**郧阳中学、恩施高中、沙市中学、随州二中、襄阳三中**

**高二上11月联考**

**高二数学试卷**

**命题学校：沙市中学 命题教师：吕跃 审题教师：刘超**

**考试时间：2022年11月17日下午 试卷满分：150分**

**一、单选题(本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求．)**

1. 若，，则等于( )

A. 5 B.  C. 7 D. 

【答案】B

【解析】

【分析】利用空间向量的四则运算与数量积的坐标表示即可求解.

【详解】∵，，∴两式相加得，

∴，∴，

∴，

故选：B．

2. 已知点到直线的距离为，则等于( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

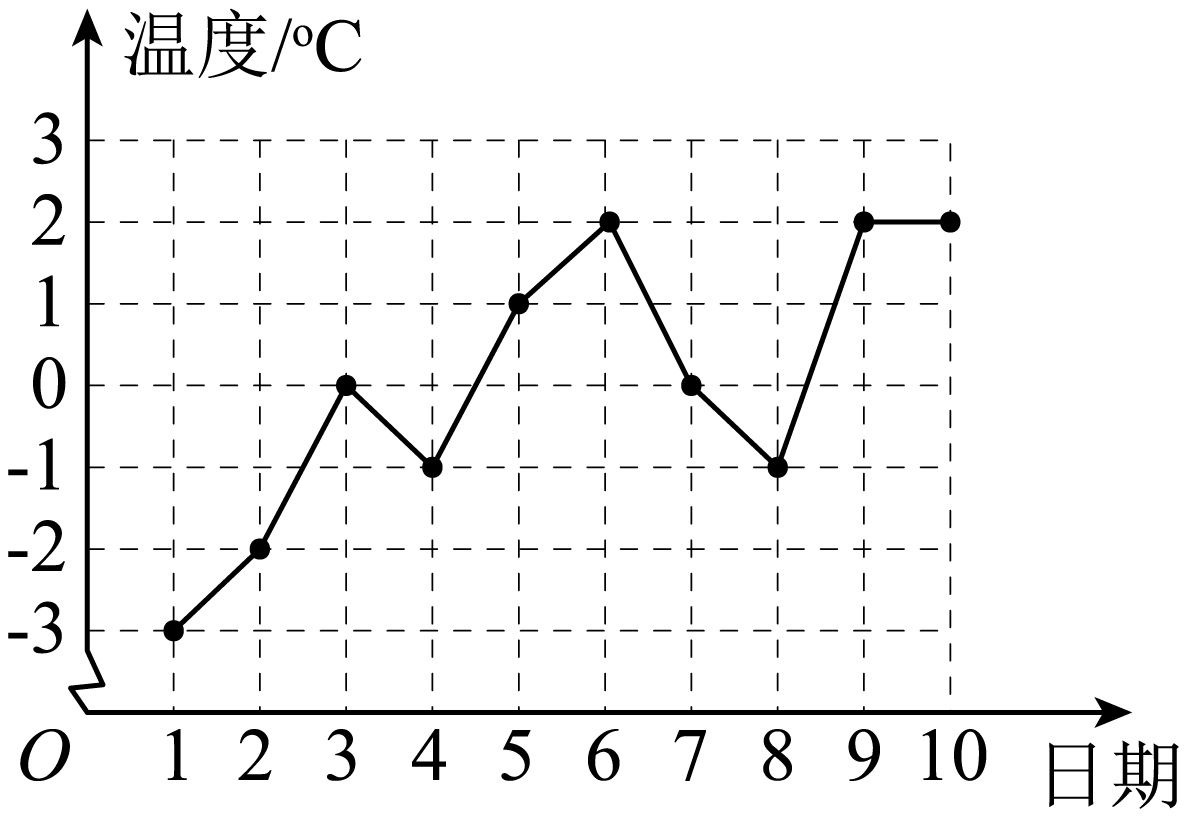
【分析】根据点到直线得距离公式即可得出答案.

【详解】解：由题意得．

解得或．，．

故选：C.

3. 如图是根据某市1月1日至1月10日的最低气温(单位：℃)的情况绘制的折线统计图，由图可知这10天的最低气温的第40百分位数是( )



A. 2℃ B. -1℃ C. -0.5℃ D. ℃

【答案】C

【解析】

【分析】通过折线图，将这10天的最低气温按从小到大顺序，第4，第5个数据的平均数为第40百分位数.

【详解】由折线图可知，这10天的最低气温按照

从小到大排列为：，，，，，，，，，，因为共有10个数据，所以

是整数，则这10天的最低气温的

第40百分位数是(℃).

故选：C

4. 设直线与椭圆相交于两点，且的中点为，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】设，进而根据点差法求解即可.

【详解】解：设，故有①，②，

所以，两式作差得，即，

所以，，

因为的中点为，

所以，

所以

故选：A

5. 从2名男同学和3名女同学中任选3人参加社区服务，则选中的3人中恰有2名女同学的概率为( )

A. 0.6 B. 0.5 C. 0.3 D. 0.2

【答案】A

【解析】

【分析】用列举法结合古典概型的概率公式求解即可

【详解】设2名男生为，3名女生为，

则任选3人的种数为

，

，

共10种，

其中恰有2名女生的有

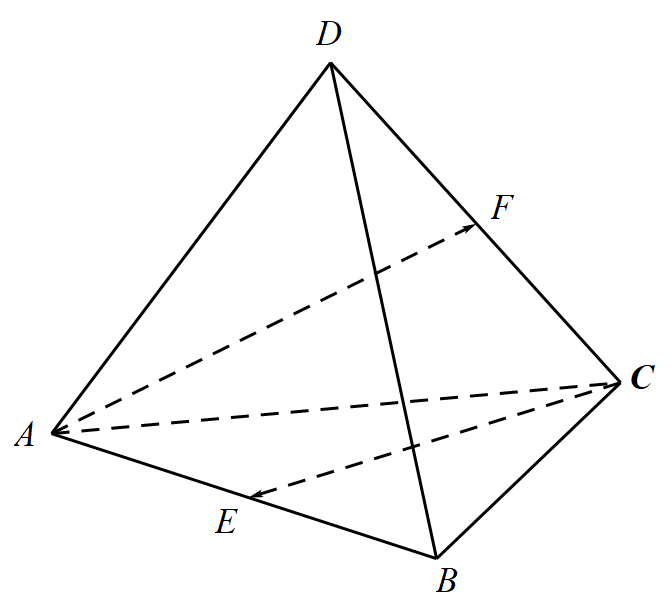
，，

共6种，

故恰有一名女同学的概率 .

故选：A．

6. 已知四面体，所有棱长均为2，点*E*，*F*分别为棱*AB*，*CD*的中点，则( )



A. 1 B. 2 C. -1 D. -2

【答案】D

【解析】

【分析】在四面体中，取定一组基底向量，表示出，，再借助空间向量数量积计算作答.

【详解】四面体的所有棱长均为2，则向量不共面，两两夹角都为，

则，

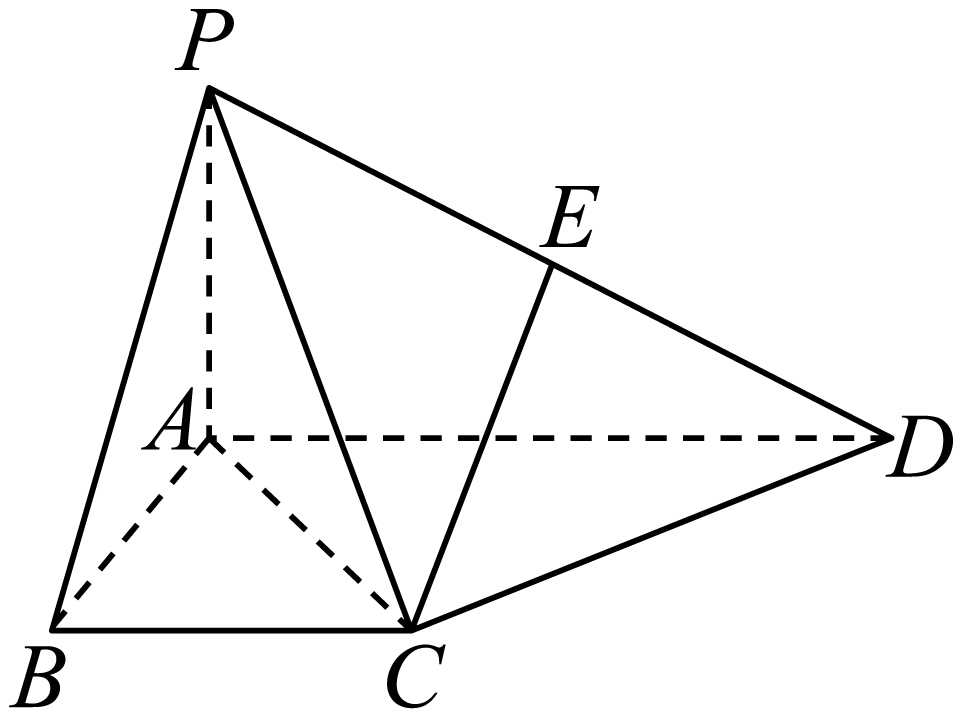
因点*E*，*F*分别为棱*AB*，*CD*的中点，则，，

，

所以.

故选：D

7. 如图，在四棱锥中，平面，与底面所成的角为，底面为直角梯形，，点为棱上一点，满足，下列结论错误的是( )



A. 平面平面；

B. 点到直线的距离；

C. 若二面角的平面角的余弦值为，则；

D. 点*A*到平面的距离为．

【答案】D

【解析】

【分析】A选项，作出辅助线，证明出*AC*⊥*BC*，结合平面可得线线垂直，从而证明线面垂直，最后证明出面面垂直；B选项，求出点*P*到直线*CD*的距离即为*PC*的长度，利用勾股定理求出答案；C选项，建立空间直角坐标系，利用空间向量进行求解；D选项，过点*A*作*AH*⊥*PC*于点*H*，证明*AH*的长即为点*A*到平面的距离，求出*AH*的长.

【详解】A选项，因为平面，平面，

所以*CD*，

故∠*PBA*即为与底面所成的角，，

因为，

所以*PA*=*AB*=1，

因为，

取*AD*中点*F*，连接*CF*，则*AF*=*DF*=*AB*=*CF*=*BC*，

则四边形*ABCF*为正方形，∠*FCD*=∠*FCA*=45°，

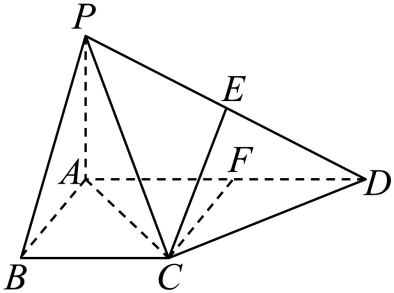
所以*AC*⊥*CD*，

又因为，

所以*CD*⊥平面*PAC*，

因为*CD*平面*PCD*，

所以平面平面*PCD*，A正确；



由A选项的证明过程可知：*CD*⊥平面*PAC*，

因为平面*PAC*

所以*CD*⊥*PC*，

故点*P*到直线*CD*的距离即为*PC*的长度，

其中

由勾股定理得：，B正确；

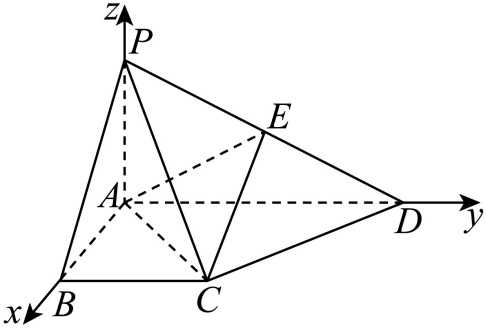
以*A*为坐标原点，*AB*所在直线为*x*轴，*AD*所在直线为*y*轴，*AP*所在直线为*z*轴，建立空间直角坐标系，

则，，，，

其中平面*ACD*的法向量为，设平面*ACE*的法向量为，

则，令得：，

所以，



设二面角的平面角为，显然，

其中，

解得：或，

因为，所以，C正确；

过点*A*作*AH*⊥*PC*于点*H*，

由于*CD*⊥平面*APC*，平面*APC*，

所以*AH*⊥*CD*，

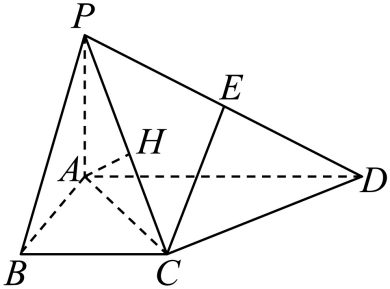
因为，

所以*AH*⊥平面*PCD*，

故*AH*即为点*A*到平面*PCD*的距离，

因为*PA*⊥*AC*，

所以，D选项错误



故选：D

8. 已知，是椭圆的左，右焦点，是的左顶点，点在过且斜率为的直线上，为等腰三角形，，则的离心率为

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【详解】分析：先根据条件得PF2=2c,再利用正弦定理得a,c关系，即得离心率.

详解：因为为等腰三角形，，所以PF2=F1F2=2c,

由斜率为得，，

由正弦定理得,

所以，故选D.

点睛：解决椭圆和双曲线的离心率的求值及范围问题其关键就是确立一个关于的方程或不等式，再根据的关系消掉得到的关系式，而建立关于的方程或不等式，要充分利用椭圆和双曲线的几何性质、点的坐标的范围等.

**二、多选题(本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分)**

9. 以下四个命题表述正确的是( )

A. 直线恒过定点

B. 已知直线与直线互相垂直，则

C. 圆的圆心到直线的距离为2

D. 两圆与的公共弦所在的直线方程为

【答案】AB

【解析】

【分析】将直线转化为对恒成立，即可判断A是否正确；根据直线垂直的关系可知，解出的值，即可判断B是否正确；求出圆心坐标，再根据点到直线的距离公式即可判断C是否正确；将两圆方程联立作差，即可求解两个圆的公共弦方程，进而判断D是否正确；

【详解】直线，即对恒成立，所以直线恒过定点，所以A正确；

因为与直线互相垂直，所以，所以，所以B正确；

因为圆的圆心坐标为，所以圆心到直线的距离为，所以C错误；

将两圆与方程联立，作差可得，所以D错误.

故选：AB

10. 已知圆：，直线：，下面命题中正确的是( )

A. 对任意实数与，直线和圆有公共点；

B. 对任意实数与，直线与圆都相离；

C. 存在实数与，直线和圆相交；

D. 对任意实数，必存实数，使得直线与圆相切.

【答案】ACD

【解析】

【分析】由题意求得圆与直线有公共点；求得圆心到直线的距离为；即可得出答案.

【详解】解：对于A，圆：的圆心为，半径为；无论取何值，都有，∴圆过定点；

又直线：可化为，过定点；

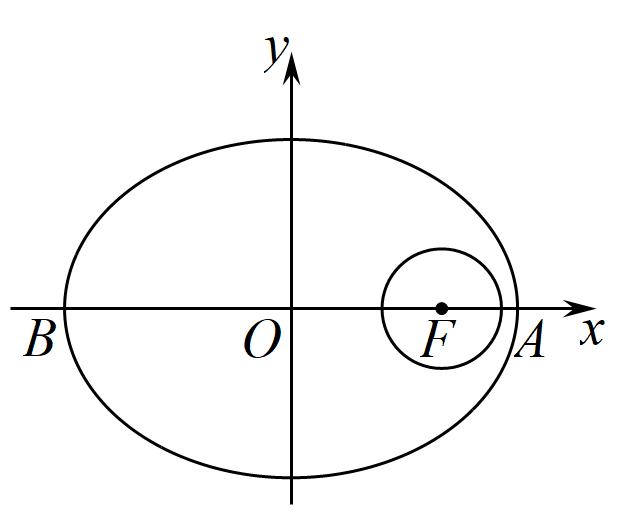
∴直线和圆有公共点，A正确；

对于B，圆心到直线的距离为，其中；∴，故B错误；

根据B的分析，可得C､D正确.

故选：ACD

11. 某颗人造地球卫星运行轨道是以地球的中心为一个焦点的椭圆，如图所示，已知它的近地点(离地面最近的点)距地面千米，远地点(离地面最远的点)距地面千米，并且三点在同一直线上，地球半径约为千米，设该椭圆的长轴长、短轴长、焦距分别为，则



A.  B.  C.  D. 

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据条件数形结合可知，然后变形后，逐一分析选项，得到正确答案.

【详解】因为地球的中心是椭圆的一个焦点，

并且根据图象可得 ，(\*)

 ，故A正确；

，故B正确；

(\*)两式相加，可得，故C不正确；

由(\*)可得 ，两式相乘可得

 ，

 ，故D正确.

故选ABD

【点睛】本题考查圆锥曲线的实际应用问题，意在考查抽象，概括，化简和计算能力，本题的关键是写出近地点和远地点的方程，然后变形化简.

12. 正方体中，点满足，其中，，则( )

A. 当时，平面

B. 当时，三棱锥的体积为定值

C. 当时，的面积为定值

D. 当时，直线与所成角的范围为

【答案】ABD

【解析】

【分析】对于A选项，确定点在面对角线上，通过证明面面平行，得线面平行；

对于B选项，确定点在棱上，由等体积法，说明三棱锥的体积为定值；

对于C选项，确定点在棱上，的底不变，高随点的变化而变化；

对于D选项，通过平移直线，找到异面直线与所成的角，在正中，确定其范围.

【详解】对于A选项，如下图，当时，点在面对角线上运动，

又平面，所以平面，

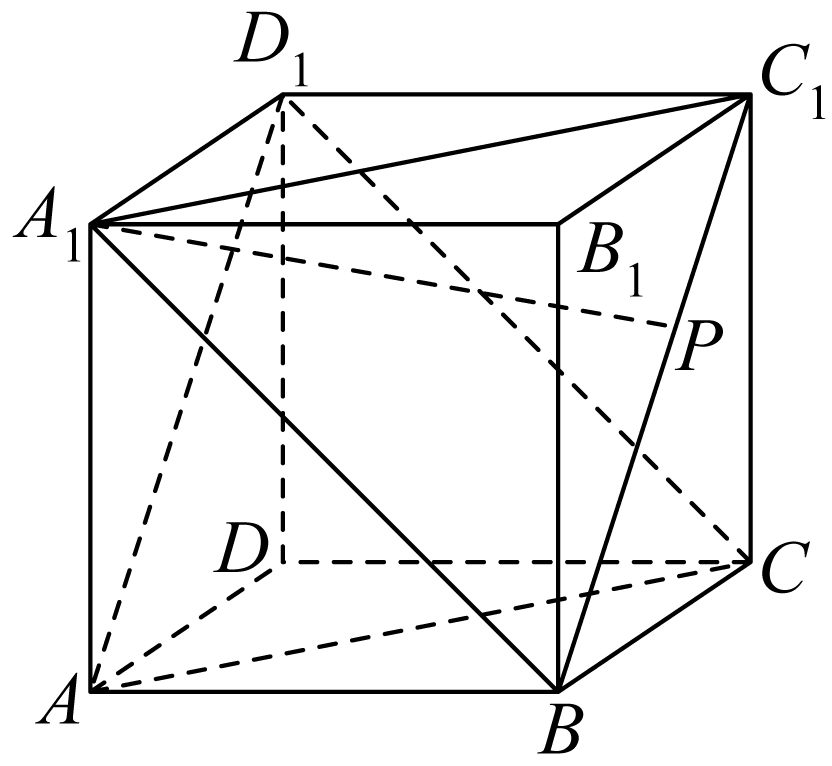
在正方体中，且，则四边形为平行四边形，

所以，，平面，平面，平面，

同理可证平面，

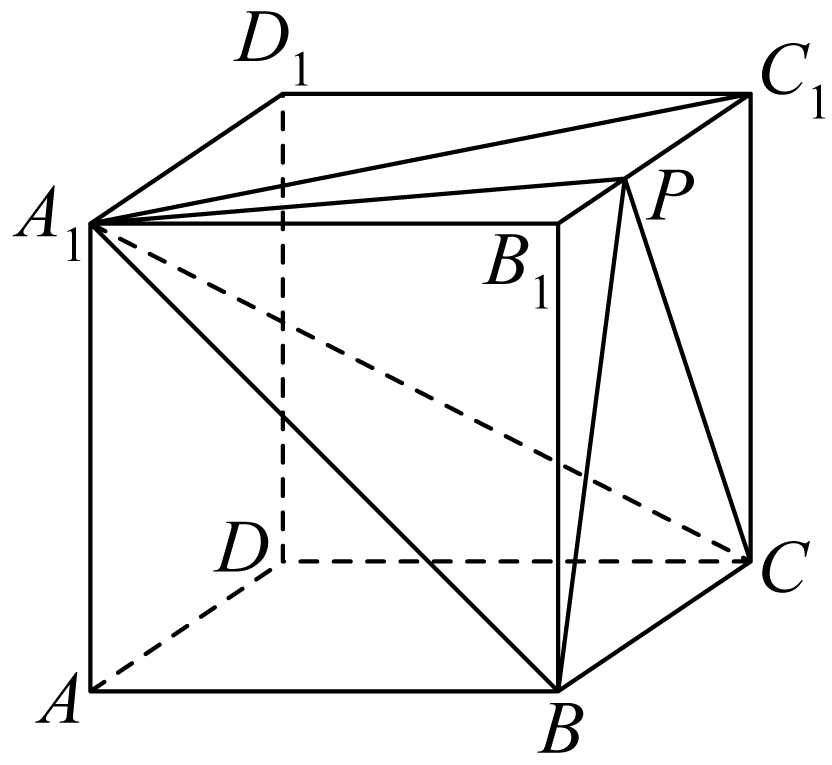
，所以，平面平面，

平面，所以，平面，A正确；



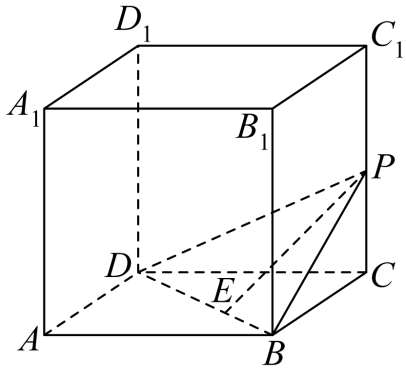
对于B选项，当时，如下图，点在棱上运动，

三棱锥的体积为定值，B正确；



对于C选项，当时，如图，点在棱上运动，过作于点，

则，其大小随着的变化而变化，C错误；

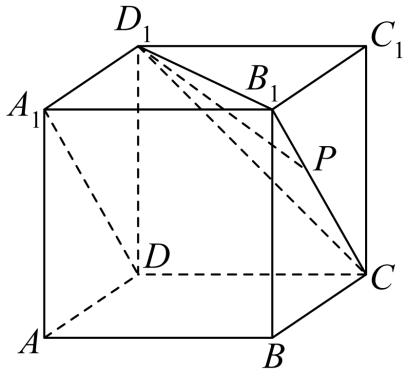


对于D选项，如图所示，当时，，，三点共线，

因为且,所以四边形为平行四边形，所以，

所以或其补角是直线与所成角，

在正中，的取值范围为，D正确.



故选：ABD.

**三、填空题(本题共4小题，每小题5分，共20分．)**

13. 若正方形一条对角线所在直线的斜率为2，则该正方形的两条邻边所在直线的斜率分别为\_\_\_\_\_\_．

【答案】和.

【解析】

【分析】根据题意，设正方形一边所在直线的倾斜角为，得到，得出对角线所在直线的斜率为，结合两角和的正切公式，求得，再结合两直线的位置关系，即可求解.

【详解】设正方形一边所在直线的倾斜角为，其斜率，

则其中一条对角线所在直线的倾斜角为，其斜率为，

根据题意值，可得，解得，

即正方形其中一边所在直线的斜率为，

又由相邻边与这边垂直，可得相邻一边所在直线的斜率为.

故答案为：和.

14. 若向量，，共面，则\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】根据可构造方程组求得结果.

【详解】共面，，，解得：，

.

故答案为：.

15. 已知函数有两个不同的零点，则常数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

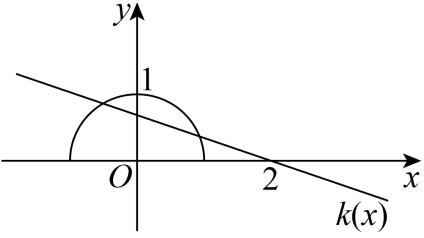
【分析】先求函数的定义域，再将原问题转换为半圆与直线存在2个交点.

【详解】 的定义域为 ，

原问题等价于 与 有两个交点，求*k*的取值范围，

 为过定点 的直线， ，所以 为圆心在原点，半径为1的圆的*x*轴的上半部分，

 与 的大致图像如下：



考虑直线与半圆相切的情况： ，解得 (舍)或 ，

  .

故答案为： .

16. 已知直线与圆交于两点，且，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】##

【解析】

【分析】的几何意义为点到直线的距离之和，根据梯形中位线知其最大值是的中点到直线的距离的2倍.求出*M*的轨迹即可求得该最大值.

【详解】的几何意义为点到直线的距离之和，其最大值是的中点到直线的距离的2倍.

由题可知，为等边三角形，则，

∴*AB*中点的轨迹是以原点为圆心，为半径的圆，

故点到直线的最大距离为，

∴的最大值为，

∴的最大值为＝.

故答案为：.

**四、解答题(本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．)**

17. 已知直线过点.

(1)若直线与垂直，求直线的方程；

(2)若直线在两坐标轴上的截距相等，求直线的方程.

【答案】(1)；

(2)或

【解析】

【分析】(1)由垂直斜率关系求得直线的斜率，再由点斜式写出方程；

(2)分别讨论截距为0、不为0，其中不为0时可设为，代入点*P*，即可求得参数*m*

【小问1详解】

直线的斜率为，则直线的斜率为，则直线的方程为，即；

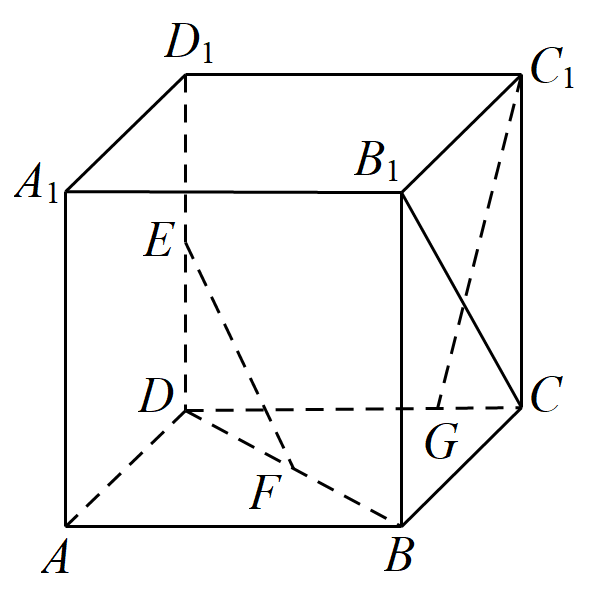
小问2详解】

当截距为0时，直线的方程为；

当截距不为0时，直线设为，代入解得，故直线的方程为.

综上，直线的方程为或

18. 如图，在棱长为1的正方体中，*E*，*F*分别为，*BD*的中点，点*G*在*CD*上，且．



(1)求证：；

(2)求*EF*与C1G所成角的余弦值．

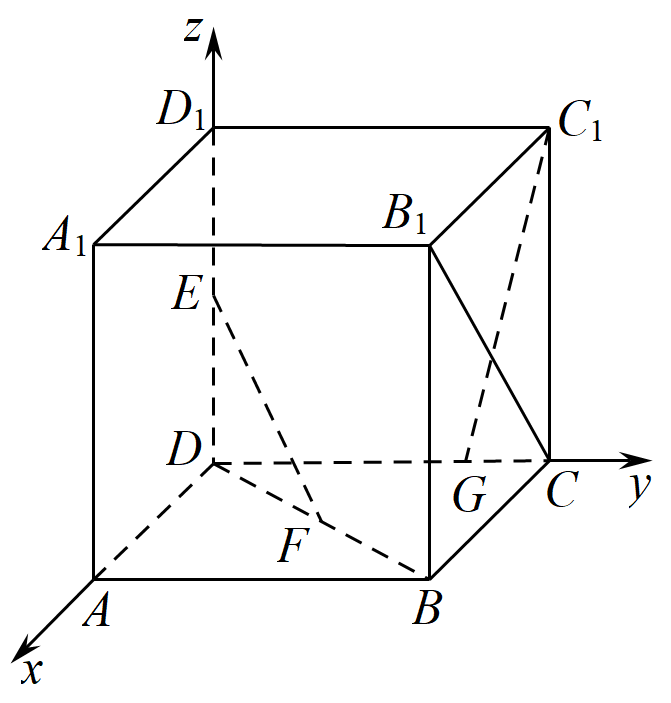
【答案】(1)证明见解析；(2)．

【解析】

【分析】(1)建立空间直角坐标系，直接利用向量法证明；

(2)直接利用向量法求*EF*与*CG*所成角的余弦值

【详解】(1)建立以*D*点为坐标原点，所在直线分别为轴，轴，轴建立空间直角坐标系，如图所示，



则，，，，

则，，

所以，即，

所以.

(2)由(1)知，，，

则，

因为*EF*与*CG*所成角的范围为，所以其夹角余弦值为.

19. 某项选拔共有三轮考核，每轮设有一个问题，能正确回答问题者进入下一轮，否则被淘汰．已知某选手能正确回答第一、二、三轮的问题的概率分别为，，，且各轮问题能否正确回答互不影响．

(1)求该选手进入第三轮才被淘汰的概率；

(2)求该选手至多进入第二轮考核的概率．

【答案】(1)；(2).

【解析】

【分析】(1)把该选手进入第三轮才被淘汰的事件视为三个相互独立事件的积，再用概率的乘法公式计算即可；

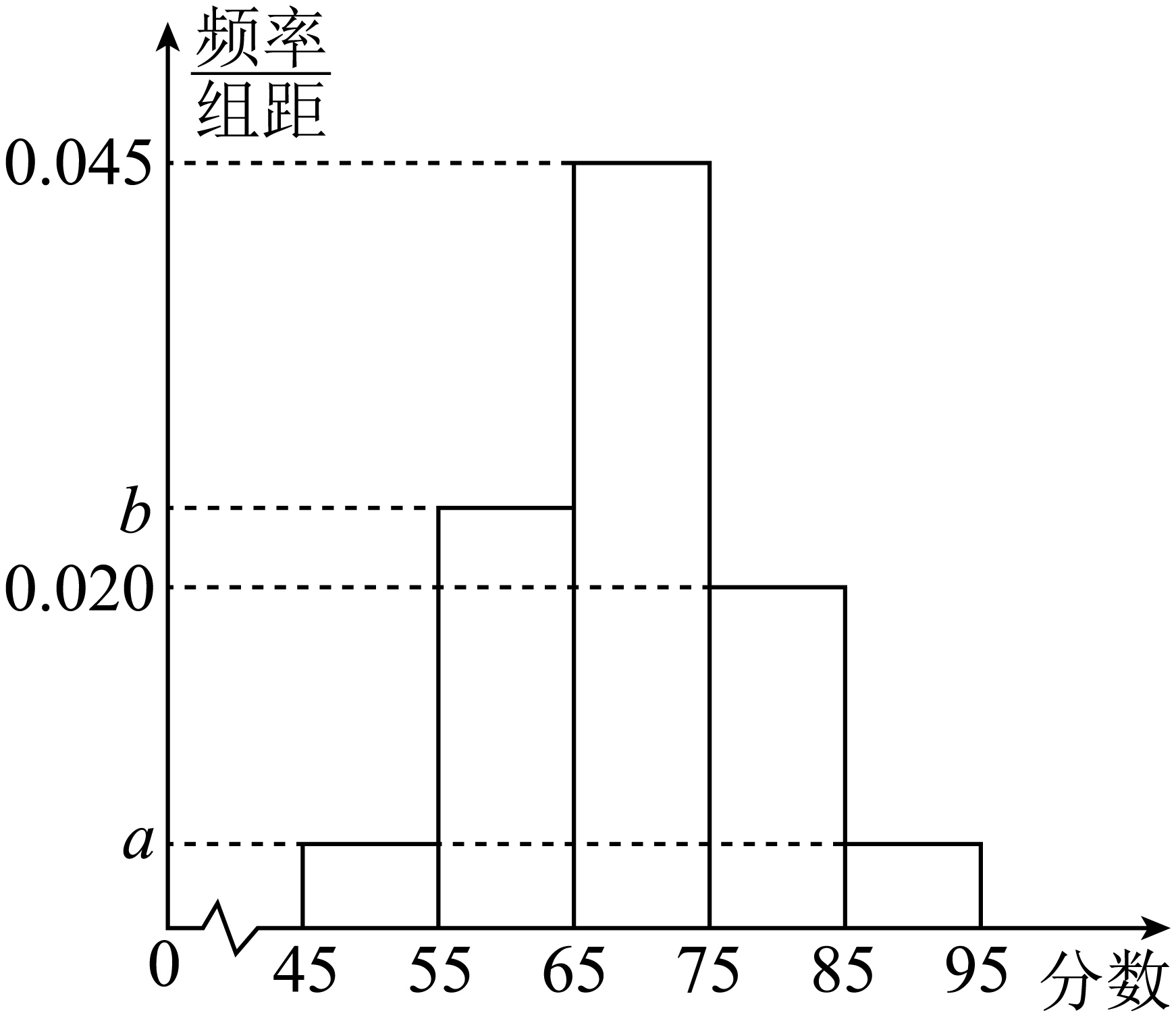
(2)把该选手至多进入第二轮考核的事件拆成两个互斥事件的和，再用互斥事件的加法公式计算即得.

【详解】记“该选手正确回答第*i*轮问题”为事件，则，，，

该选手进入第三轮才被淘汰的事件为，其概率为；

该选手至多进入第二轮考核的事件为，其概率为.

20. 第19届亚运会将于2022年9月在杭州举行，志愿者的服务工作是亚运会成功举办的重要保障.某高校承办了杭州志愿者选拔的面试工作.现随机抽取了100名候选者的面试成绩，并分成五组：第一组，第二组，第三组，第四组，第五组，绘制成如图所示的频率分布直方图.已知第三、四、五组的频率之和为0.7，第一组和第五组的频率相同.



(1)求*a*，*b*的值；

(2)计算本次面试成绩的众数和平均成绩；

(3)根据组委会要求，本次志愿者选拔录取率为19%，请估算被录取至少需要多少分.

【答案】(1)；

(2)众数为70，平均成绩为69.5分；

(3)78分.

【解析】

【分析】(1)先算出第五组频率，可得.后由前两组频率和为0.3可得.

(2)由众数，平均数计算公式可得答案.

(3)中位数对应录取率为，本题即是求频率所对应分数.

【小问1详解】

由题图可知组距为10.

第三组，第四组频率之和为，又后三组频率和为0.7，

则第五组频率为0.05，第一组频率也为0.05，故第二组频率为0.25.

得.

【小问2详解】

由题图可知第三个矩形最高，故众数为.

平均数为.

【小问3详解】

前三组频率之和为.

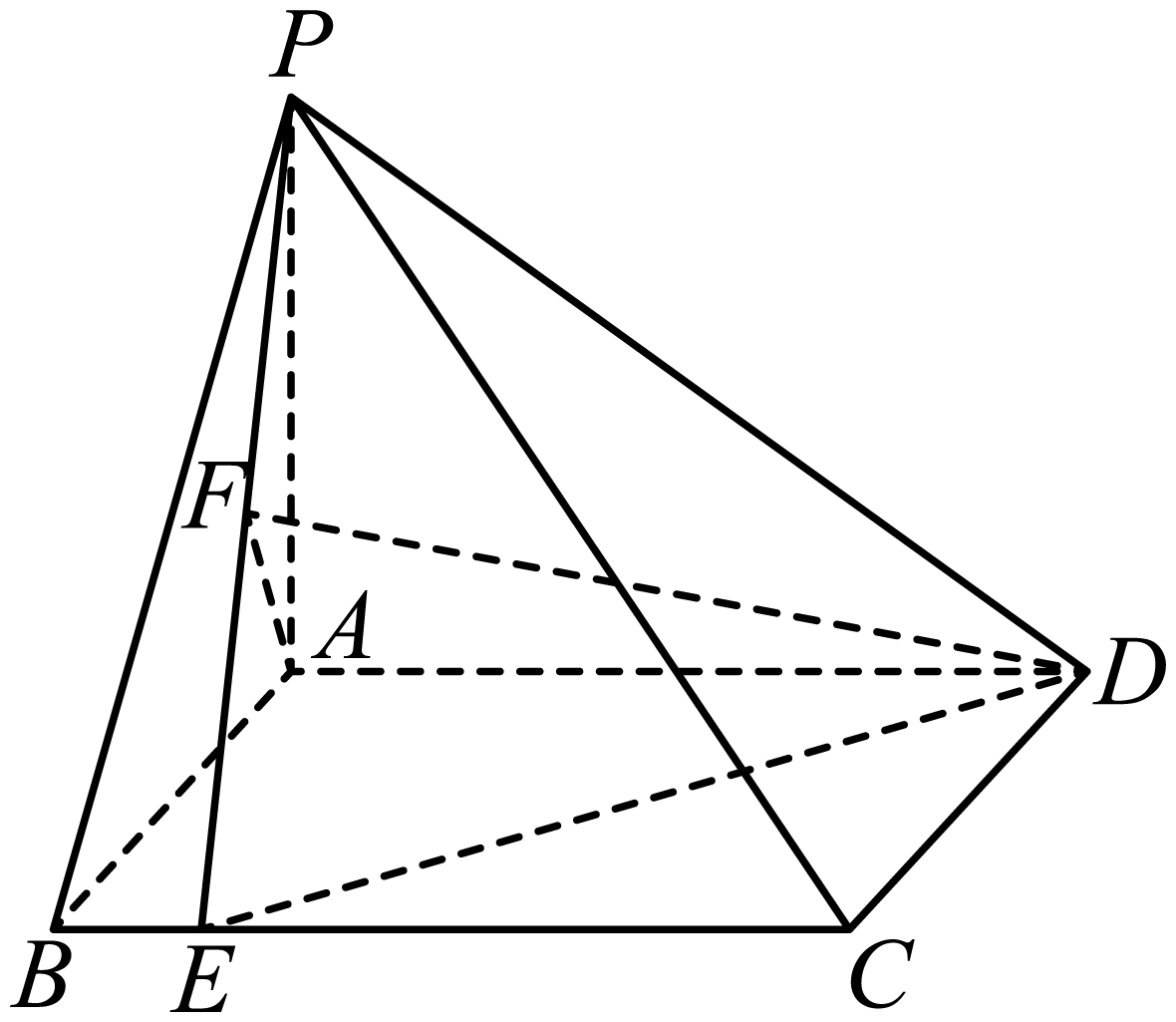
前四组频率之和为.

故频率0.81对应分数在75到85之间.

设分数为，则有，解得.

故若要求选拔录取率为19%，至少需要78分.

21. 如图，在四棱锥中，底面*ABCD*，四边形*ABCD*是正方形，且，*E*是棱*BC*上的动点，*F*是线段*PE*的中点．



(1)求证：平面*ADF*；

(2)是否存在点*E*，使得平面*DEP*与平面*ADF*所成角的余弦值为？若存在，请求出线段*BE*的长；若不存在，请说明理由．

【答案】(1)证明见解析；

(2)不存在，理由见解析.

【解析】

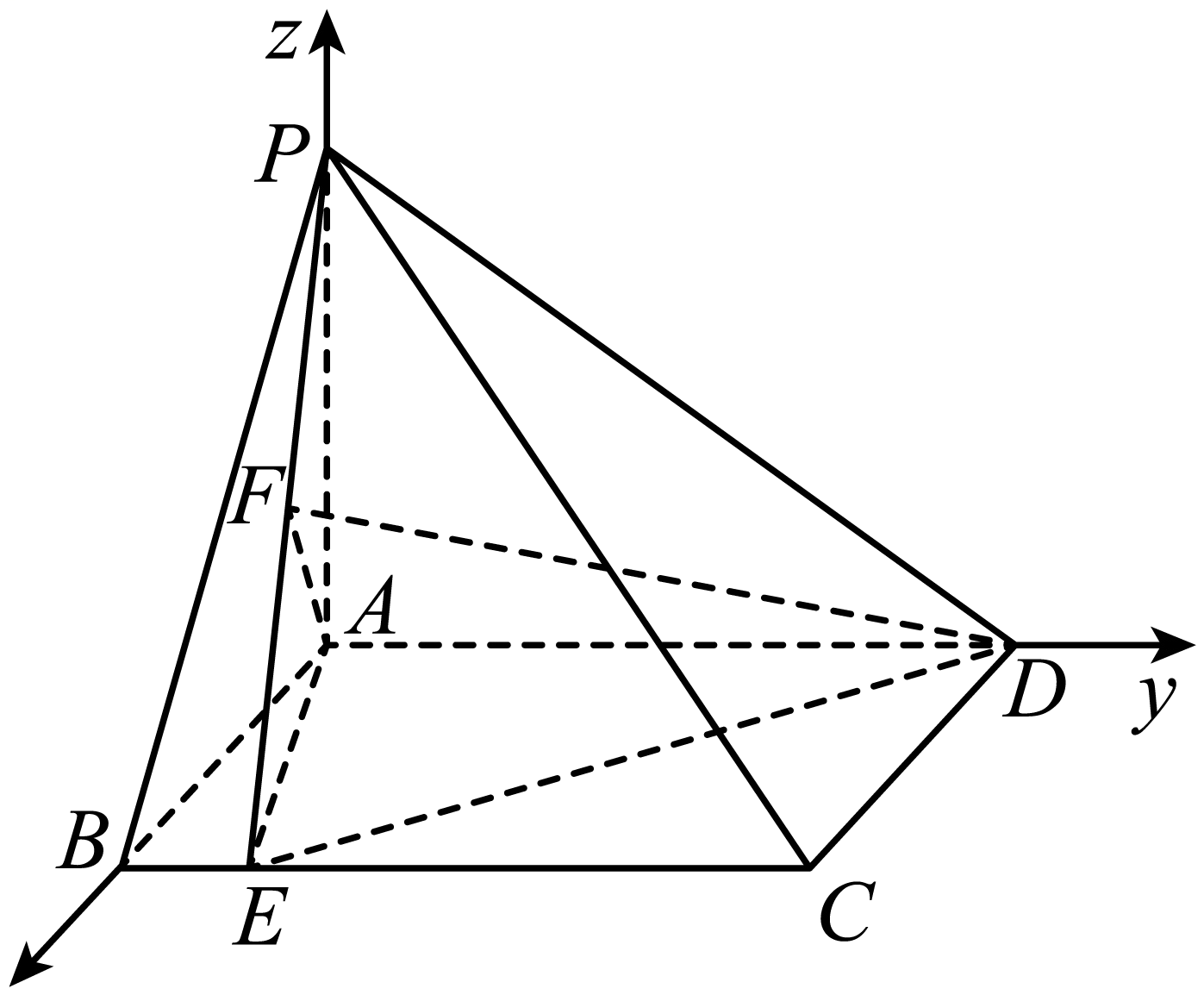
【分析】(1)根据给定条件，建立空间直角坐标系，利用空间位置关系的向量证明推理作答.

(2)由(1)中坐标系，求出平面*DEP*与平面*ADF*的法向量，再利用面面角的向量求法计算判断作答.

【小问1详解】

在四棱锥中，底面*ABCD*，四边形*ABCD*是正方形，

以*A*为原点建立空间直角坐标系，如图，，设，，



则，，，

于是，，有，，

又，平面，平面，

因此平面.

【小问2详解】

由(1)平面*ADF*的法向量为，

又，，设平面的法向量为，

则，不妨令，则，

故平面的一个法向量为，

设平面与平面所成角为，则，

解得或，此时点在线段的延长上，

所以，不存在这样的点.

21. 在数列中，已知， .

(1)证明：数列为等比数列；

(2)记，数列的前项和为，求使得的整数的最大值.

【答案】(1)证明见解析

(2)5

【解析】

【分析】(1)计算，，得到等比数列的证明.

(2)确定，，根据裂项相消法得到，代入不等式计算得到答案.

【小问1详解】

，得，，，

故数列是以为首项，为公比的等比数列；

小问2详解】

，故，故，

，

，即，即，，故，

故使得的最大整数为.

22. 已知半径为的圆*C*的圆心在*y*轴的正半轴上，且直线与圆*C*相切．

(1)求圆*C*的标准方程．

(2)若圆*C*的一条弦经过点，求这条弦的最短长度．

(3)已知，*P*为圆*C*上任意一点，试问在*y*轴上是否存在定点*B*(异于点*A*)，使得为定值？若存在，求点*B*的坐标；若不存在，请说明理由．

【答案】(1)；

(2)

(3)存在，点*B*的坐标为.

【解析】

【分析】(1)由题意圆心坐标为，，可设出圆标准方程，根据圆心到直线的距离等于半径，从而可得出答案．

(2)先判断点在圆内，由圆的集合性质可得直线与这条弦垂直时，这条弦的长度最短从而可得出答案．

(3)设，，，分别表示出，，由为定值得出答案．

【小问1详解】

由题意设圆心坐标为，，则圆的方程为．

因为直线与圆相切，

所以点到直线的距离，

因为，所以，故圆的标准方程为；

【小问2详解】

因为，

所以当直线与这条弦垂直时，这条弦的长度最短，

故所求最短弦长为．

【小问3详解】

假设存在定点，设，，，

则，

则，

当，即舍去)时，为定值，

且定值为，故存在定点，且的坐标为．