**湖北省部分省级示范高中2022~2023学年上学期期末测试**

**高二数学试卷**

**命题人：武汉市第二十三中学 刘逸啃 审题人：汪国红**

**一、单选题：本题共8小题，每小题5分，共0分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1. 椭圆的焦距是( )

A. 16 B. 8 C. 2 D. 4

【答案】D

【解析】

【分析】根据椭圆方程求出的值，即可得焦距.

【详解】由可得，，

所以，可得，

所以焦距，

故选：.

2. 在等差数列中，，则( )

A. 14 B. 16 C. 18 D. 28

【答案】B

【解析】

【分析】利用等差数列等差中项求解即可.

【详解】因为等差数列中，，

，

故选：.

3. 已知双曲线的离心率，则其渐近线的方程为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】利用双曲线的离心率和性质求解即可.

【详解】因为双曲线的离心率，

所以由得，

所以，即渐近线方程为，

故选：A

4. 已知圆，过点(1，2)的直线被该圆所截得的弦的长度的最小值为( )

A. 1 B. 2

C. 3 D. 4

【答案】B

【解析】

【分析】当直线和圆心与点的连线垂直时，所求的弦长最短，即可得出结论.

【详解】圆化为，所以圆心坐标为，半径为，

设，当过点的直线和直线垂直时，圆心到过点的直线的距离最大，所求的弦长最短，此时

根据弦长公式得最小值为.

故选：B.

【点睛】本题考查圆的简单几何性质，以及几何法求弦长，属于基础题.

5. 设，是空间中两条不同的直线，，是两个不同的平面，则下列说法正确的是( )

A. 若，，,则

B. 若，，，则

C. 若，，，则

D. 若，，，，则

【答案】B

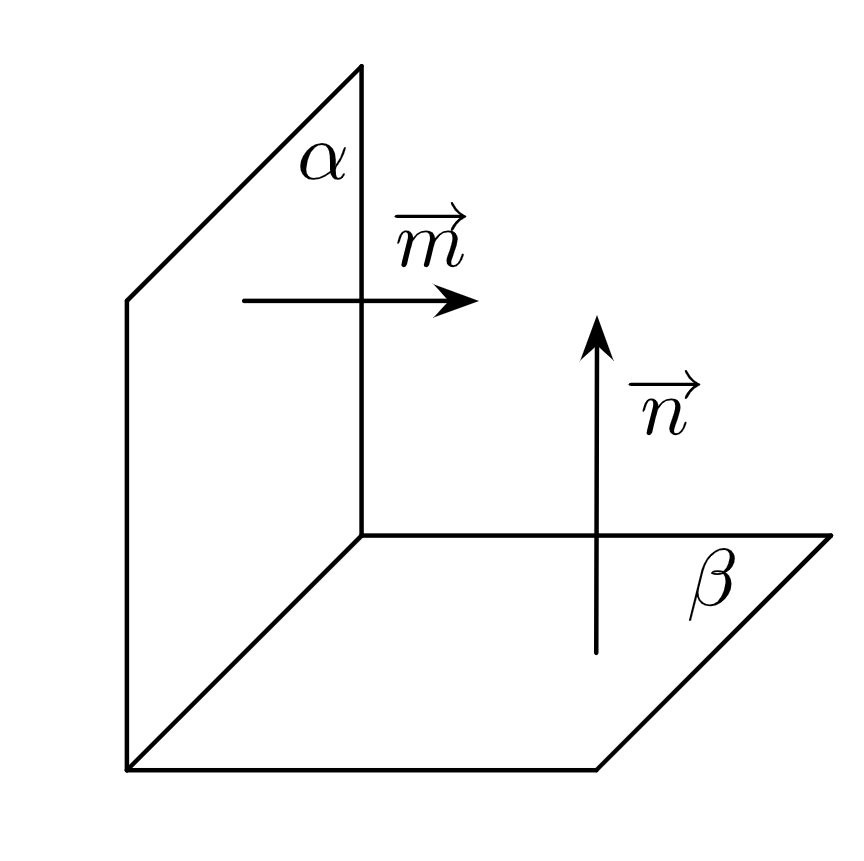
【解析】

【分析】根据面面平行性质可说明可能异面可能平行，判断A;利用平面的法向量的关系可判断B; 根据，，，可判断可能平行，不一定垂直，判断C;根据面面平行的判定可判断D.

【详解】对于A，若，，，则可能异面可能平行，A错误；

对于B，若，，则可在直线*m*上取向量作为平面的法向量，

可在直线*n*上取向量作为平面的法向量，



因为，故，所以，B正确；

对于C，若，，，则可能平行，不一定垂直，C错误；

对于D, 若，，，，由于可能是平行直线，

此时可能相交，D错误，

故选：B.

6. 在长方体中，已知，，，为的中点，则的长等于( )

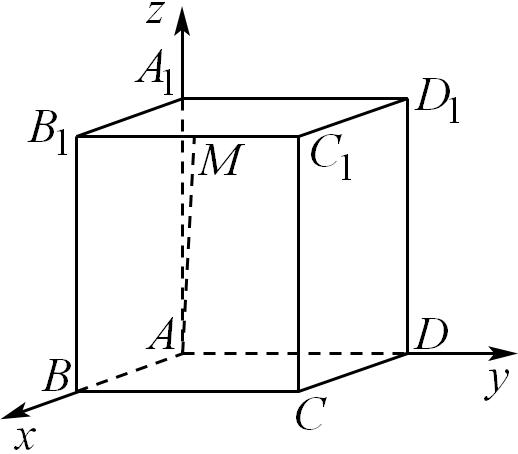
A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】以为坐标原点建立空间直角坐标系，由向量模长的坐标运算可求得.

【详解】以坐标原点，正方向为轴，可建立如图所示空间直角坐标系，



则，，，，，

，即的长为.

故选：A.

7. 已知椭圆的左右焦点分别为，过点且斜率为的直线*l*与*C*在*x*轴上方的交点为*A*．若，则*C*的离心率是( )

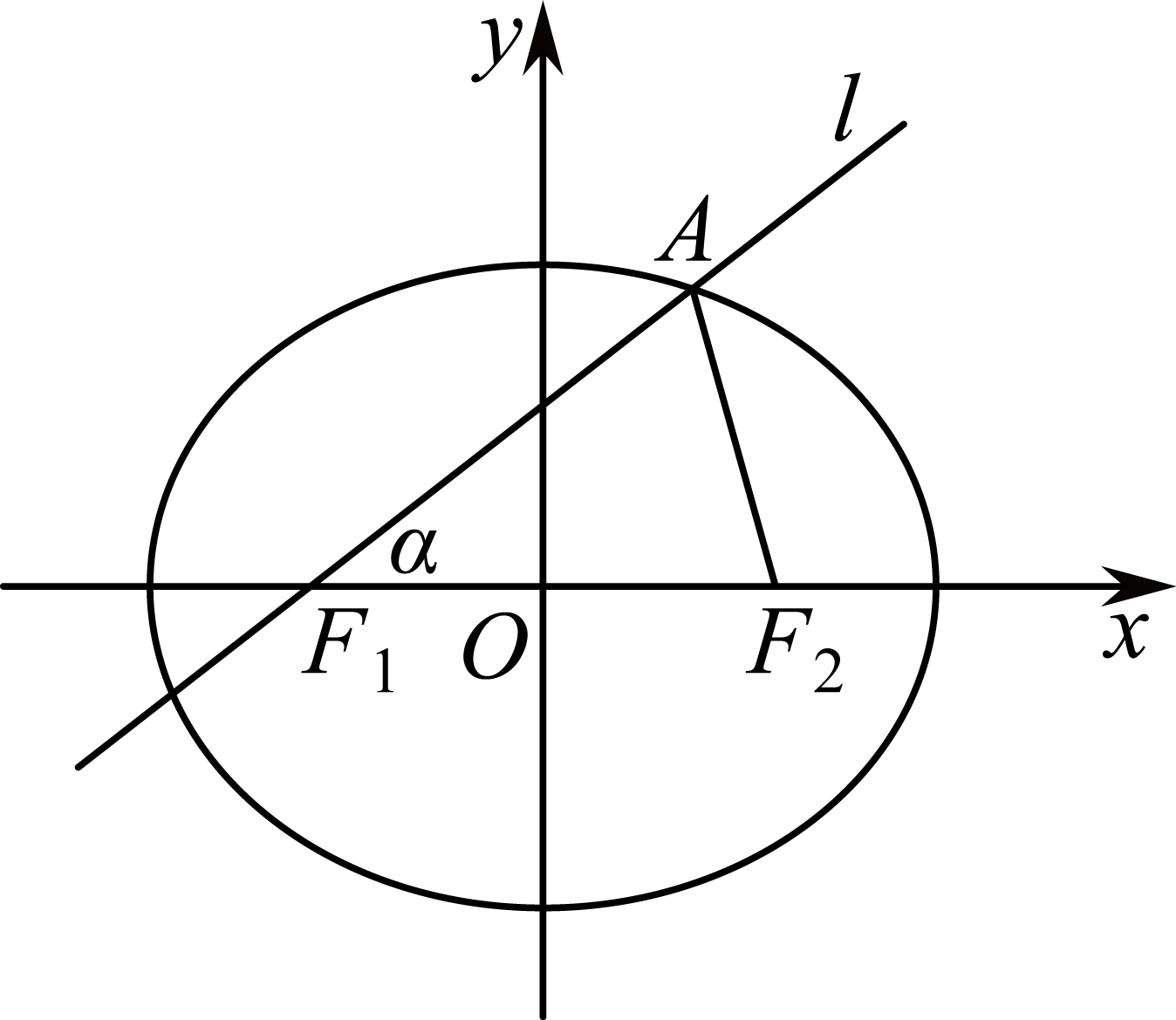
A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据的正切值，求出的余弦值，在用余弦定理求出用表示，再求解.

【详解】设则，



又，在中，由余弦定理得：



故选：A

8. 17世纪法国数学家费马在著作中证明，方程表示椭圆，费马所依据的是椭圆的重要性质若从椭圆上任意一点*P*(异于*A*，*B*两点)向长轴引垂线，垂足为*Q*，记，则( )

A. 方程表示的椭圆的焦点落在*x*轴上

B. 

C. *M*的值与*P*点在椭圆上的位置无关

D. *M*越来越小，椭圆的离心率越来越小

【答案】C

【解析】

【分析】对选项A，根据椭圆的定义即可判断A错误，对选项B，根据题意得到，故B错误，对选项C，分别讨论焦点在轴和轴的情况，即可判断C正确，对选项D，根据，即可判断D错误.

【详解】对选项A，方程，

化简为.

当时，则，方程表示焦点在轴的椭圆，故A错误.

对选项C，设，椭圆的焦点在轴上，

，，，

因为为常数，所以的值与点在椭圆上的位置无关.

设，椭圆的焦点在轴上，

，，，

因为为常数，所以的值与点在椭圆上的位置无关，故C正确.

对选项B，当椭圆的焦点在轴时，，

.

当椭圆焦点在轴时，，

所以，

综上，故B错误.

对选项D，因为，所以越来越小，椭圆的离心率越来越大，故D错误.

故选：C

**二、多选题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．**

9. 已知数列，则下列说法正确的是 ( )

A. 此数列的通项公式是

B. 是它的第23项

C. 此数列的通项公式是

D. 是它的第25项

【答案】AB

【解析】

【分析】根据已知条件求得数列的通项公式，由此对选项进行分析，从而确定正确选项.

【详解】数列，

所以，A选项正确，C选项错误.

，B选项正确，

，D选项错误.

故选：AB

10. 已知圆和圆，则( )

A.  B. 圆半径是4 C. 两圆相交 D. 两圆外离

【答案】AC

【解析】

【分析】先根据配方法确定两个圆的圆心和半径，再根据圆心距和半径的关系即可判断两圆的位置.

【详解】对于B，因为圆，

所以圆的标准方程为，圆心为，半径为，故B错误；

对于A，因为圆，

所以圆的标准方程为，圆心为，半径为，

所以，故A正确；

对于CD，因为，所以两圆相交，故C正确，D错误.

故选：AC.

11. 已知抛物线的准线与轴相交于点，过抛物线的焦点的直线与抛物线相交于两点，且两点在准线上的投影点分别为，则下列结论正确的是( )

A.  B. 的最小值为4

C. 为定值 D. 

【答案】ABD

【解析】

【分析】由焦点到准线的距离可得的值，进而求出抛物线的方程，可判断A正确；设直线的方程与抛物线的方程联立，求出两根之和及两根之积，由抛物线的性质可得弦长的表达式，再由参数的范围可得其最小值，判断B正确；分别表示出可判断C不正确；表示出，，由可判断D正确．

【详解】对于A，因为抛物线的准线，

所以，则，故A正确；

对于，抛物线，过焦点的直线为，则，

整理可得，设，

可得，，

，

所以，当 时取等号，

 最小值为4，所以正确；

对于C，，



所以

所以，所以C不正确；

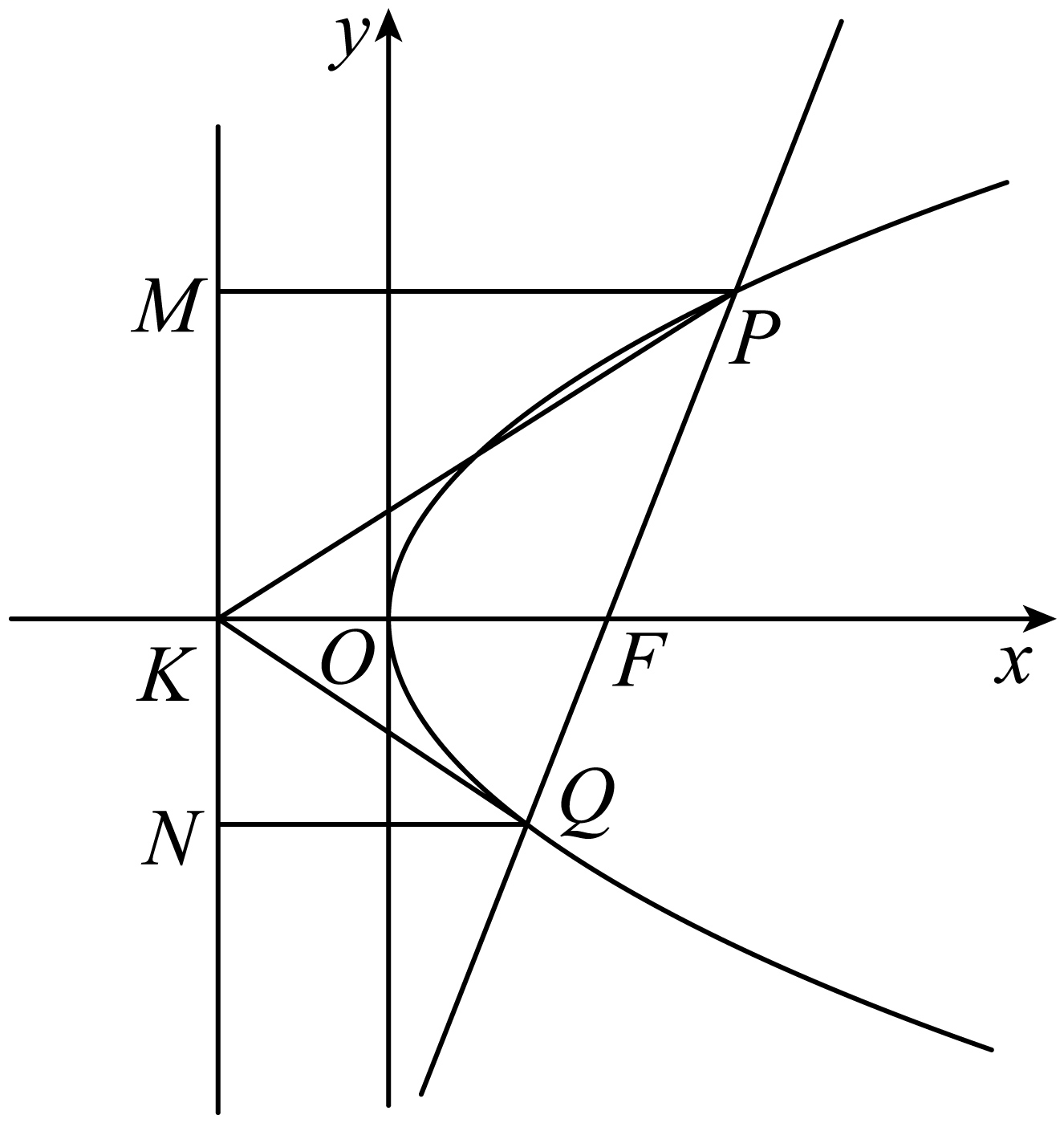
对于D，，，，



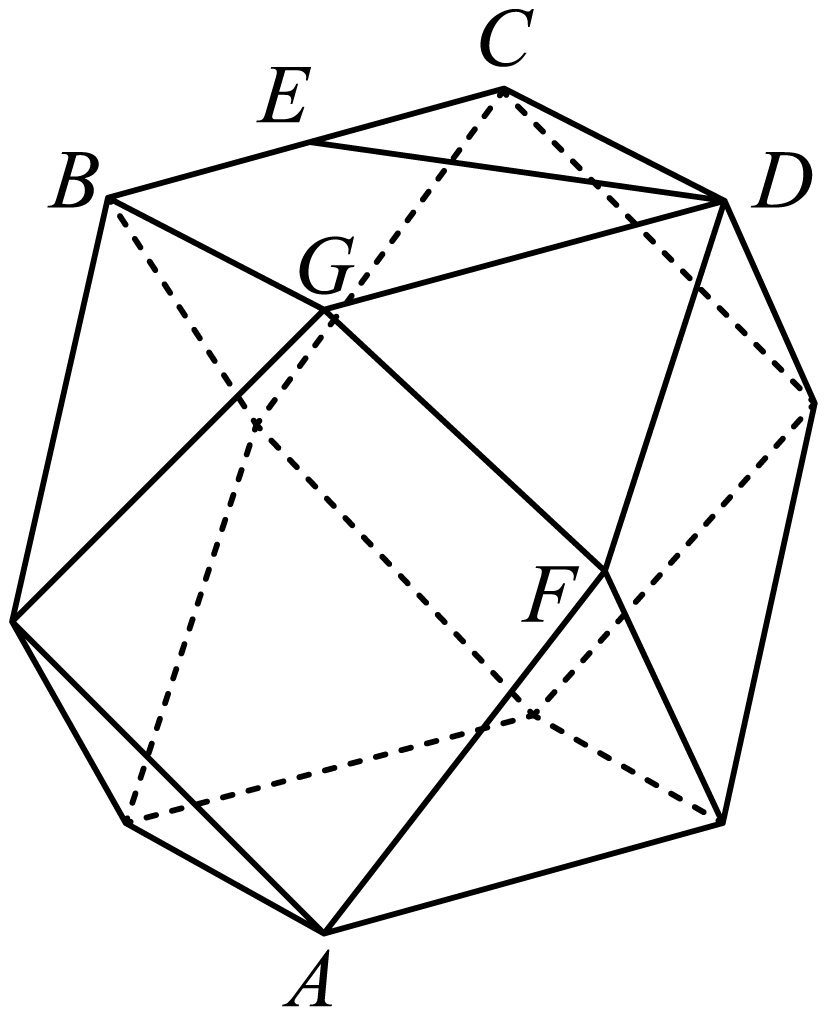


所以，故D正确.

故选：ABD.



12. 很多立体图形都体现了数学的对称美，其中半正多面体是由两种或两种以上的正多边形围成的多面体，半正多面体因其最早由阿基米德研究发现，故也被称作阿基米德体．如图，这是一个棱数，棱长为的半正多面体，它所有顶点都在同一个正方体的表面上，可以看成是由一个正方体截去八个一样的四面体所得的．下列结论正确的有( )



A. 该半正多面体的表面积为 B. 平面

C. 点到平面的距离为 D. 若为线段的中点，则异面直线与所成角的余弦值为

【答案】BCD

【解析】

【分析】将该半正多面体补成正方体，即可求出正方体的棱长，再建立空间直角坐标系，利用空间向量法计算可得.

【详解】解：将该半正多面体补成正方体， 因为该半正多面体的棱长为，所以正方体的棱长为，

所以该几何体的表面积为，故A错误；

建立如图所示空间直角坐标系，则，，，，，，

所以，，，

所以，，即，，，平面，

所以平面，故B正确；

，，，

设平面的法向量为，

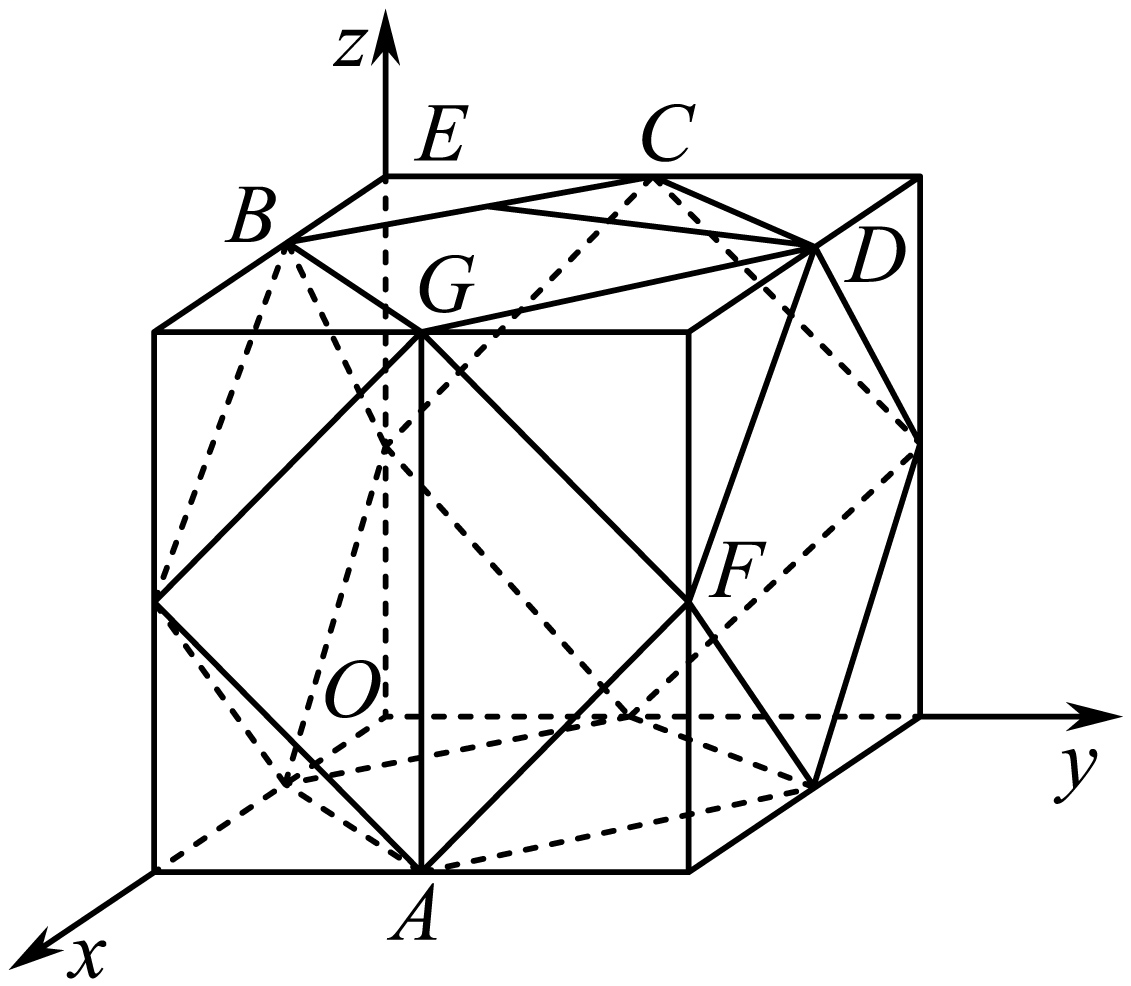
所以，即，所以，

则点到平面的距离，故C正确；

若为线段的中点，则，

所以，，

则异面直线与所成角的余弦值，故D正确；



故选：BCD

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13. 若直线与直线垂直，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】根据直线垂直满足求解.

【详解】因为直线与直线垂直

所以

故答案为：

14. 记为等差数列的前项和，若，，则\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】根据等差数列的性质求出，再根据其通项即可得出.

【详解】解：等差数列中，，，

所以，且，

即，

所以，

解得，

所以，

故答案为：9.

15. 已知*A*，*B*是平面上的两定点，，动点*M*满足，动点*N*在直线上，则距离的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】以为原点建立平面直角坐标系，根据定义可得点的轨迹是以为圆心，

为半径的圆，则*MN*距离的最小值为圆心到直线的距离减去半径.

【详解】如图，以为原点，为轴建立平面直角坐标系，则，

设动点，则由可得，整理可得，

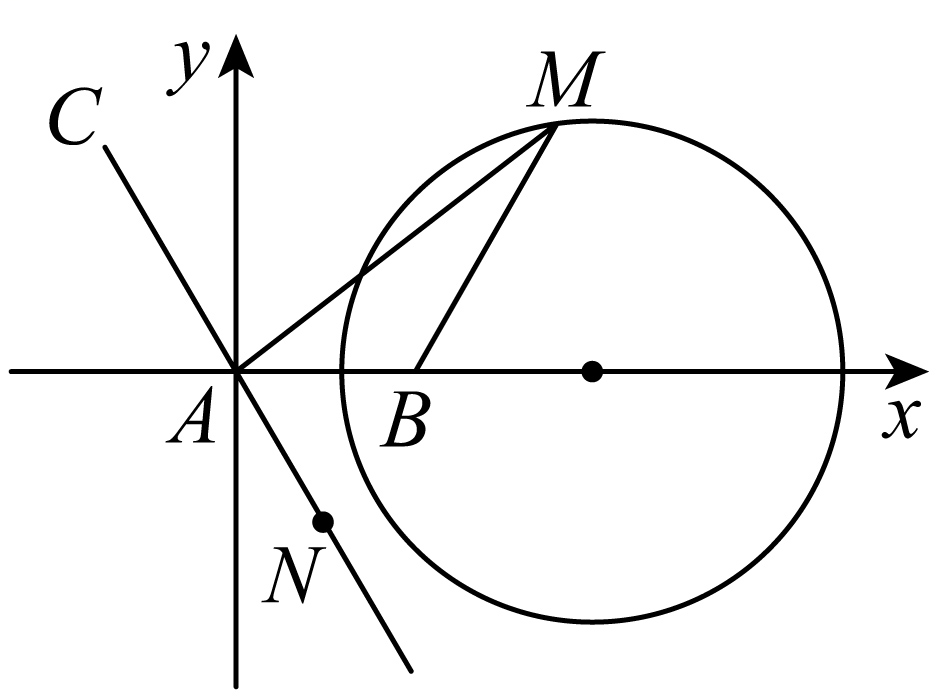
故点的轨迹是以为圆心，为半径的圆，

易得直线的方程为，

则由图可知*MN*距离的最小值为圆心到直线的距离减去半径，

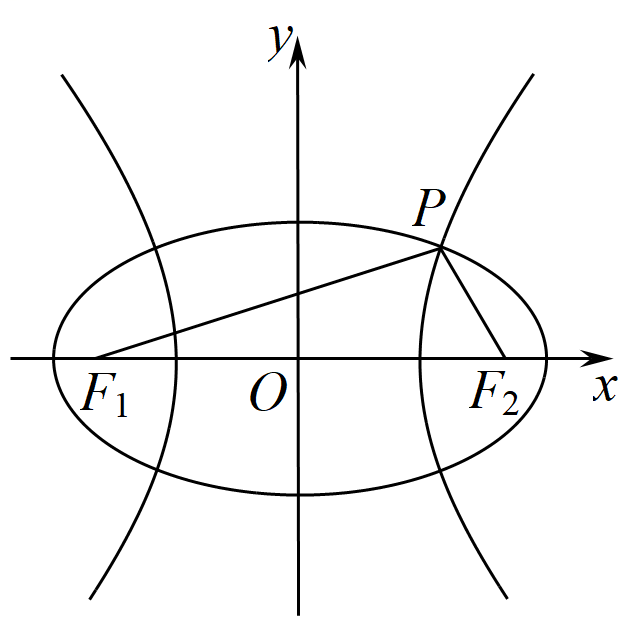
则圆心到直线的距离为，

所以*MN*距离的最小值为.



故选：C.

16. 已知是椭圆和双曲线的交点，，是，的公共焦点，，分别为，的离心率，若，则的取值范围为\_\_\_\_\_\_．



【答案】

【解析】

【分析】根据椭圆与双曲线的定义把用来表示，然后在中用余弦定理求出的关系，然后再用函数求解.

【详解】设

因为点在椭圆上，所以①

又因为点在双曲线上，所以②

则①②得；①②

在中由余弦定理得：

即

即，即即

所以，

令，则

所以.

故答案：.

**四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17. 已知等差数列的前*n*项和为．

(1)求数列的通项公式；

(2)求，并求的最大值．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)化成的方程组解决.

(2) 求出，判断单调性，求最值.

【小问1详解】

设等差数列的公差为，则

，



【小问2详解】





当时，，当时，

所以

18. 已知抛物线过点.

(1)求抛物线的方程，并求其准线方程;

(2)过该抛物线的焦点，作倾斜角为的直线，交抛物线于两点，求线段的长度.

【答案】(1)，.

(2)

【解析】

【分析】(1)根据抛物线过得点可求得*p*值，即可求得答案；

(2)写出直线的方程，联立抛物线方程，得到根与系数的关系，结合抛物线定义可求得抛物线弦长.

【小问1详解】

抛物线过点，则，

故抛物线的方程为，其准线方程为.

【小问2详解】

抛物线的方程为，焦点为，

则直线的方程为，

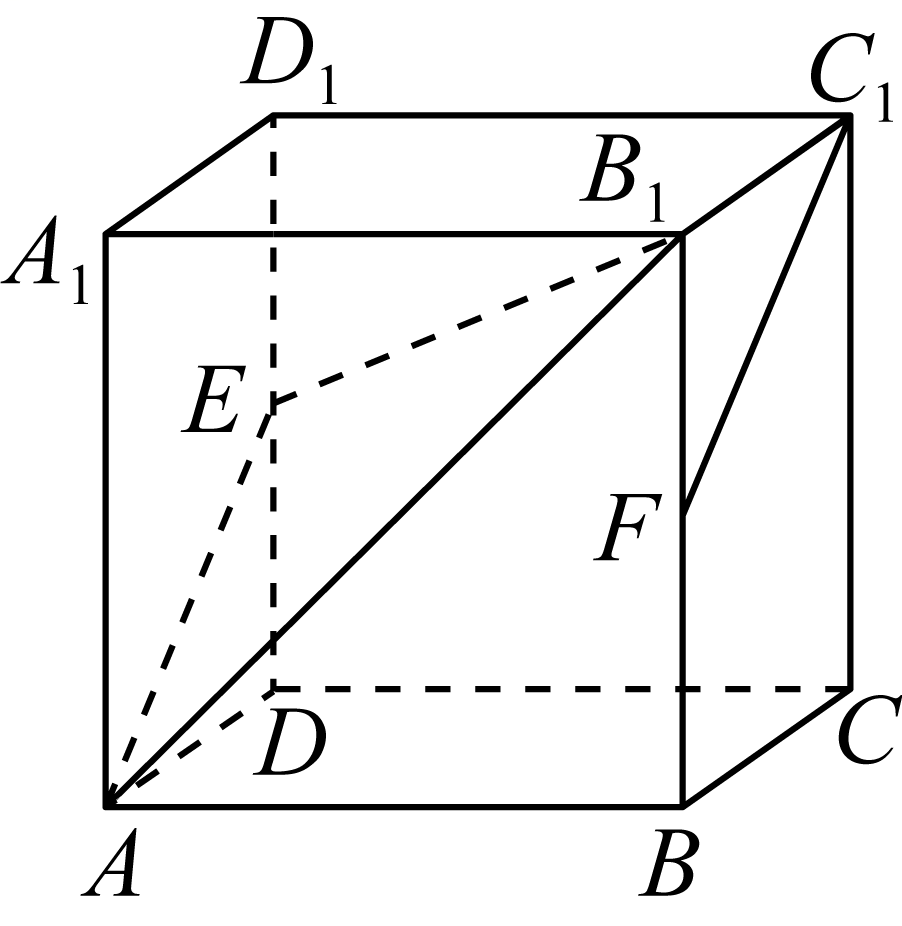
联立，可得，，

设，则，

由抛物线定义可得，

故.

19. 如图，在棱长为1的正方体中，*E*为线段的中点，*F*为线段的中点.



(1)求直线与直线的所成角的余弦值；

(2)求点到平面的距离.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)建立空间直角坐标系，利用向量法求得直线与直线的所成角的余弦值.

(2)利用向量法求得点到平面的距离.

【小问1详解】

建立如图所示空间直角坐标系，

，

设直线与直线的所成角为，

所以.

【小问2详解】

，

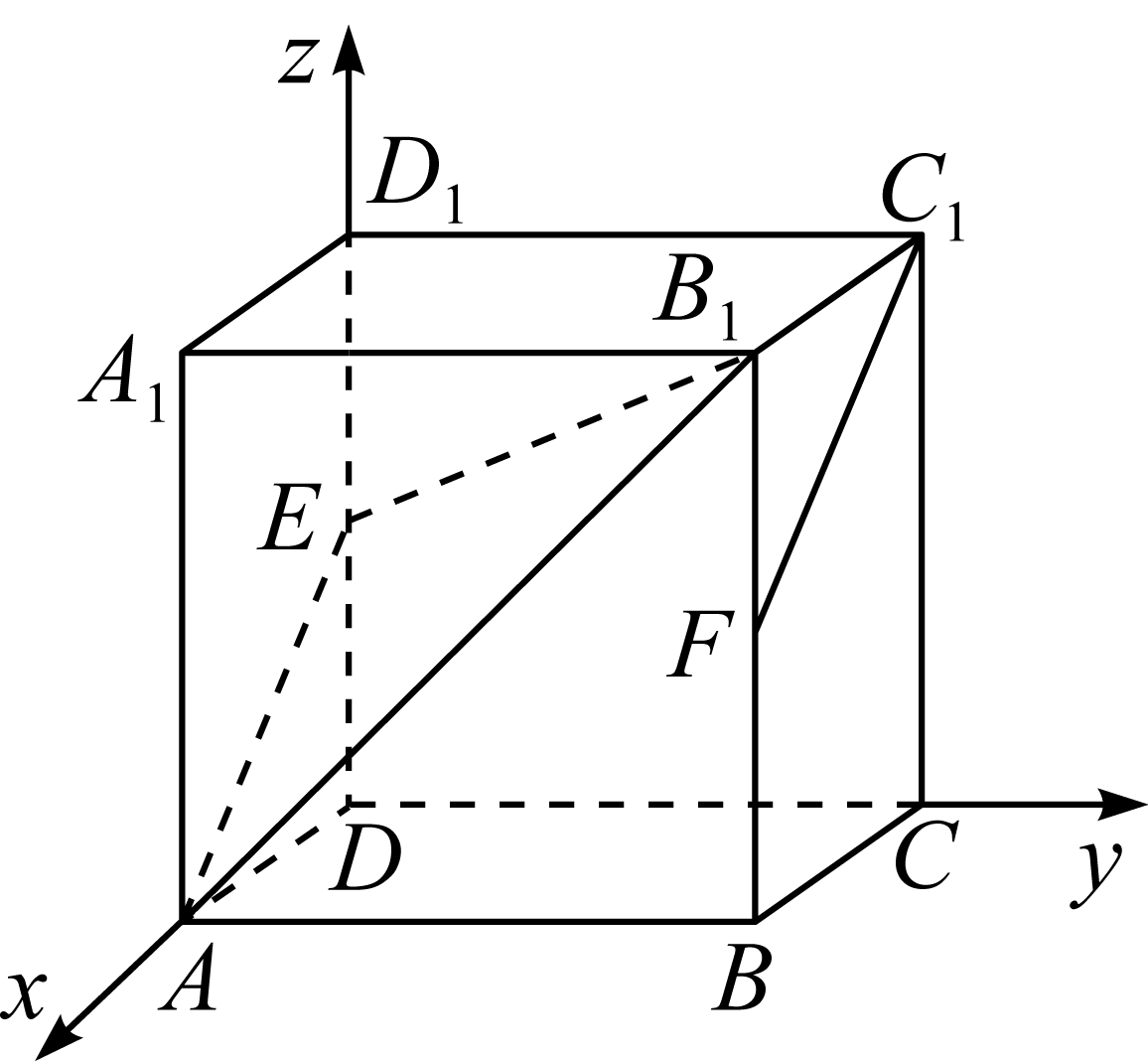
，

设平面的法向量为，

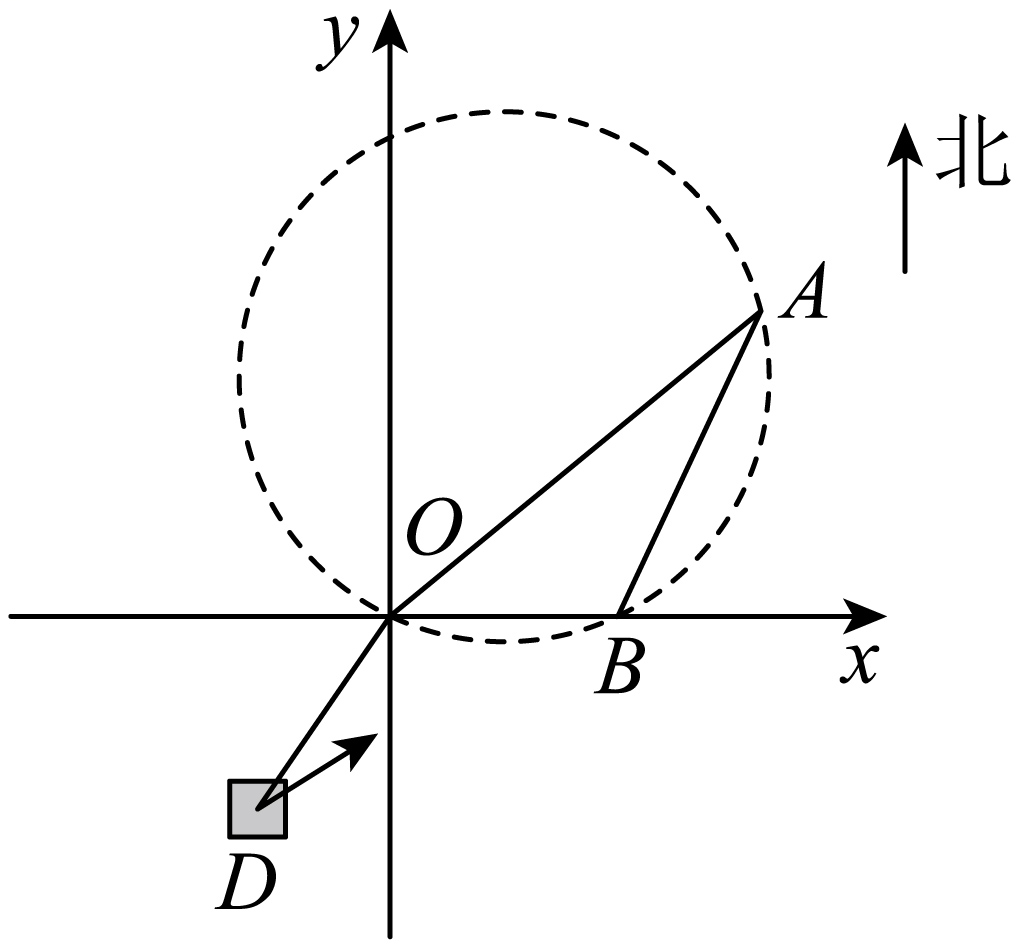
，故可设.

设到平面的距离为，

则.



20. 如图，某海面上有*O*、*A*、*B*三个小岛(面积大小忽略不计)，*A*岛在*O*岛的北偏东方向距*O*岛千米处，*B*岛在*O*岛的正东方向距*O*岛20千米处以*O*为坐标原点，*O*的正东方向为*x*轴的正方向，1千米为单位长度，建立平面直角坐标系圆*C*经过*O*、*A*、*B*三点．



(1)求圆*C*标准方程；

(2)若圆*C*区域内有未知暗礁，现有一船*D*在*O*岛的南偏西方向距*O*岛40千米处，正沿着北偏东行驶，若不改变方向，试问该船有没有触礁的危险？

【答案】(1)

(2)该船没有触礁危险

【解析】

【分析】(1)由图中坐标系得坐标，设出圆的一般方程，代入三点坐标求解，然后把一般方程配方得标准方程；

(2)先求出航行方向所在直线方程，再求出圆心到直线的距离，与半径比较可得．

【小问1详解】

如图所示，，

设过*O*、*A*、*B*三点的圆*C*的方程为，

得：，解得，

故所以圆*C*的方程为，

圆心为，半径，

【小问2详解】

该船初始位置为点*D*，则，

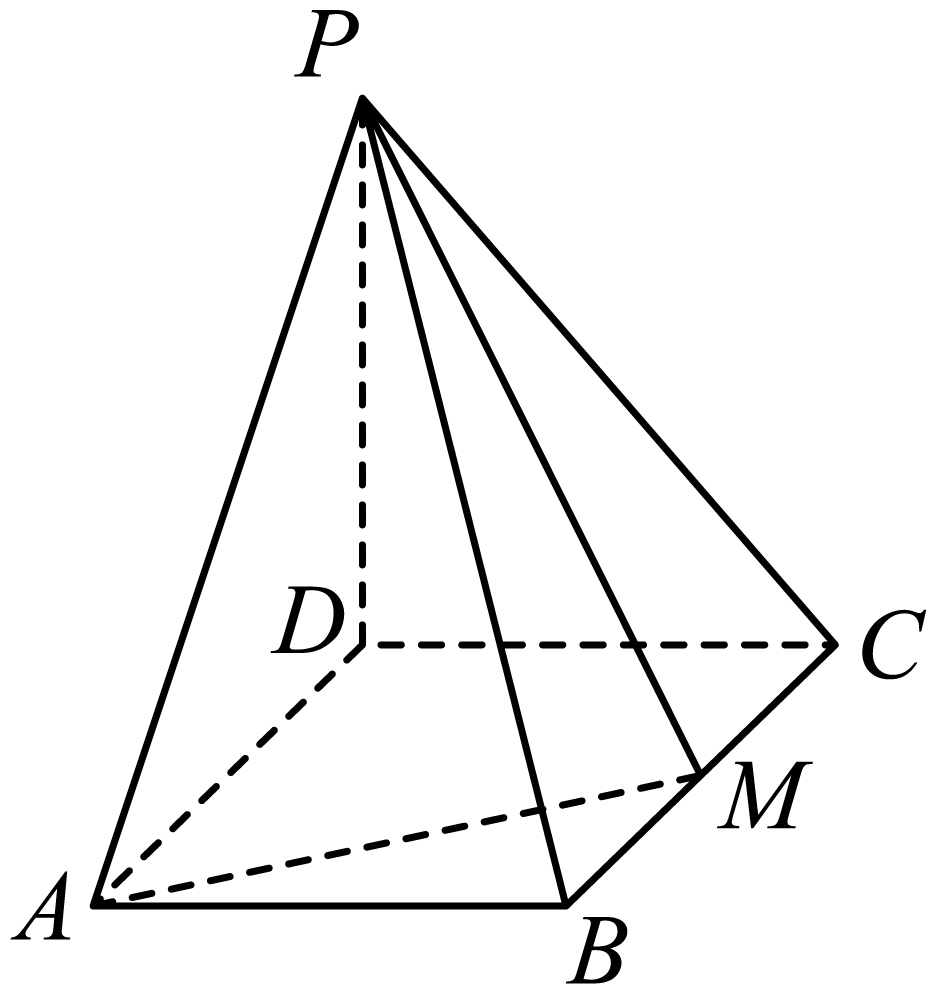
且该船航线所在直线*l*的斜率为,

故该船航行方向为直线，

由于圆心*C*到直线*l*的距离，

故该船没有触礁的危险

21. 如图，四棱锥的底面是矩形，底面，，为的中点，且．



(1)求；

(2)求二面角的余弦值．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)建立空间直角坐标系，利用求得.

(2)利用向量法求得二面角的余弦值.

【小问1详解】

平面，平面，所以，

四边形为矩形，，

以点为坐标原点，、、所在直线分别为、、轴建立如下图所示的空间直角坐标系，

设，则、、、、，

则，，

，则，

解得，故；

【小问2详解】

设平面的法向量为，则，，

由，取，可得，

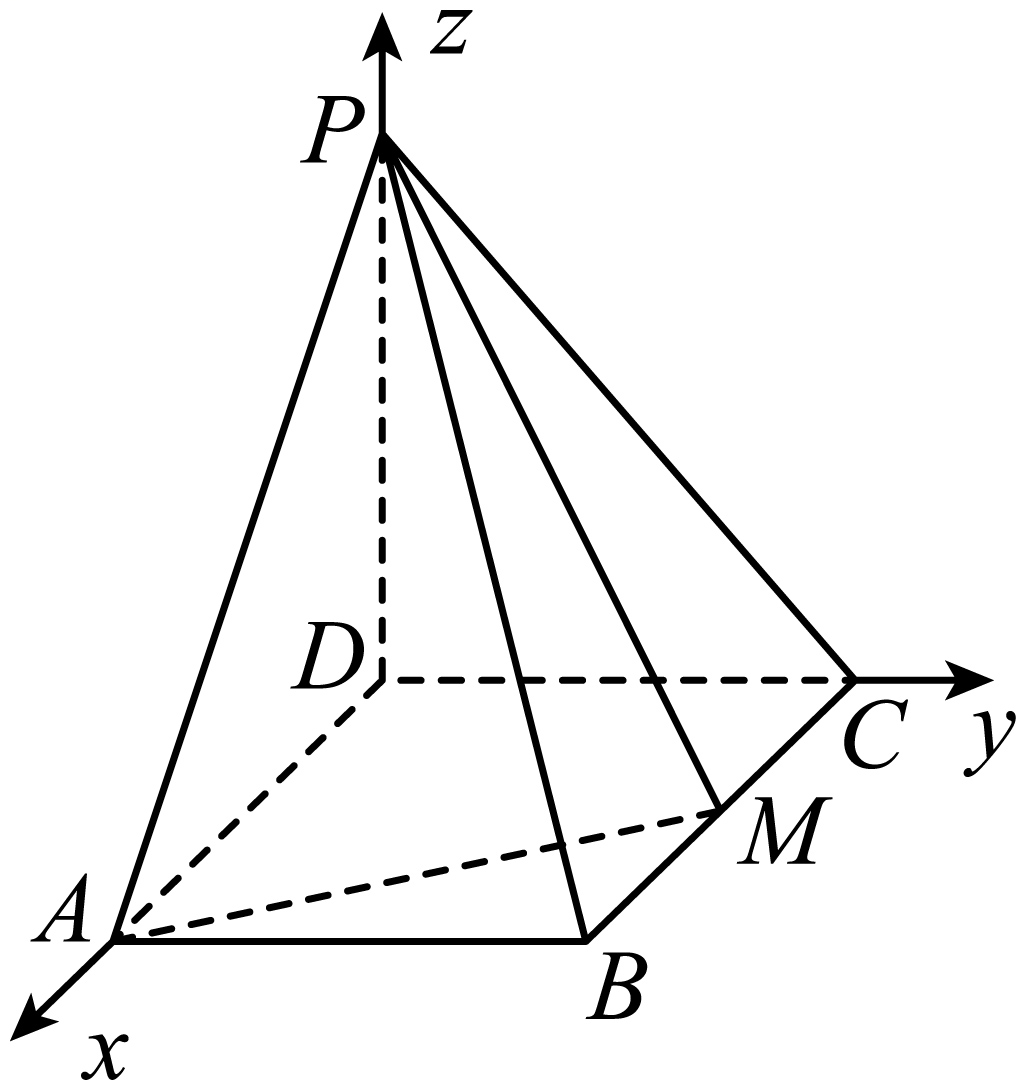
设平面的法向量为，，，

由，取，可得，

设二面角的平面角为，

则，

由图可知，二面角为锐角，所以二面角的余弦值为.



22. 已知圆和定点，是圆上任意一点，线段的垂直平分线交于点*M*，设动点*M*的轨迹为曲线*E*，且曲线*E*与直线相切．

(1)求曲线*E*的方程；

(2)若过点且斜率为*k*的直线*l*与曲线*E*交于*A*，*B*两点，求面积的最大值．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据椭圆的定义求得曲线的方程，

(2)求得三角形面积的表达式，利用基本不等式求得面积的最大值.

【小问1详解】

由题意圆，故圆心，半径；

∵点且线段的垂直平分线交于点*M*；

∴；

∴；

∴动点*M*的轨迹曲线*E*是以，为焦点，为长轴的椭圆；

∴曲线；

∵曲线*E*与直线相切，故，；

∴曲线；

【小问2详解】

依题直线；

则由；

∵；

∴或；

设

∵

∴；

；

；

原点*O*到直线*l*的距离；

∴





；

当且仅当即时取得最大值；

∴面积的最大值为.