**武汉市部分重点中学2022—2023学年度上学期期末联考**

**高二数学试卷**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1. 已知函数可导，且满足，则函数在*x*＝3处的导数为( )

A. 2 B. 1 C. －1 D. －2

【答案】D

【解析】

【分析】根据导数的定义即可得到答案.

【详解】由题意，，所以.

故选：D.

2. 已知等差数列满足，则数列的前5项和为( )

A. 15 B. 16 C. 20 D. 30

【答案】A

【解析】

【分析】根据给定条件，利用等差数列性质求出，再利用前*n*项和公式计算作答.

【详解】等差数列中，，解得，而，

所以数列的前5项和.

故选：A

3. 已知双曲线的实轴长为4，虚轴长为6，则双曲线的渐近线方程为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据双曲线几何性质解决即可.

【详解】由题知双曲线中，

所以，双曲线焦点在轴上，

所以双曲线的渐近线方程为，

故选：C.

4. 已知数列满足，则( )

A.  B. 1 C. 4043 D. 4044

【答案】A

【解析】

【分析】由递推式得到，从而得到，由此再结合即可求得的值.

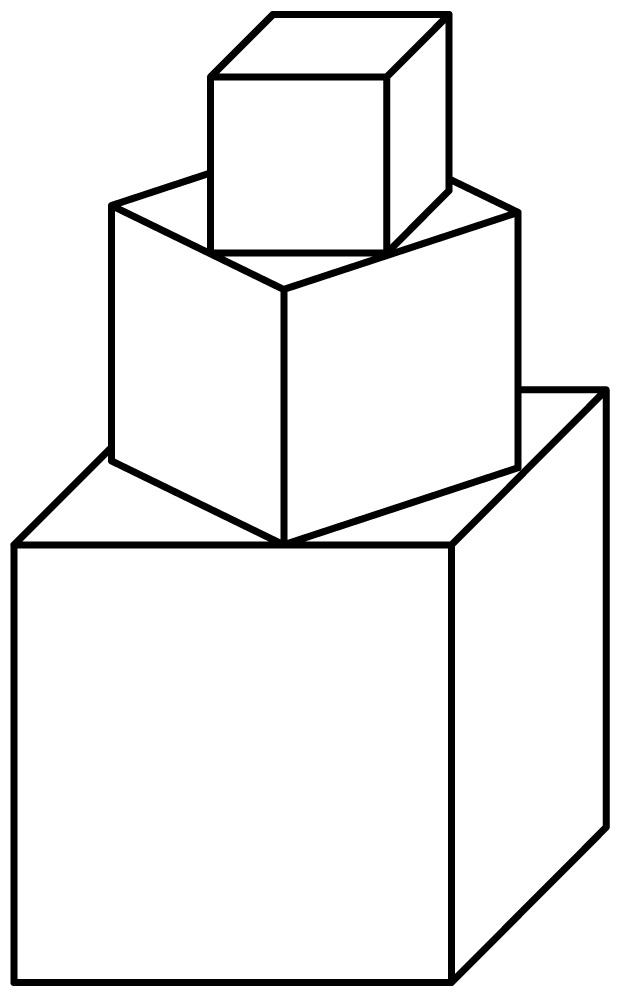
【详解】由得，

两式相加得，即，故，

所以.

故选：A．

5. 有一塔形几何体由若干个正方体构成，构成方式如图所示，上层正方体下底面的四个顶点是下层正方体上底面各边的中点，已知最底层正方体的棱长为3，且该塔形的表面积(不含最底层正方体的底面面积)超过78，则该塔形中正方体的个数至少是( )



A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

【答案】B

【解析】

【分析】设从最底层开始的第层的正方体棱长为，则为等比数列，由此求出塔形表面积的表达式，令即可得出的范围．

【详解】解：设从最底层开始的第层的正方体棱长为，

，，，

则为以3为首顶，以为公比的等比数列，

所以是以9为首项，以为公比的等比数列．

所以塔形的表面积，

令，解得，

所以该塔形中正方体的个数至少为5个．

故选：B．

6. 已知抛物线*C*：的焦点，过*F*的直线与*C*交于*M*，*N*两点，准线与*x*轴的交点为*A*，当时，直线*MN*的方程为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意可得：抛物线方程为，则，设直线的方程为：，联立方程组，利用韦达定理和即可求解.

【详解】由题意可知：，则抛物线方程为，所以.

设过*F*的直线的方程为：，，

联立方程组，整理可得：，

则，，

又因为所以，，

所以，也即，

因为，

所以





即，解得：，所以直线的方程为：，

故选：.

7. 已知两相交平面所成的锐二面角为70°，过空间一点*P*作直线*l*，使得直线*l*与两平面所成的角均为30°，那么这样的直线有( )条

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】D

【解析】

【分析】分两种情况，一是在二面角的平分面上，另一种情况是在邻补二面角的平分面上研究，以角平分线为基准，旋转找符合要求的直线,最后过点作符合条件的平行直线即可.

【详解】作二面角的平面角,则，设为的平分线，则,当以为中心，在二面角的平分面上转时，与两平面的夹角变小，会对称出现两条符合要求的直线.

设为的补角角平分线，则，当以为中心，在二面角的邻补二面角平分面上转时，与两平面的夹角变小，会对称出现两条符合要求的直线.

综上所述: 过点作与,平行的直线符号要求，共4条.

故选：D

8. 数列满足，，，则的整数部分是( )

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】A

【解析】

【分析】根据已知条件，利用累加法求得，结合数列的单调性即可判断的取值范围，进而求得其整数部分

【详解】由可得，

所以，

所以，

则，，

，，，

上述式子累加得：，

故，

又因为，即，

所以，

根据递推公式得：，，，

所以，

那么，则，则的整数部分是1，

故选：A

【点睛】关键点睛：本题考查累加法，以及数列的单调性，能够正确的裂项从而累加是解决问题的关键

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．**

9. 方程表示的曲线中，可以是( )

A. 双曲线 B. 椭圆 C. 圆 D. 抛物线

【答案】AB

【解析】

【分析】根据双曲线和椭圆标准方程的特点，即可得到结果.

【详解】因为，

若，即时，方程表示的曲线双曲线；

若，即时，方程表示的曲线椭圆.

故选：AB.

10. 设为等差数列的前*n*项和，且，都有．若，则( )

A.  B. 

C. 的最小值是 D. 的最大值是

【答案】AC

【解析】

【分析】设数列公差为，由可知，又由可知，据此可判断各选项正误.

【详解】设数列公差为，

，因，

则，得数列为递增数列·.又，则.

故A正确，B错误.又数列为递增数列，，则数列前16项均为负数，第17项及以后各项均为正数，故的最小值是，的最大值不存在.

故C正确，D错误.

故选：AC

11. 抛物线*C*：的焦点为*F*，*P*是其上一动点，点，直线*l*与抛物线*C*相交于*A*，*B*两点，准线与*x*轴的交于点*D*，下列结论正确的是( )

A. 的最小值是2

B. 的最大值是2

C. 存在直线*l*，使得*A*，*B*两点关于直线对称

D. 若直线*l*经过点*D*，且*B*点在线段*AD*上，不存在直线*l*，使得

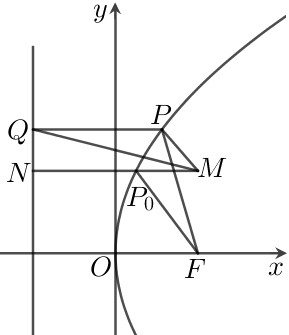
【答案】ACD

【解析】

【分析】对于A，利用抛物线的定义，数形结合判断；对于B，利用三角形两边的差小于第三边判断；；对于C，设出直线*l*的方程，与抛物线方程联立，借助对称思想判断；对于D，设出直线方程，与抛物线方程联立，结合抛物线的定义判断作答.

【详解】抛物线*C*：的焦点，准线，过点作垂直于准线，垂足为，

过点作垂直于准线，垂足为，交抛物线于点，连接，如图，



，当且仅当与重合时取等号，

因此，A正确；

因为，即的最大值是1，B不正确；

假设存在直线*l*，使得*A*，*B*两点关于直线对称，则设直线，

由消去*x*得：，则，解得，

设，即有，则有弦的中点在直线上，

即，解得，符合题意，即存在直线*l*，使得*A*，*B*两点关于直线对称，C正确；

点，显然直线*l*的斜率存在且不为0，设其方程为，

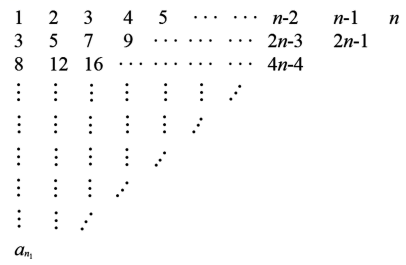
由消去*y*得：，，解得且，

设横坐标分别为，则，，

所以不存在直线*l*，使得，D正确.

故选：ACD

12. 如图所示：给定正整数*n*()，按照如下规律构成三角形数表：第一行从左到右依次为1，2，3，…，*n*，从第二行开始，每项都是它正上方和右上方两数之和，依次类推，直到第*n*行只有一项，记第*i*行第*j*项为，下列说法正确的是( )



A. 当*n*＝100时，．

B. 当*n*＝100时，最后一行的数为．

C. 当*n*＝2022时，，则*i*的最小值为8．

D. 当*n*＝2022时，

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据已知可得，再由即可解得.

【详解】由题可得三角形数表的每一行都是等差数列，且公差分别为，

所以



…

，

所以，解得，

所以*i*的最小值为9.故选项错;

因为.故正确；

因为,令所以，故正确；

因为,令，当*n*＝100时，最后一行的数为．故正确；

故答案为：.

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13. 年月，第届冬季奥林匹克运动会在北京隆重举行，中国代表团获得了金银铜的优异成绩，彰显了我国体育强国的底蕴和综合国力．设某高山滑雪运动员在一次滑雪训练中滑行的路程(单位：)与时间(单位：)之间的关系为，则当时，该运动员的滑雪瞬时速度为\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】利用导数的定义可求得该运动员在时滑雪瞬时速度.

【详解】，

所以，该运动员的滑雪瞬时速度为.

故答案为：.

14. 等比数列中，，．则的前9项之和为\_\_\_\_\_\_．

【答案】9或21

【解析】

【分析】利用解出公比，即可求解.

【详解】,

即，，









若，则，

若，则，

故答案为：9或21.

15. 三棱锥*P*－*ABC*中，二面角*P*－*AB*－*C*为120°，和均为边长为2的正三角形，则三棱锥*P*－*ABC*外接球的半径为\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】作出图形，根据条件可知：球心既过的外心垂直平面的垂线上，又在过的外心垂直平面的垂线上，然后利用二面角的大小和勾股定理即可求解.

【详解】作出三棱锥*P*－*ABC*，如图所示：为的中点，分别为和的外心，过点分别作平面和平面的垂线，交点为，连接.根据题意可知：球心既过的外心垂直平面的垂线上，又在过的外心垂直平面的垂线上，所以三棱锥外接球的球心，设外接球半径，

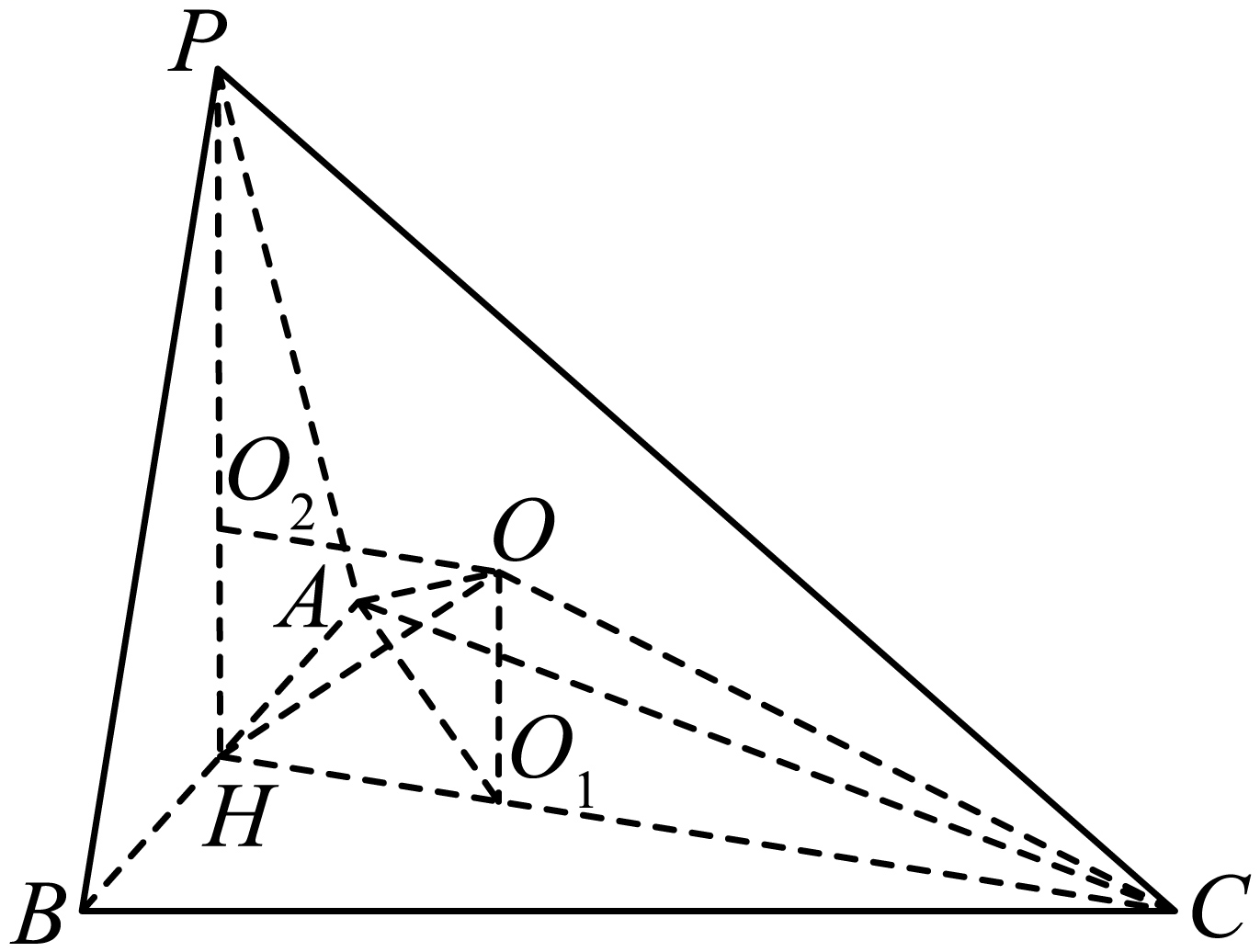
由题意知：和均为边长为2的正三角形，所以，，所以即为二面角*P*－*AB*－*C*的平面角，因为二面角*P*－*AB*－*C*为120°，也即，因为和均为边长为2的正三角形，所以，，则，

所以，则，

在中，因为，，所以，

又因为，所以在中，，

即，所以，



故答案：.

16. 已知椭圆*E*：，斜率为的直线与椭圆*E*交于*P*、*Q*两点，*P*、*Q*在*y*轴左侧，且*P*点在*x*轴上方，点*P*关于坐标原点*O*对称的点为*R*，且，则该椭圆的离心率为\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】*x*轴交*PB*于*A*，则，，设出直线，联立方程，结合韦达定理与两点斜率公式可求出参数的齐次方程，进而可求离心率.

【详解】*x*轴交*PB*于*A*，如图所示，

设直线为，，则，

联立得得.

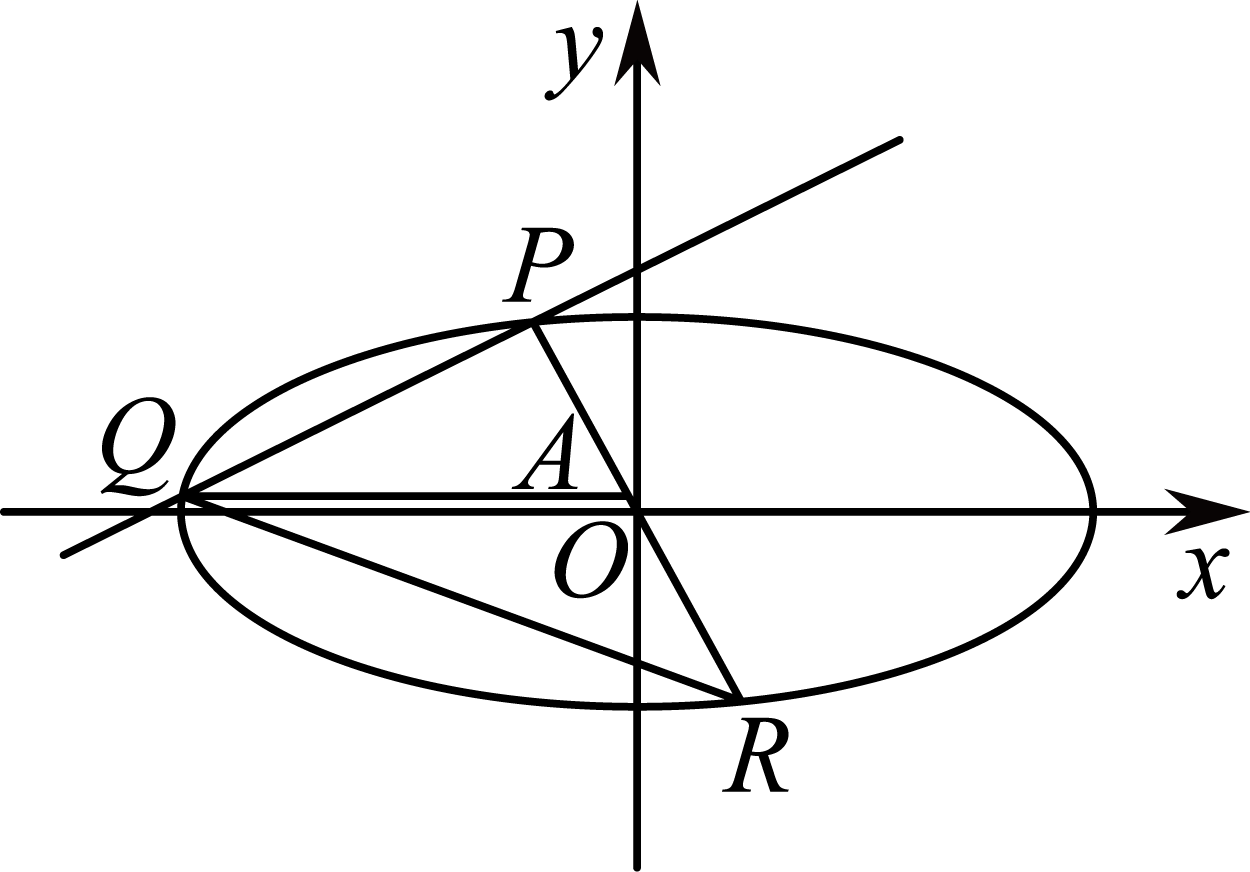
则，

，，

由，∴，∴.

∴该椭圆的离心率.

故答案为：



**四、解答题：共70分．解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤．**

17. (1)求长轴长为12，离心率为，焦点在轴上的椭圆标准方程；

(2)已知双曲线的渐近线方程为，且与椭圆有公共焦点，求此双曲线的方程．

【答案】(1)；(2).

【解析】

【分析】根据椭圆的几何性质，双曲线的几何性质求解即可.

【详解】(1)设椭圆方程为：且*a* > *b* > 0，

，，

，

，

故椭圆方程为：；

(2)的焦点为：，

根据题意得到：，则，解得：，

故，

故双曲线的方程为：.

18. 已知数列的前*n*项和为，．

(1)求数列的通项公式；

(2)求数列前*n*项的和．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据求解即可；

(2)由于时，，当时，，所以分和两种情况讨论求解即可.

【小问1详解】

因为数列的前项和为，

所以当时，，

当时，，

显然，当时，满足，

所以.

【小问2详解】

由(1)知，

因为时，，当时，，

所以当时，，

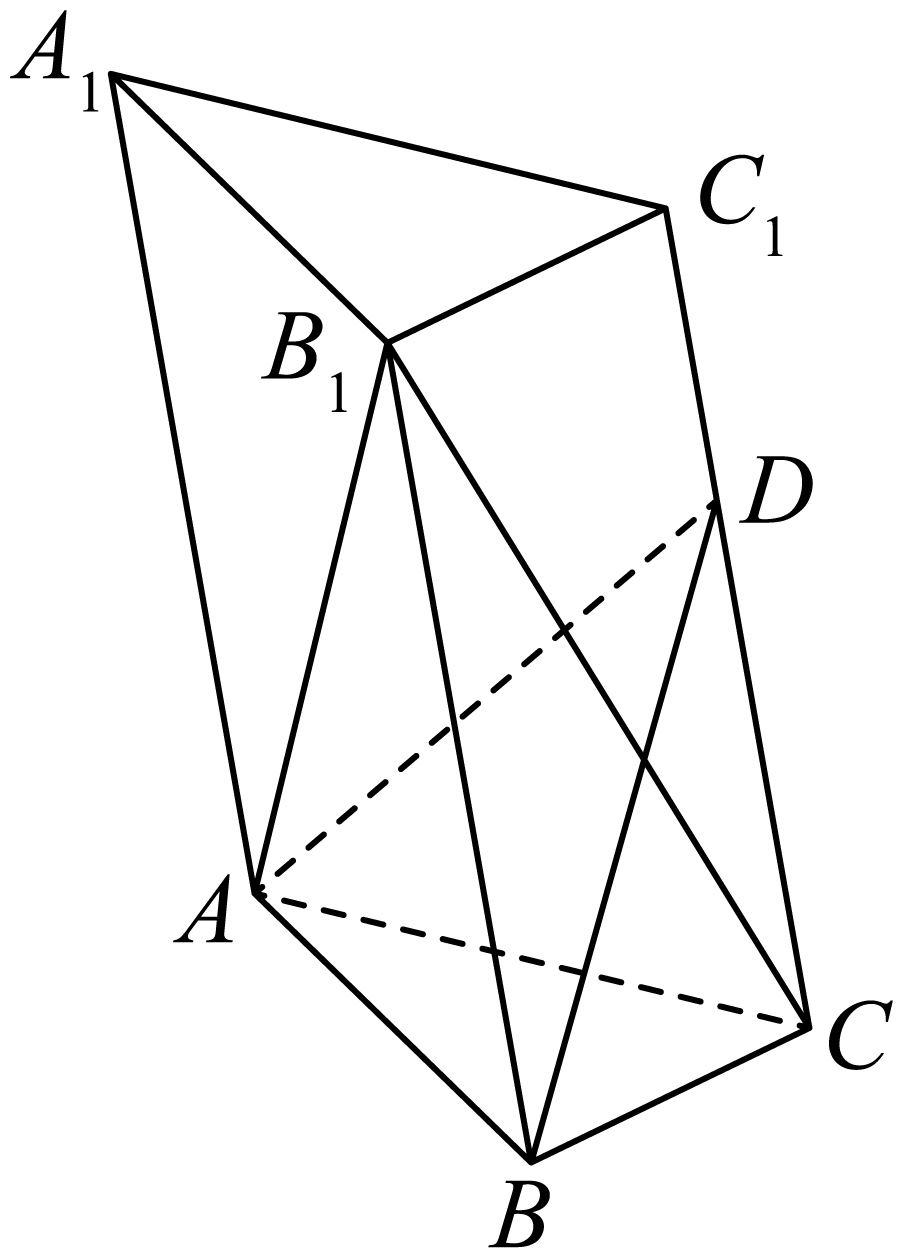
当时，①，②，

所以①②得，因为，

所以，

所以

19. 如图，在三棱柱中，*AC*＝*BC*，四边形是菱形，，点*D*在棱上，且．



(1)若，证明：平面平面*ABD*．

(2)若，是否存在实数，使得平面与平面*ABD*所成得锐二面角的余弦值是？若存在，求出的值；若不存在，请说明理由．

【答案】(1)证明见解析

(2)存在，．

【解析】

【分析】(1) 取*AB*的中点*O*，连接，*OC*．利用三角形高线与对应底边垂直得出*AB*⊥平面．然后再证明平面*ABD*，最后利用面面垂直的判定即可证明；

(2)建立空间直角坐标系，求出所需点的坐标，分别求出平面平面和平面*ABD*的法向量，利用向量的夹角公式即可求解.

【小问1详解】

证明：取*AB*的中点*O*，连接，*OC*．

因为四边形是菱形，且，所以，则．

因为*O*为*AB*的中点，所以．

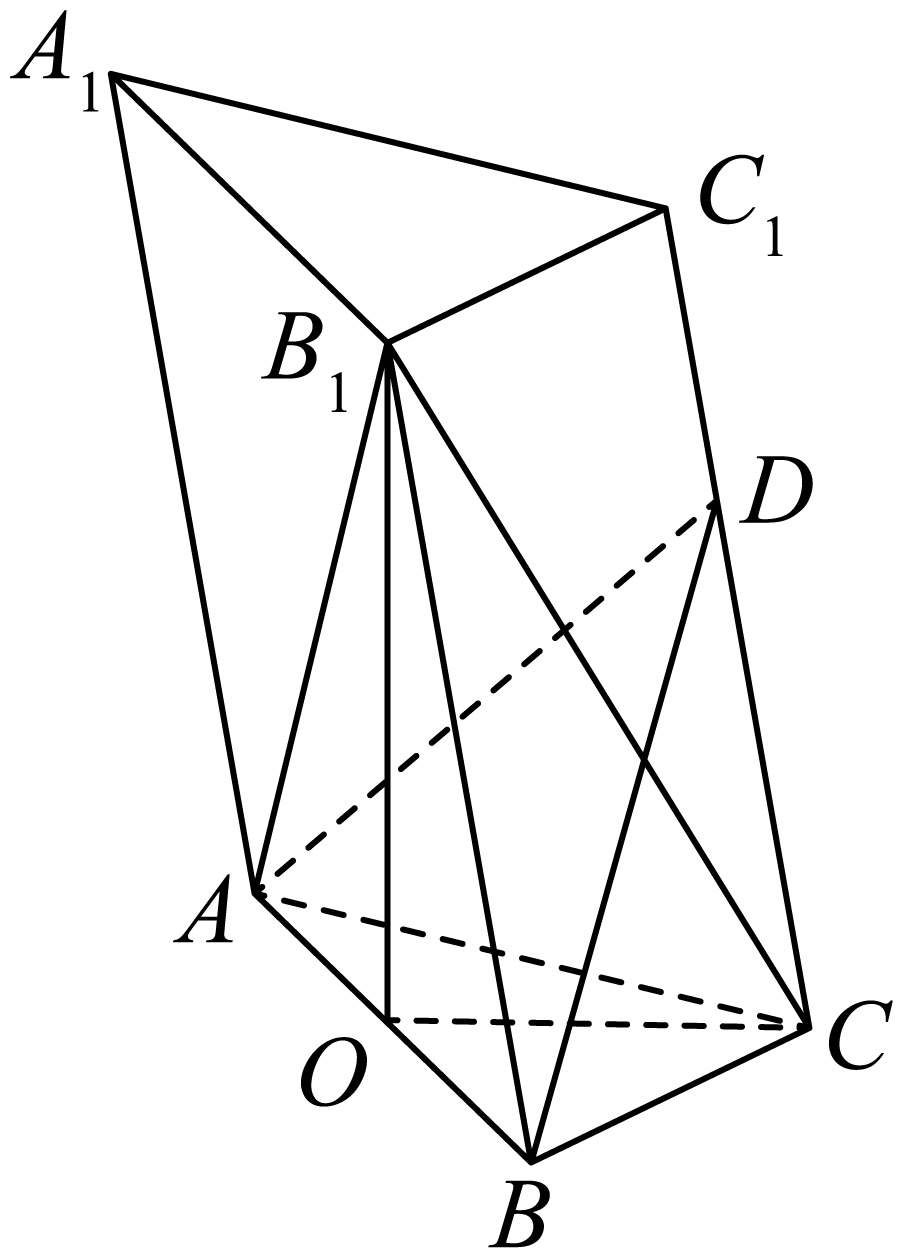
因为，且*O*为*AB*的中点，所以*AB*⊥*OC*．

因为，平面，且，所以*AB*⊥平面．

因为平面，所以．

因为，*AB*，平面*ABD*．且，所以平面*ABD*．

因为平面，所以平面平面*ABD*．

【小问2详解】

因为，所以，所以*AC*⊥*BC*．

因为*O*是*AB*的中点，所以．

因为四边形是菱形，且∠，所以是等边三角形．

因为*O*是*AB*的中点，所以．

因为，所以，则*OB*，*OC*，两两垂直，故以*O*为原点，，，的方向分别为*x*，*y*，*z*轴的正方向建立如图所示的空间直角坐标系．

设，则，，，，，故，，，，.

因为，所以，所以．

设平面的法向量为，

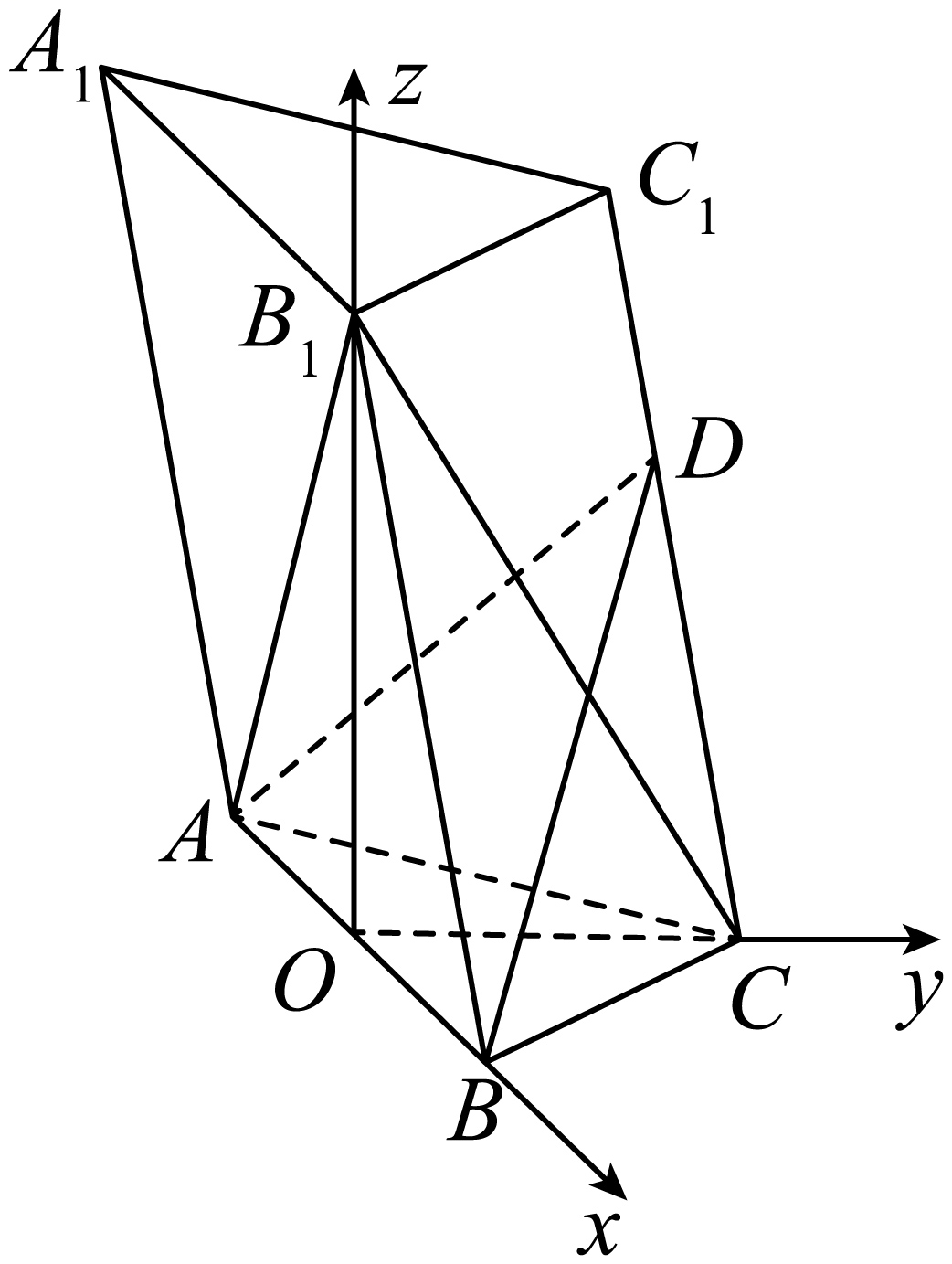
则，令，得．

设平面*ABD*的法向量为，

则，令，得．

设平面与平面*ABD*所成的角为，则，

解得或，故存在或，使得平面与平面*ABD*所成角的余弦值是．



20. 已知双曲线*C*：的左右焦点分别为，，右顶点为，点，，．

(1)求双曲线的方程；

(2)直线经过点，且与双曲线相交于，两点，若的面积为，求直线的方程．

【答案】(1)

(2)或.

【解析】

分析】(1)由题意可得：，，，解得，，，即可得出双曲线的方程．

(2)，设直线的方程为，，，联立直线的方程与双曲线的方程化为关于的一元二次方程，利用根与系数的关系可得，利用的面积，解得，即可得出直线的方程．

【小问1详解】

解：由题意可得：，，，

解得，，，

所以双曲线的方程为.

【小问2详解】

解：由题意可知，直线的斜率不为0，

设：，设，，

联立，消，得，

由，解得，则.

所以，

所以的面积，

由，整理得，

解得，，

所以直线的方程为或.

21. 已知抛物线*C*：，焦点为*F*，点，，过点*M*作抛物线的切线*MP*，切点为*P*，，又过*M*作直线交抛物线于不同的两点*A*，*B*，直线*AN*交抛物线于另一点*D*．

(1)求抛物线方程；

(2)求证*BD*过定点．

【答案】(1)

(2)证明见解析

【解析】

【分析】(1)设出，直线，联立抛物线方程，利用根的判别式等于0列出方程，求出，再利用焦半径得到，从而表达出，代入，求出答案；

(2)设，结合抛物线方程求出，，，写出直线，，根据过，过，代入后联立得到，由直线联立得到，求出所过定点.

【小问1详解】

设，直线，

联立得：，

则，

所以，

又因为，

所以，故，代入得：，

所以，所以抛物线方程为：；

【小问2详解】

设，

则，同理，，

故直线 即，

同理直线，直线，

因为过，所以①，

过，所以②，

由①得：，代入②得：③，

又因为直线④，

则由③得：，代入④得：，

所以，

所以直线过点.

【点睛】处理定点问题的思路：

(1)确定题目中的核心变量(此处设为)，

(2)利用条件找到与过定点的曲线的联系，得到有关与的等式，

(3)所谓定点，是指存在一个特殊的点，使得无论的值如何变化，等式恒成立，此时要将关于与的等式进行变形，直至找到，

①若等式的形式为整式，则考虑将含的式子归为一组，变形为“”的形式，让括号中式子等于0，求出定点；

②若等式的形式是分式，一方面可考虑让分子等于0，一方面考虑分子和分母为倍数关系，可消去变为常数.

22. 设数列的前*n*项和为，且，，数列的通项公式为．

(1)求数列的通项公式；

(2)求；

(3)设，求数列的前*n*项的和．

【答案】(1)

(2)

(3)

【解析】

【分析】(1) 与关系,作差计算即可.

(2)应用错位相减法求解即可;

(3)分组裂项相消求和应用求解.

小问1详解】

由题，当时，，

所以，

所以，又因为，

所以，

显然，当时，满足，

所以

【小问2详解】

 ①

所以 ②

①-②得：





所以

【小问3详解】

因为

所以

+





