**华中师大一附中2022-2023学年度上学期高二期末检测数学试题**

**一､选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个诜项中，只有一项是特合题目要求的.**

1. 抛物线的焦点坐标为

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据抛物线标准方程，可求得p，进而求得焦点坐标．

【详解】将抛物线方程化为标准方程为 ，可知

所以焦点坐标为

所以选D

【点睛】本题考查了抛物线基本性质，属于基础题．

2. 直线，则“”是“”的( )条件

A. 必要不充分 B. 充分不必要

C. 充要 D. 既不充分也不必要

【答案】C

【解析】

【分析】根据直线平行求得，结合充分、必要条件的知识求得正确答案.

【详解】若，则，

解得或，

当时，和的方程都是，两直线重合，不符合题意.

经验证可知，符合.

所以“”是“”的充要条件.

故选：C

3. 设正项等比数列的前项和为，若，则公比为( )

A. 2或 B. 3 C. 2 D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据已知条件列方程求得.

【详解】依题意，

即，

，依题意，

所以，由于，故解得.

故选：B

4. 已知等差数列的前项和为，若，则( )

A. 380 B. 200 C. 190 D. 100

【答案】A

【解析】

【分析】求得等差数列的公差，进而求得

【详解】设等差数列的公差为，

则，

所以.

故选：A

5. 若双曲线的渐近线方程为，且过点，则双曲线的标准方程为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】由双曲线渐近线方程可得，将代入双曲线方程可求得，由此可得结果.

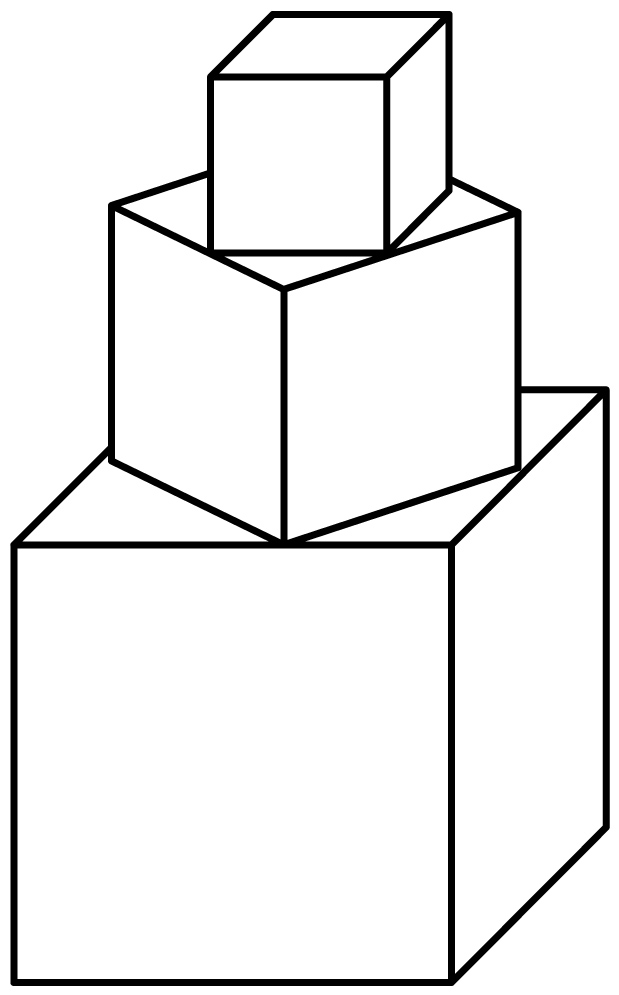
【详解】由双曲线方程可得其渐近线方程为：，，即，

则双曲线方程可化为：，由双曲线过点，

，解得：，，双曲线方程为：.

故选：C.

6. 有一塔形几何体由若干个正方体构成，构成方式如图所示，上层正方体下底面的四个顶点是下层正方体上底面各边的中点，已知最底层正方体的棱长为4，若该塔形几何体是由7个正方体构成，则该塔形的表面积(含最底层的正方体的底面面积)为( )



A. 127 B.  C. 143 D. 159

【答案】D

【解析】

【分析】分析各层正方体的边长，利用等比数列的前*n*项和公式即可求解．

【详解】不妨设由下到上各层正方形的边长为，

由题意知，是首项为4，公比为的等比数列，所以，

各层正方形的面积为，

所以该塔形几何体的表面积为，

故选：D．

7. 已知椭圆和点，直线与椭圆交于两点，若四边形为平行四边形，则直线的方程为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】先求得直线所过点，然后利用点差法求得直线的斜率，进而求得正确答案.

【详解】由于，所以在椭圆上，

设中点为，则，则直线过点，且是的中点，

设，则：，

两式相减并化简得，

所以，即直线的斜率为，

所以直线也即直线的方程为.

故选：C

8. 已知双曲线，直线过坐标原点并与双曲线交于两点(在第一象限)，过点作的垂线与双曲线交于另一个点，直线交轴于点，若点的横坐标为点横坐标的两倍，则双曲线的离心率为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】设，，根据垂直关系及坐标可得直线的方程，联立可求得点坐标，代入双曲线方程中，结合在双曲线上，可化简整理得到，由离心率可求得结果.

【详解】由题意知：直线斜率存在且不为零，则可设直线，

设，则，，

，，则直线，

又，直线，

由得：，即，

在双曲线上，，

又在双曲线上，即，，

，

即，

，

，又，，

双曲线离心率.

故选：C.

【点睛】关键点点睛：本题考查双曲线离心率的求解问题；解题关键是能够通过两直线方程联立的方式，求得点坐标，从而根据点在双曲线上构造方程，化简整理得到之间的关系.

**二､多选题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 等差数列的前项和为，若，公差，且，则下列命题正确的有( )

A. 是数列中的最大项 B. 是数列中的最大项

C.  D. 满足的的最大值为

【答案】ACD

【解析】

【分析】由得出，代入与，对选项依次判断即可.

【详解】∵，∴，∴，∴，

∴，

，

对于A，，∵，∴当时，取最大值，∴是数列中的最大项，故选项A正确；

对于B，∵，，所以等差数列是递减数列，数列中的最大项为，故选项B错误；

对于C，，故选项C正确；

对于D，∵，∴，解得，

∵，∴满足的的最大值为，故选项D正确.

故选：ACD.

10. 设圆，直线为上的动点，过点作圆的两条切线，切点为为圆上任意两点，则下列说法中正确的有( )

A. 的取值范围为

B. 四边形的最大值为

C. 满足的点有两个

D. 的面积最大值为

【答案】AC

【解析】

【分析】根据切线长公式即可求解A,B,C，根据三角形的面积公式可求解D.

【详解】圆心到直线的距离，

所以，因为圆的半径为，

根据切线长公式可得，

当时取得等号，

所以的取值范围为，A正确；

因为，

所以四边形的面积等于，

四边形的最小值为，故B错误；

因为，所以，

在直角三角形中，，所以，

设，因为，

整理得，

则有，所以满足条件的点有两个，C正确；

因为

所以当，即，面积有最大值为，

此时四边形正方形，则，满足要求，

故D错误，

故选:AC.

11. 数列满足(为非零常数)，则下列说法正确的有( )

A. 若，则数列是周期为6的数列

B. 对任意的非零常数，数列不可能为等差数列

C. 若，则数列是等比数列

D. 若正数满足，则数列为递增数列

【答案】AD

【解析】

【分析】对于A，由题意可得，进而可得，即可判断；

对于B，举反例，此时为等差数列，即可判断；

对于C，由题意可得，，只有当时，数列才是以2为公比的等比数列，即可判断；

对于D，由题意可得，求得，进而可得，只需判断-是否成立即可判断.

【详解】解：对于A，因为，所以，，

所以，，

所以，

所以数列是周期为6的数列，故正确；

对于B，当时，则有，，

即有，，

由等差中项的性质可知为等差数列，故错误；

对于C，当时，，，

即有，，

当时，数列是以2为公比的等比数列，故错误；

对于D，因为正数满足，

所以

所以，，

所以，，

设数列前项和为，

则有=，

所以，，

所以，，

所以，，

所以==，，

所以数列为递增数列，故正确.

故选：AD.

12. 已知抛物线的焦点为，直线过焦点分别交抛物线于点，其中位于轴上方，且直线经过点，记的斜率分别为，则下列正确的有( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】ACD

【解析】

【分析】利用抛物线的性质，可得，设直线的方程为，联立方程可得，可判断；同理可得，再利用直线经过点，可得，进而得出，可判断，；利用两点确定斜率可得，可判断.

【详解】由抛物线可得：，设直线的方程为，

由，整理可得：，

所以，故选项正确；同理可得：，

由直线经过点，设，则，

，，所以，

则，整理可得：，

也即，因为，所以，

又，，所以，故选项正确；

则，故选项错误；

因为，同理， 则.故选项正确，

故选：.

**三､填空题：本题共4小题，每小题分，共20分.**

13. 已知圆与圆的公共弦所在直线恒过点，则点的坐标为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】两圆的方程相减得出两圆的公共弦所在直线方程，然后根据直线方程求出定点即可.

【详解】由圆与圆，

两式相减得公共弦所在直线方程为：，

即，令，解得：，

所以圆与圆的公共弦所在直线恒过点.

故答案为：.

14. 已知抛物线，直线与相交于两点，若的准线上一点满足，则的坐标为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】令，由及数量积的坐标公式得，联立抛物线与直线方程，应用韦达定理求横纵坐标的和积代入上式求的纵坐标即可.

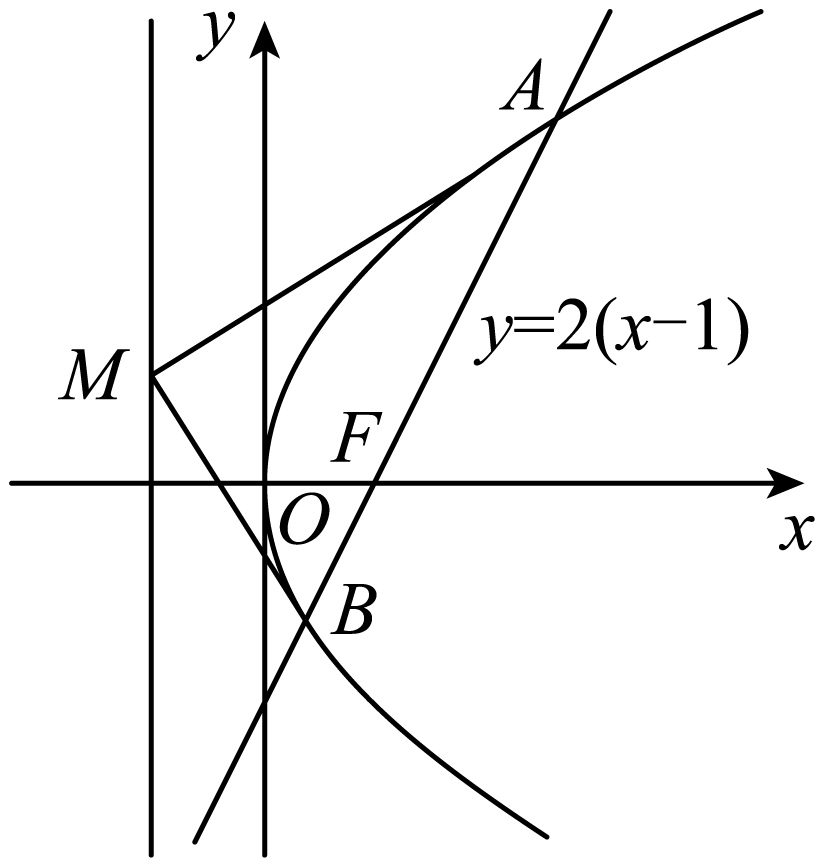
【详解】令，则，

由，则，

所以

联立，消去*y*整理得，则，

所以，，



综上，，则，故.

故答案为：

15. 已知双曲线的右焦点为，离心率为，过原点的直线与的左右两支分别交于两点，若，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】##

【解析】

【分析】先由抛物线的对称性与定义得到，关于的表达式，从而利用题设条件与余弦定理得到关于的表达式，再利用基本不等式即可得解.

【详解】依题意，记双曲线的左焦点为，连结，如图，

由抛物线的对称性易得，又，

所以四边形是平行四边形，则，

因为双曲线，所以由双曲线的定义可得，则，

记，则，

又，所以，即，，则，

因为，所以，

在中，，即，

所以，

当且仅当，即时，等号成立，

此时由于，当且仅当，即时，等号成立，

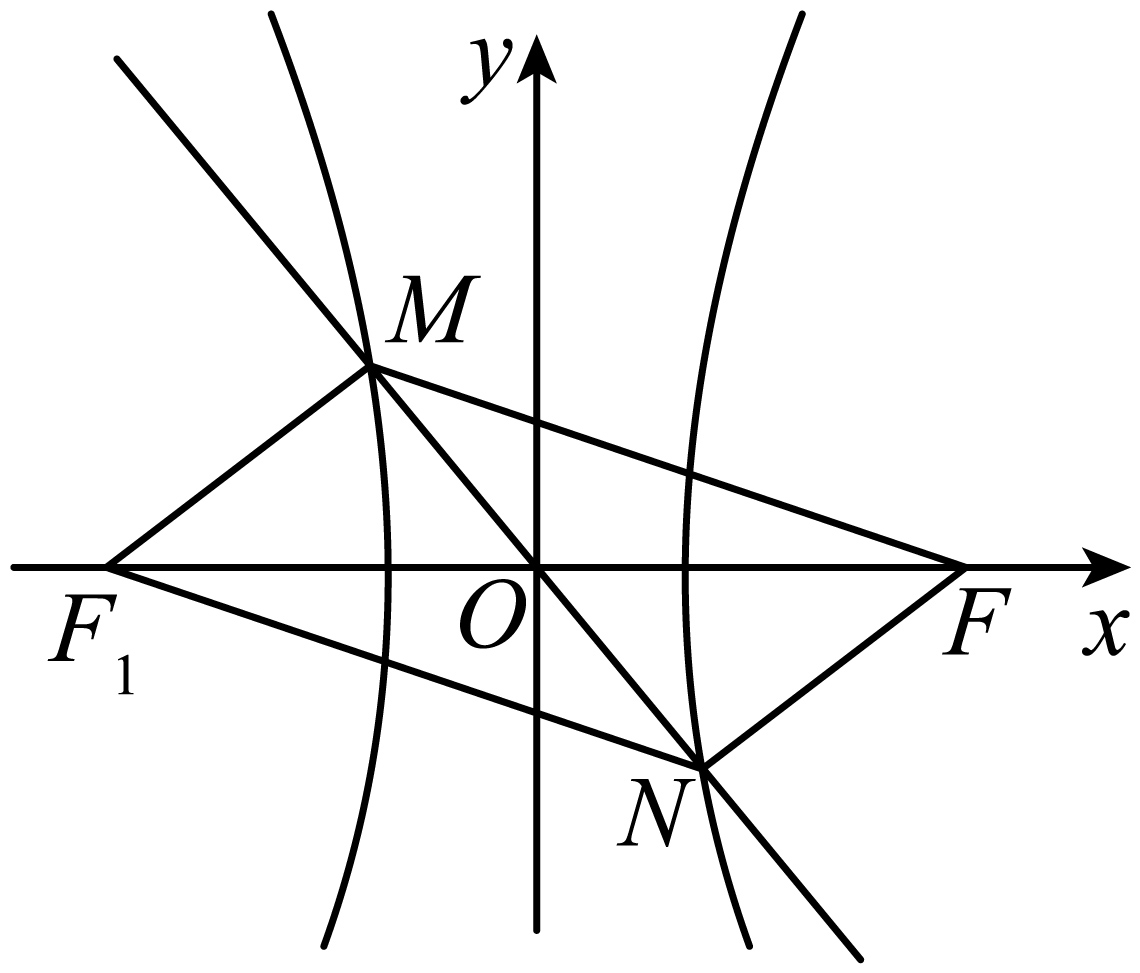
注意当时，，不满足题意，故，

所以当时，有解，

且由得，满足题意，

所以的最小值为.

故答案为：.

.

16. 已知数列满足为公差为1的等差数列，若不等式对任意的都成立，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】因为为等差数列，已知首项与公差即可求出通项公式，即可求出数列的通项公式，代入不等式，则不等式恒成立问题转化为最值问题求解即可.

【详解】因为数列满足为公差为1的等差数列，设，则，，即，所以，，所以不等式，即对任意的都成立，即，，，，因为中分子的增长速度远大于分母，所以，所以，则实数的取值范围是.

故答案为：

**四､解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.**

17. 已知圆的圆心坐标为，且圆与直线相切，过点的动直线与圆相交于两点，点为的中点.

(1)求圆的标准方程；

(2)求的最大值.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)运用点到直线距离公式求出圆*C*的半径；

(2)求出点*P*的运动轨迹，再确定 的最大值.

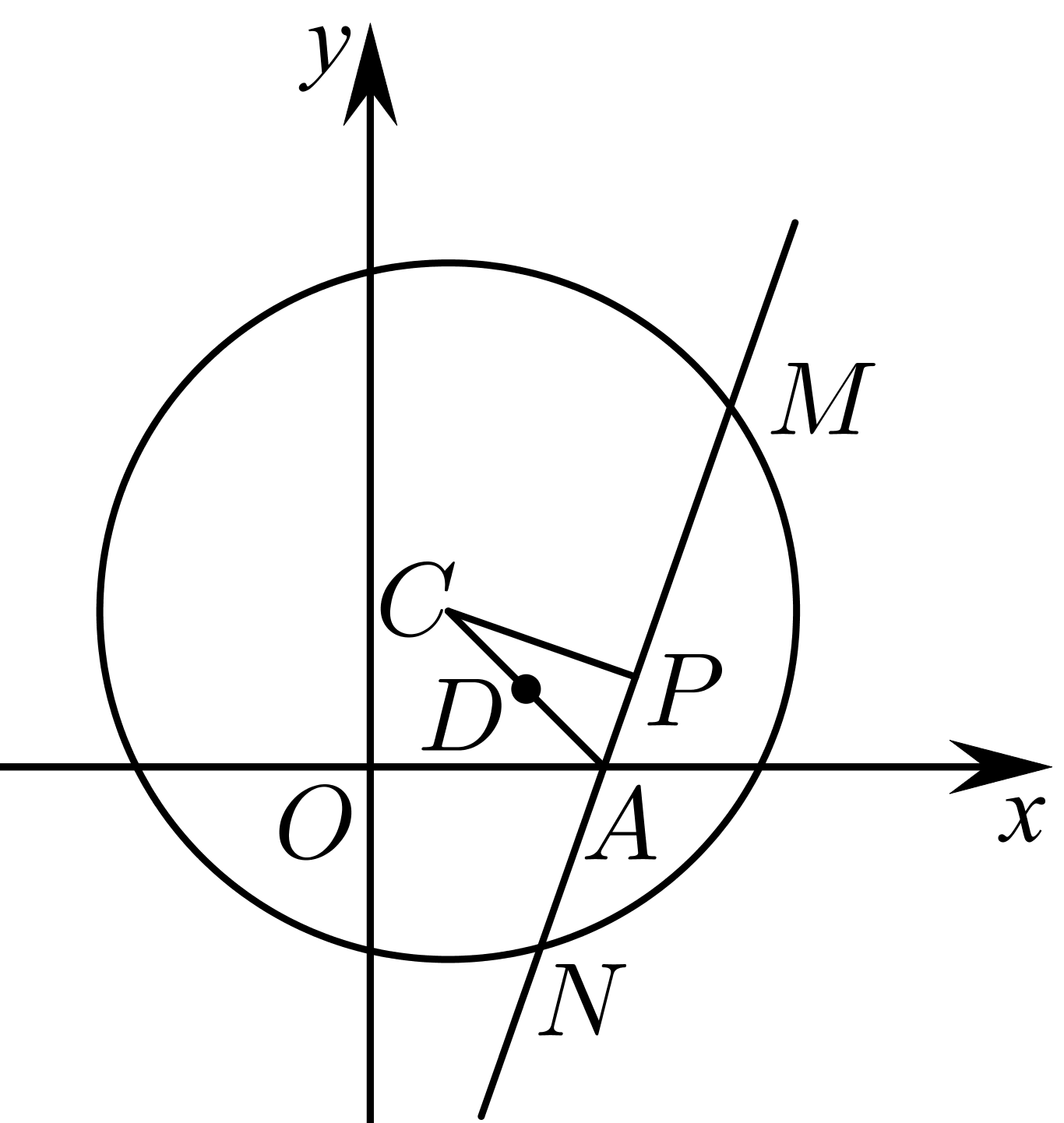
【小问1详解】

由题意知点到直线的距离为 ，也是圆*C*的半径，

圆的半径为，

则圆的标准方程为；

【小问2详解】



依题意作上图，为弦的中点，由垂径定理知： ，又过定点*A*，

点的轨迹为以为直径的圆，圆心为*A*，*C*的中点，半径为 ，

；

综上，圆的标准方程为， 的最大值为 .

18. 已知数列是等差数列，是等比数列的前项和，，.

(1)求数列的通项公式；

(2)求的最大值和最小值.

【答案】(1)，

(2)的最大值为，最小值为4.

【解析】

【分析】(1)根据给定的条件，求出等差数列的首项及公差，等比数列的公比即可求解作答；

(2)由(1)可得，再分为奇数和偶数时，结合的单调性求解即可.

【小问1详解】

设的公差为的公比为，

，所以，由，解得：，

，

又，所以，

；

【小问2详解】

由(1)和等比数列的前项和公式可知：

，

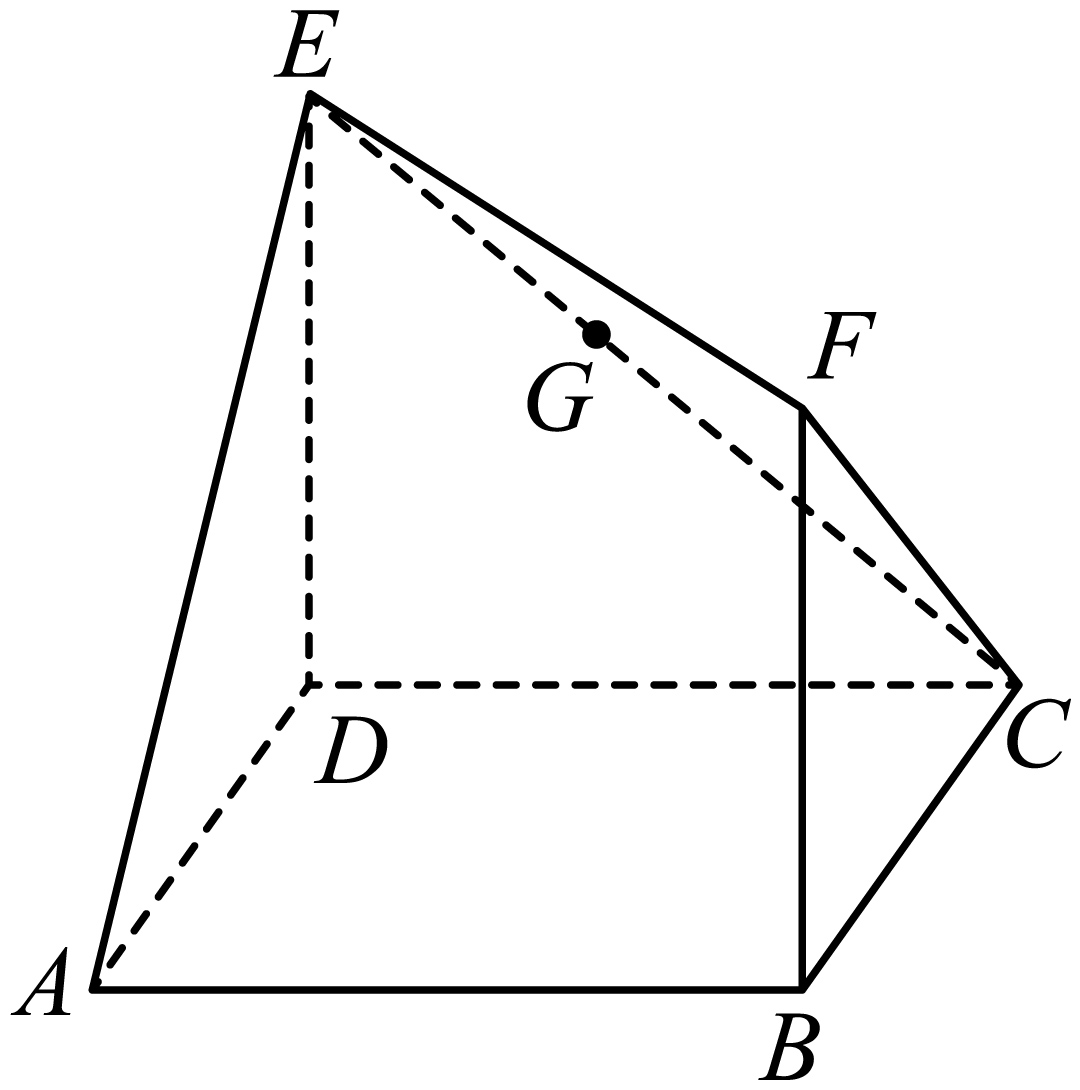
显然，当为奇数时，单调递减；

当为偶数时，单调递增，

时，有最大值为，

时，有最小值为4.

19. 如图，四边形是边长为1的正方形，平面平面，且.



(1)求证：平面

(2)在线段上是否存在点(不含端点)，使得平面与平面的夹角为，若存在，指出点的位置；若不存在，请说明理由.

【答案】(1)证明见解析

(2)存在，为线段上靠近的三等分点

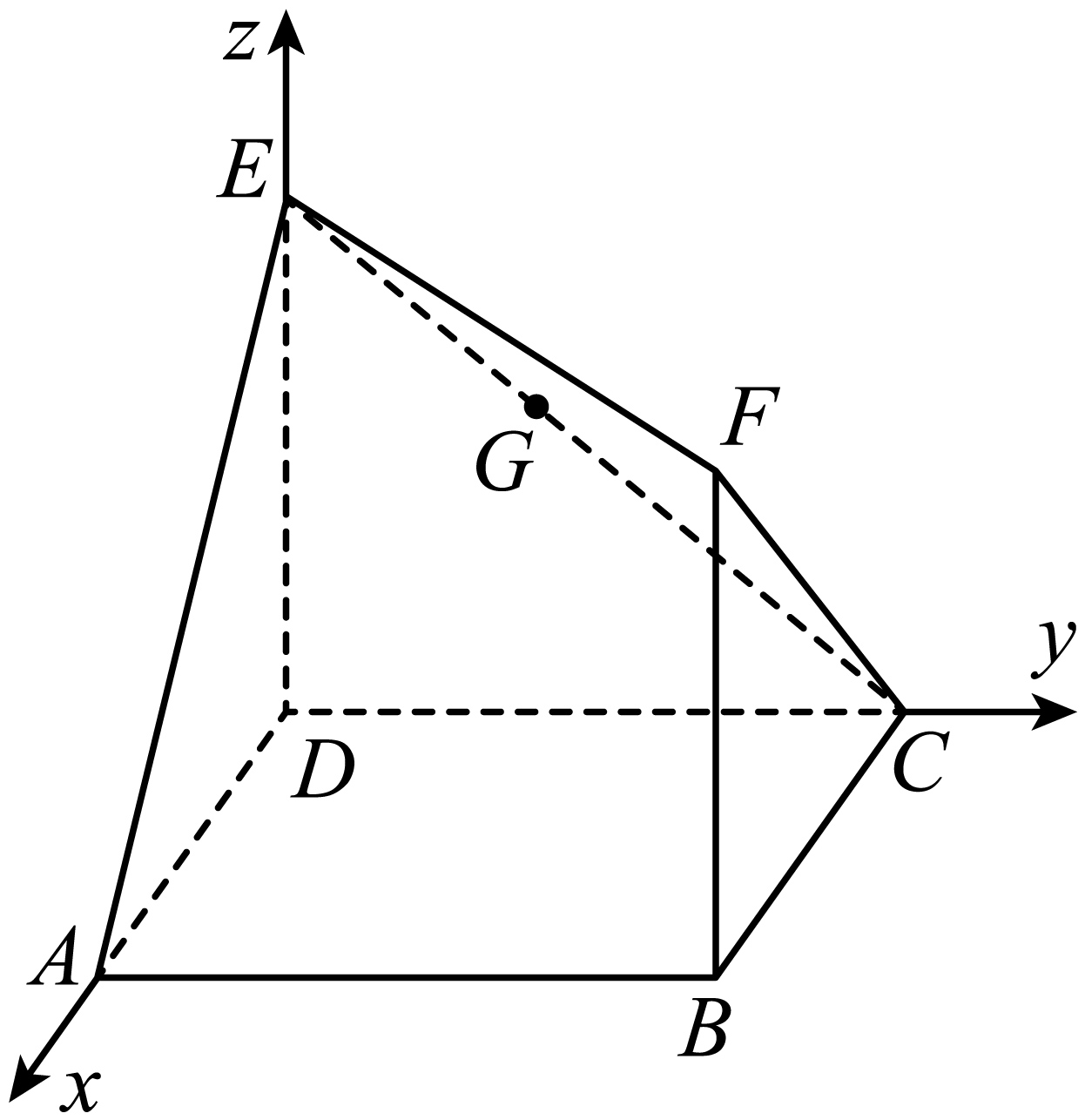
【解析】

【分析】(1)建立空间直角坐标系，得到 故EC⊥DF，EC⊥DA，从而证明出线面垂直；

(2)设，得到的坐标为，求出平面的法向量，列出方程，求出，得到为线段上靠近的三等分点.

【小问1详解】

以点为原点，以所在的直线为轴，轴，轴建立空间直角坐标系，



则，

，

，故*EC*⊥*DF*，*EC*⊥*DA*，

∵，平面*ADF*，

平面；

【小问2详解】

设，则的坐标为，

设平面法向量为，

则由，令，则，

则法向量，

平面与平面的夹角为，且平面的法向量为，

，

，

∴解得，

为线段上靠近的三等分点.

20. 记为数列的前项和，已知，.

(1)求证：数列为等比数列；

(2)若，则求数列的前项和.

【答案】(1)证明见解析

(2)

【解析】

【分析】(1)由与的关系，结合等比数列的定义进行证明；

(2)将代入，使用裂项相消法进行求和.

【小问1详解】

∵，①

∴当时，，②

①②，得，即，

∴化简整理得()，

又∵，

∴数列中各项均不为，且()，

∴数列是首项，公比为的等比数列.

【小问2详解】

由第(1)问，，∴，

∴，

∴





.

∴数列的前项和.

21. 已知抛物线的顶点为坐标原点，焦点在轴的正半轴，点抛物线上， 且到抛物线的准线的距离为2.

(1)求抛物线的方程；

(2)动点在抛物线的准线上，过点作拋物线的两条切线分别交轴于两点，当面积为时，求点的坐标.

【答案】(1)

(2)或

【解析】

【分析】(1)利用抛物线的焦半径公式与标准方程得到关于的方程组，解之即可；

(2)先由面积得到，再联立切线与抛物线方程，结合韦达定理得到，从而求得，由此得解.

【小问1详解】

依题意，设抛物线的方程为，

因为点在抛物线上，所以，则，

因为到抛物线准线的距离为，所以，

联立，解得，

所以抛物线的方程为.

【小问2详解】

设动点的坐标为，设直线的斜率为，

则直线的方程为，直线的方程为，

令两个方程中的，则可得，

此时，

因为，所以，则，

设过点的抛物线的切线方程为，

联立方程，消去，得，

因为直线与抛物线相切，所以，整理得，

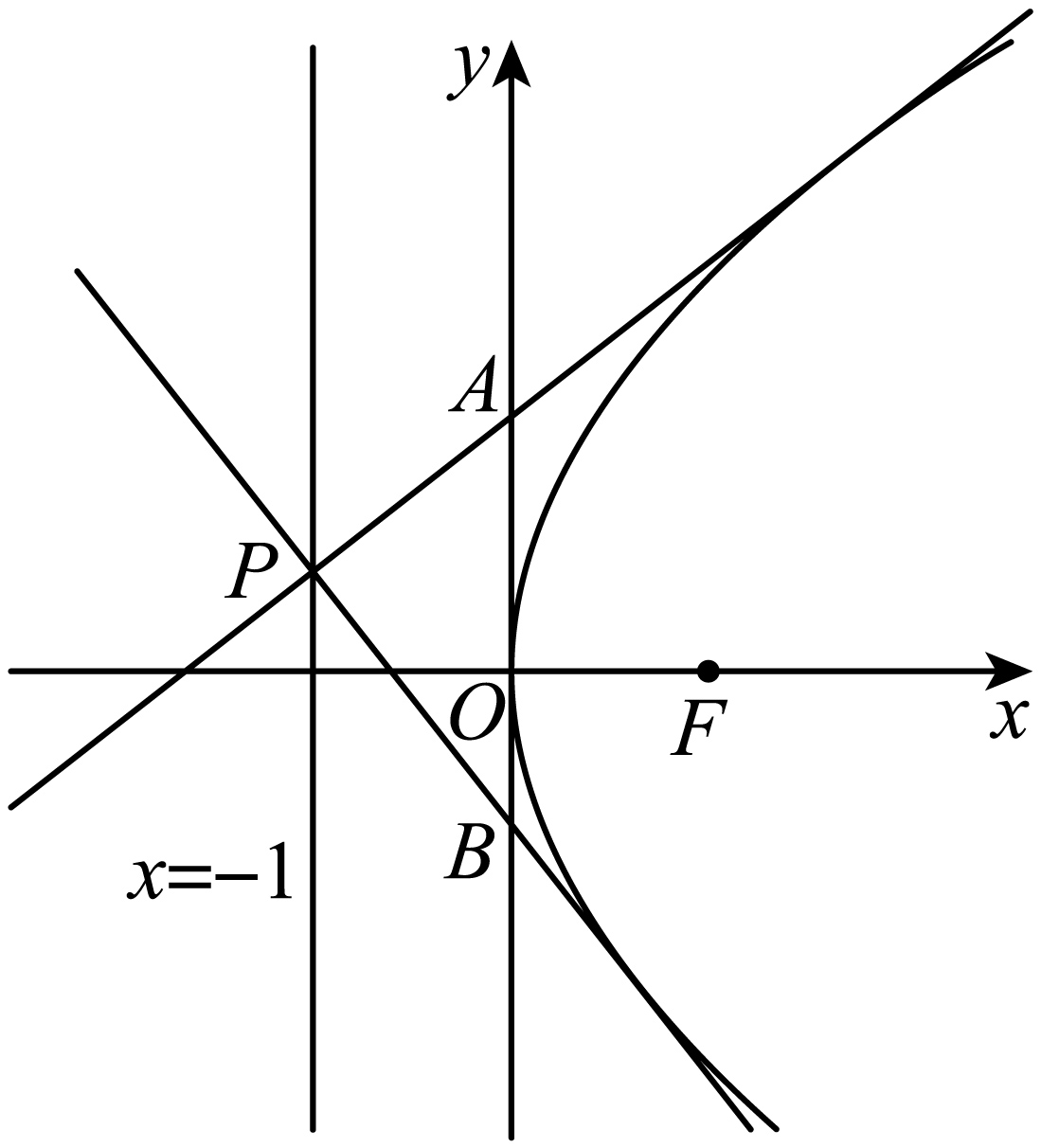
由题知直线为抛物线的两条切线，则为方程的两根，

所以，

由得，解得，

此时，对于，有，满足题意，

所以点的坐标为或.

.

22. 已知椭圆的离心率为，过椭圆的一个焦点作垂直于轴的直线与椭圆交于两点，.

(1)求椭圆的方程；

(2)过椭圆外一点任作一条直线与椭圆交于不同的两点，在线段上取一点，满足，证明：点必在某条定直线上.

【答案】(1)

(2)证明见解析

【解析】

【分析】(1)依题意可得、，即可求出、、，从而求出椭圆方程；

(2)法一：设直线方程为，，，，由，可得，联立直线与椭圆方程，消元、列出韦达定理，代入即可得到，，消去参数，即可得解；

法二：依题意可得，设，则，设，，，根据向量共线的坐标表示用、表示、、、，再消去参数即可得解.

【小问1详解】

解：由题知 ①，②，又③，

联立①②③解得，所以椭圆的方程为；

【小问2详解】

解法一：由题知直线的斜率存在，设直线的斜率为，

则直线方程为，设，，，

，

，

，上式可化简，

联立消去化简可得，

则，，

，代入直线方程，

即，解得，

由消去可得，

则点必在定直线；

法二：，

，即，

，

设，则，设，，，

由可得，由，可得，

、在椭圆上，

，

化简可得，两式相减得到，

点必在定直线上.