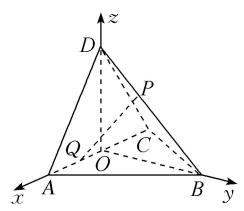
D. 三棱锥的体积与点的位置无关

【答案】ABC

【解析】

【分析】逐一进行验证，对A，平面平面时有体积最大，计算即可;对B建系计算判断；对C，计算即可；对D依据图形判断即可.

【详解】如图



设是的中点，根据题意知，，，，

当折到平面平面时，四面体的体积最大，

此时四面体的最大体积，故*A*正确；

当时，因为，所以，

所以，，两两垂直，以为原点，，，所在直线分别为，，轴建立如图所示的空间直角坐标系.设，，其中，，，

当，时，取得最小值为，故*B*正确；

，，，，则，，，设为平面的一个法向量，

则，令，得，所以点到平面(即平面)的距离，故*C*正确；

对于选项*D*，显然随着点的移动，该三棱锥的高(点到平面的距离)发生变化，因而其体积也发生变化，不是定值，故*D*错误.

故选：*ABC*.

**三、填空题(本题共4小题，每小题5分，共20分)**

13. 已知向量为平面的法向量，点在内，点在外，则点*P*到平面的距离为\_\_\_\_\_\_．

【答案】##

【解析】

【分析】根据给定条件，利用点到平面距离的向量求法计算作答.

【详解】依题意，，而平面的法向量为，

所以点*P*到平面距离.

故答案为：

14. 在平面直角坐标系中，若圆和圆关于直线对称，则直线的方程为\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】直线为两个圆心的中垂线，分别求圆心，利用点斜式求解即可.

【详解】若圆和圆关于直线对称，

则直线为两个圆心的中垂线，

的圆心为，

的圆心为.

，中点为

可得直线为 ，整理得：.

故答案为：.

15. 已知点，是椭圆内的两个点，*M*是椭圆上的动点，则的最大值为\_\_\_\_\_\_．

【答案】##

【解析】

【分析】结合椭圆的定义求得正确答案.

【详解】依题意，椭圆方程为，所以，

所以是椭圆的右焦点，设左焦点为，

根据椭圆的定义可知，

，

所以的最大值为.

故答案为：

16. 已知点，点、关于直线对称，若直线过点且与直线交于点，若，且直线的倾斜角大于的倾斜角，则直线的斜截式方程为\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】利用两点关于直线的对称性求出点的坐标，求出以及直线的方程，设点，利用点到直线的距离公式以及求出的值，根据直线的斜率的取值范围为得出点的坐标，进而可求得直线的方程.

【详解】设点，线段的中点为，直线的斜率为，

由题意可得，解得，即点，

设点，直线的方程为，且，

点到直线的距离为，

，解得或.

因为直线的倾斜角大于的倾斜角，且直线的斜率为，

设直线的斜率为，则.

若时，则点，此时，合乎题意；

若时，则点，，不合乎题意.

所以，直线的方程为.

故答案为：.

**四、解答题：共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17. 已知平面直角坐标系中，的三个顶点的坐标分别为，，．

(1)若直线过点*C*且与直线*AB*平行，求直线的方程；

(2)求线段*BC*的垂直平分线方程．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)利用直线平行求得，再利用点斜式即可求得直线的方程；

(2)先利用中点坐标公式求得*BC*的中点，再利用直线垂直求得，从而利用点斜式即可求得所求.

【小问1详解】

因为，，所以，

因为直线与直线*AB*平行，所以，

又因为直线过点，所以直线为，即.

【小问2详解】

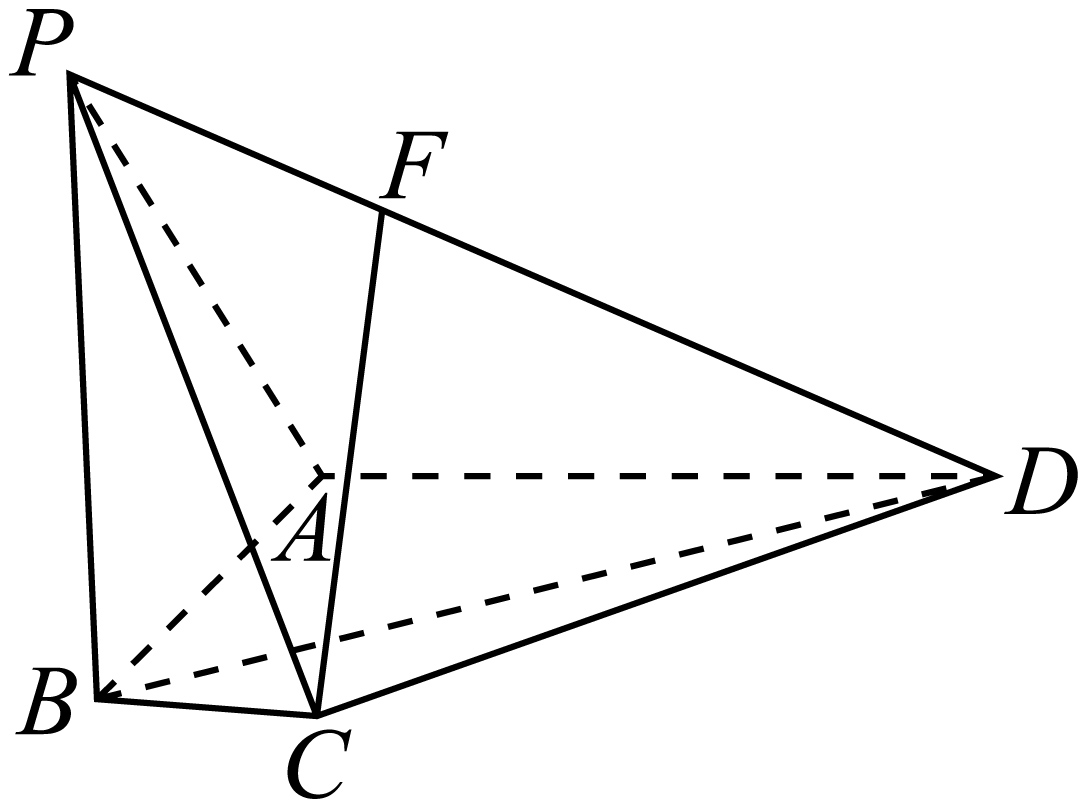
因为，，

所以*BC*的中点为，，

故线段*BC*的垂直平分线的斜率为，

所以直线为，即.

18. 如图，在四棱锥中，底面，底面为梯形，，且



(1)若点为上一点，且，证明：平面;

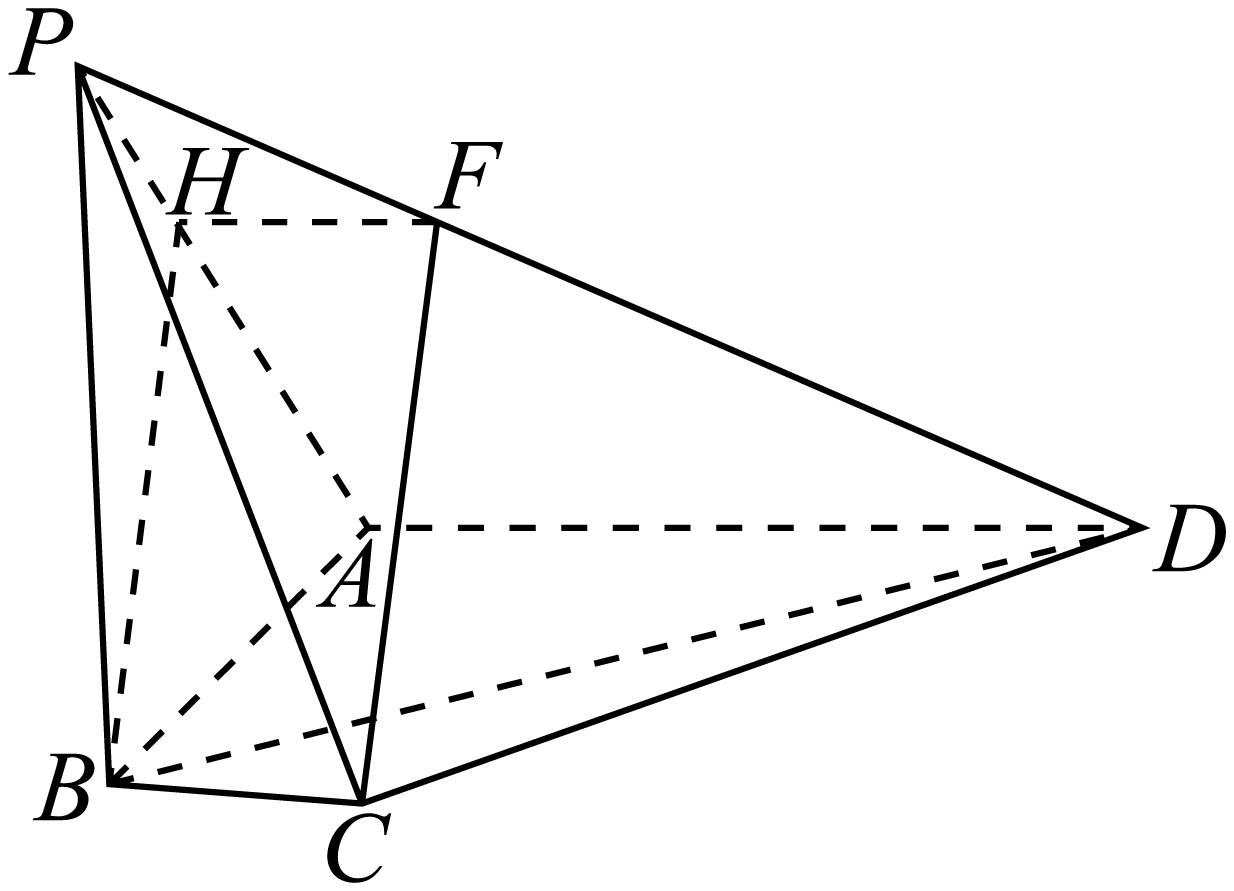
(2)求直线与平面所成角的正弦值．

【答案】(1)见解析 (2)

【解析】

【分析】(1)利用线面平行的判定定理证明；(2)根据空间向量的坐标运算求线面夹角的正弦值.

【小问1详解】



作交于点，连接，

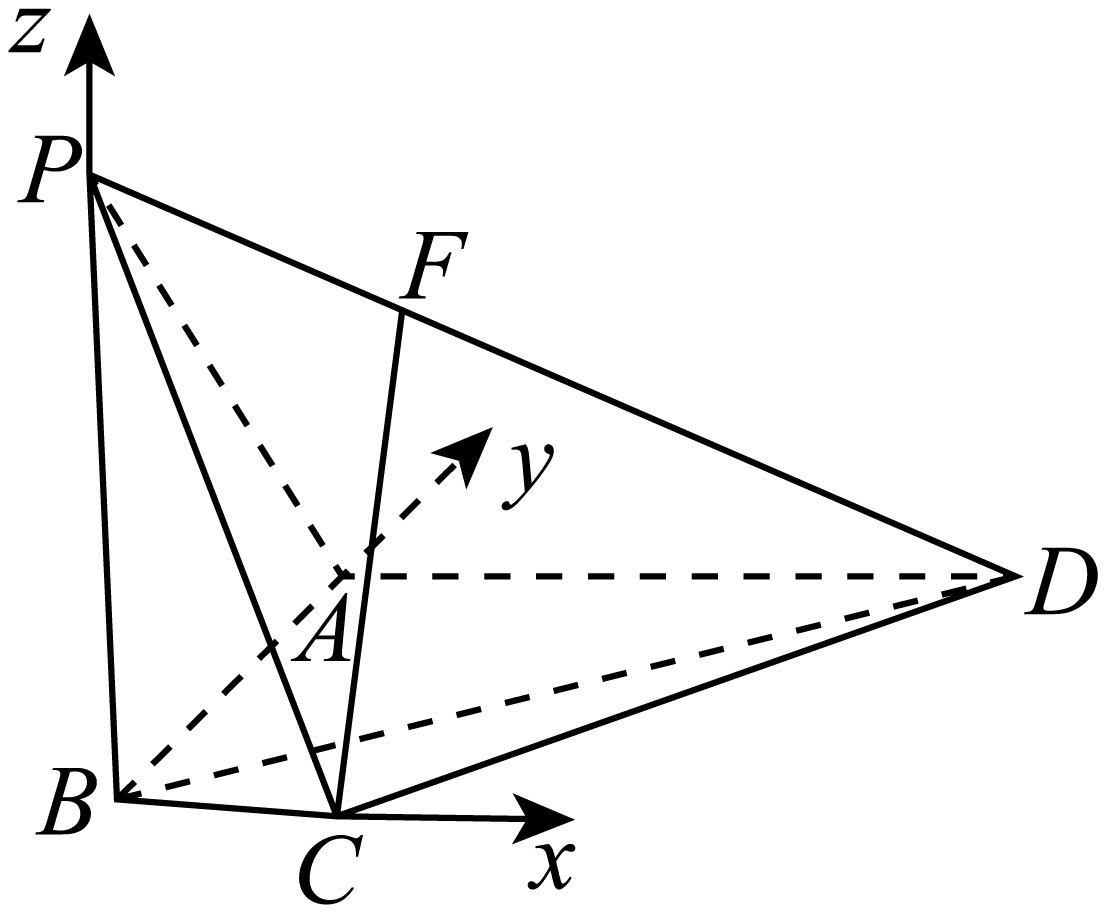
因为，所以,

又因为，且，所以，

所以四边形为平行四边形，所以，

平面，平面，所以平面.

【小问2详解】



因为平面,平面,

所以,

又因为，所以

则可以以为坐标原点，建立如图所示的坐标系，

则，

，

设平面的一个法向量为，

则，令则，

所以，

设直线与平面所成角为，

.

19. 已知圆过点．

(1)求圆的一般方程；

(2)已知直线过点且与直线平行，若直线与圆相切，求的值以及直线的方程．

【答案】(1);

(2);直线的方程为.

【解析】

【分析】(1)利用待定系数法设出圆的一般方程，代入已知点即可求解；

(2)根据(1)的结论及圆的标准方程，利用平行系及直线与圆相切的条件，结合点到直线的距离公式及点在直线上即可求解.

【小问1详解】

设圆的一般方程为.

因为三点都在圆上，

所以，解得,

故圆的一般方程为.

【小问2详解】

由(1)知，圆的标准方程为,

所以圆心，半径为.

因为直线与直线平行，

所以设直线的方程为，

因为直线与圆相切，

所以圆心到直线的距离为,即，解得或，

当时，直线的方程为，

又因为点在直线上，

所以，解得(舍).

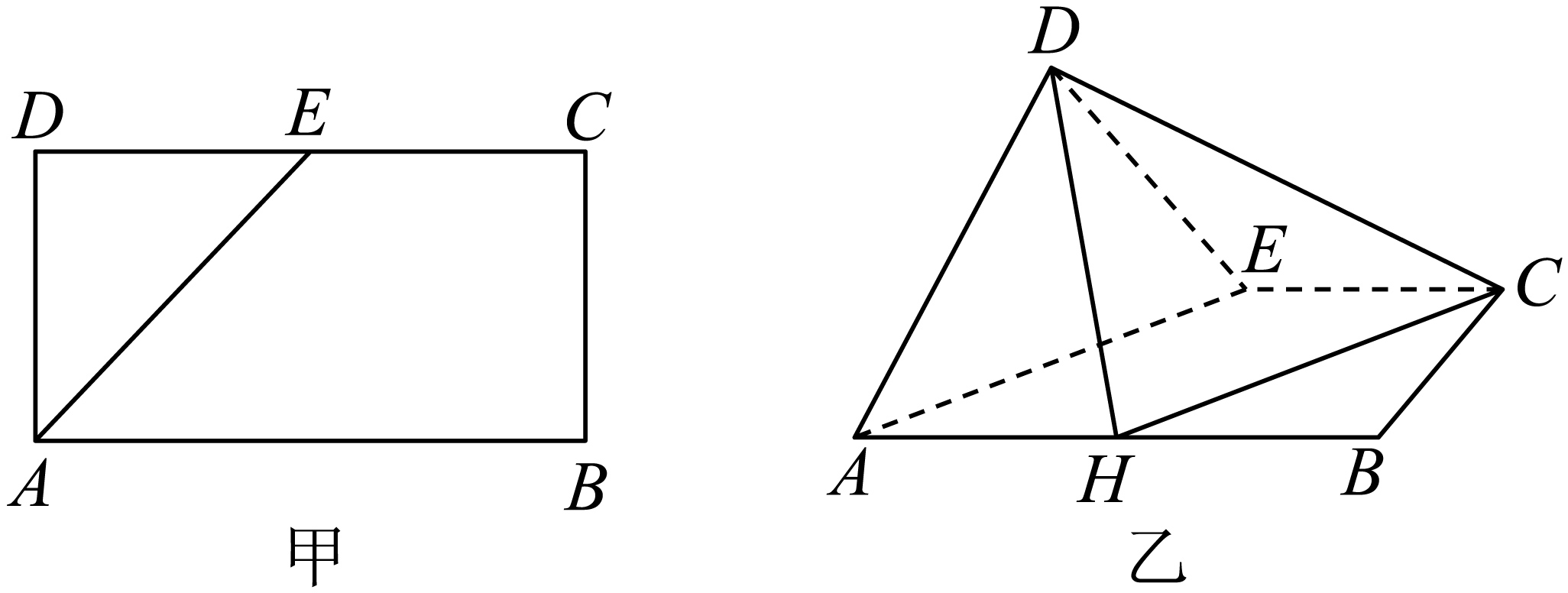
当时，直线的方程为，

又因为点在直线上，

所以，解得,符合题意，

所以，直线的方程为.

20. 如图甲，在矩形中，为线段的中点，沿直线折起，使得，如图乙.



(1)求证：平面；

(2)线段上是否存在一点，使得平面与平面所成的角为？若不存在，说明理由；若存在，求出点的位置.

【答案】(1)证明见解析

(2)存在，点是线段的中点

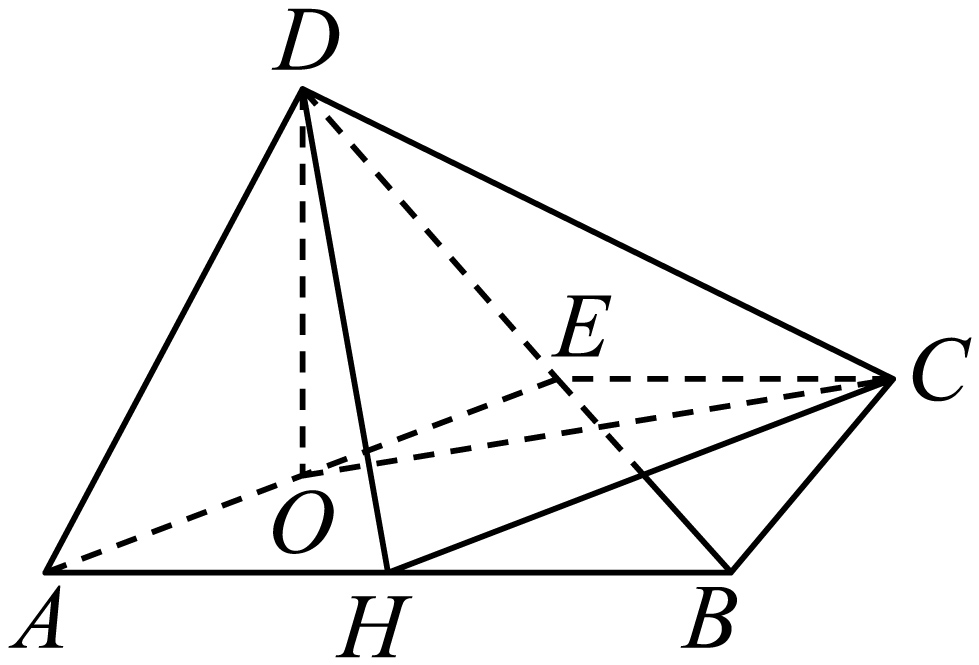
【解析】

【分析】(1)作出辅助线，得到，，从而得到线面垂直，得到面面垂直，再由，面面垂直的性质得到线面垂直；

(2)建立空间直角坐标系，设出的坐标，求出平面的法向量，从而列出方程，求出的值，确定点位置.

【小问1详解】

证明：连接，取线段中点，连接，



在Rt中，，

，

在中，，

由余弦定理可得：，



在中，

，

又平面，

平面，

又平面

∴平面平面，

在中，，

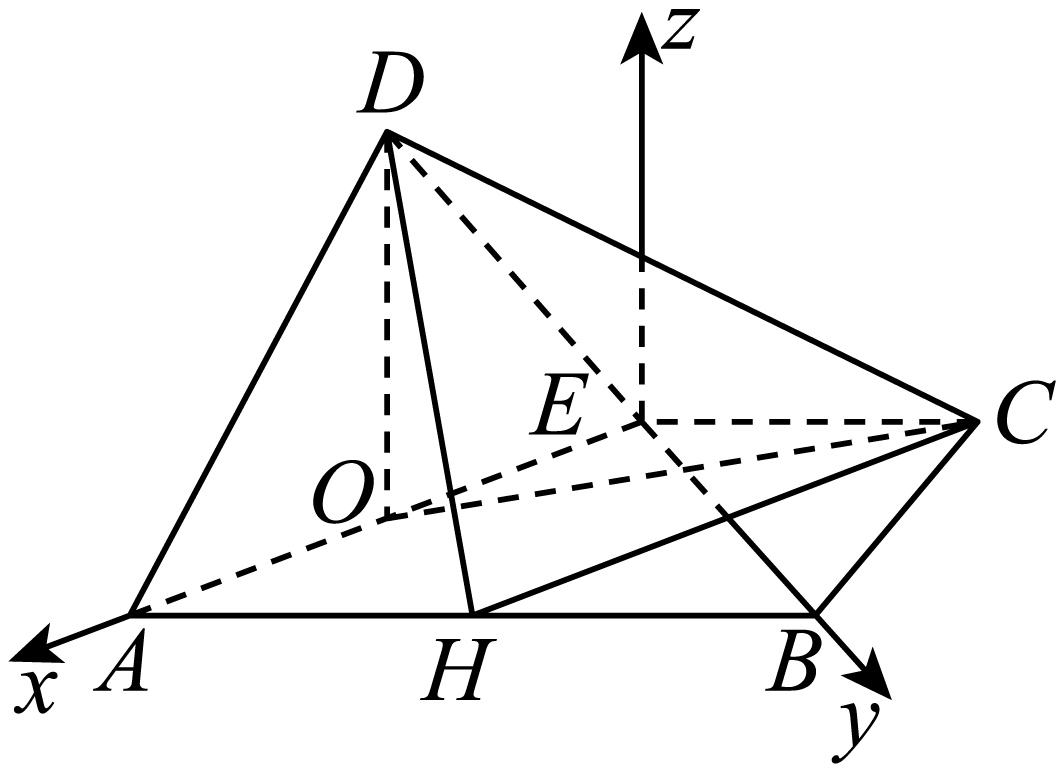


∵平面平面平面，

平面.

【小问2详解】

过作的平行线，以为原点，分别为轴，轴，轴，建立如图所示的空间直角坐标系，



，

平面的法向量，

在平面直角坐标系中，直线的方程为，

设的坐标为，

则，

设平面的法向量为，

，

所以，

令，则，

由已知，

解之得：或9(舍去)，

所以点是线段的中点.

21. 在①圆心在直线上，是圆上的点；②圆过直线和圆的交点．

这两个条件中任选一个，补充在下面问题中，并进行解答．

问题：已知在平面直角坐标系中，圆过点，且 ．

(1)求圆的标准方程；

(2)求过点的圆的切线方程．

【答案】(1)选①，；选②，.

(2)选①，；选②，.

【解析】

【分析】(1)选①，求出线段的垂直平分线所在直线的方程，将其与直线的方程联立，求出圆心的坐标，并求出圆的半径，即可得出圆的半径；

选②，设圆的方程为，将点的坐标代入圆的方程，求出的值，即可得出圆的方程；

(2)选①或选②，求出直线的斜率，可得出切线的斜率，再利用点斜式可得出所求切线的方程.

【小问1详解】

解：若选①，直线的斜率为，线段的中点为，

所以，线段的垂直平分线所在直线的方程为，即，

联立可得，故圆心为，

圆的半径为，

因此，圆的方程为.

若选②，设圆的方程为，

将点的坐标代入圆的方程可得，解得，

所以，圆的方程为，即.

【小问2详解】

解：若选①，，故所求切线的斜率为，

则过点的圆的切线方程为，即；

若选②，圆心为，，故所求切线的斜率为，

则过点的圆的切线方程为，即.

22. 在平面直角坐标系中，已知两个定点，曲线上动点满足.

(1)求曲线的方程；

(2)过点任作一条直线与曲线交于两点不在轴上)，设，并设直线和直线交于点.试证明：点恒在一条定直线上，并求出此定直线方程.

【答案】(1)

(2)证明见解析；

【解析】

【分析】(1)设，进而根据距离公式整理化简即可；

(2)由题知直线斜率存在，设其方程为，设，进而结合直线和直线方程联立得，再结合韦达定理整理化简得，进而得答案.

【小问1详解】

解：设，因为两个定点，曲线上动点满足.

所以，整理得：，

所以，曲线的方程为

【小问2详解】

解：因为过点任作一条直线与曲线交于两点不在轴上)，

所以，直线斜率存在，设其方程为，

设，因为，

所以直线方程为，直线的方程为，

所以，联立方程得得

因为，

所以，



联立方程得，

所以，，

所以，即

所以，将代入整理得：，

所以，点恒在定直线上.