**名校联考联合体**

**2022年秋季高二年级第一次联考**

**数学**

**一､选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选**

1. 已知集合，则( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】解一元二次不等式可得，求交集即可.

【详解】因为，

所以，

故选：B.

2. 已知复数满足，则( )

A.  B. 2 C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据复数除法求得，再求模长即可.

【详解】因为

所以，

所以，

故选：A.

3. 已知点分别位于四面体的四个侧面内，点是空间任意一点，则“”是“四点共面”的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】由转化成，即可判定四点共面，反之则不能成立.

【详解】因为，

所以，

所以，

即，

所以四点共面，所以充分性成立；

但当四点共面时，

存在，可知必要性不成立.

故选：A.

4. 已知圆，直线过点交圆于两点，则弦长的取值范围是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】首先得到圆心坐标与半径，即可判断点在圆内，即可求出弦长最大、最小值，即可得解.

【详解】解：圆的圆心，半径，又，

所以点在圆内，

当直线过圆心时，弦长取最大值，

当直线时，圆心到直线的距离最大，最大值为，此时弦长取最小值；

故选：D.

5. 区块链作为一种新型技术，被应用于许多领域.在区块链技术中，若某个密码的长度设定为1024，则密码一共有种可能，为了破解该密码，计算机在一般状态下，最多需要进行次运算.现在有一台计算机，每秒能进行次运算，那么该计算机在一般状态下破译该密码所需的最长时间大约为( )(参考数据：)

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】由对数和指数的运算法则即可求解.

【详解】设计算机在一般状态下破译该密码所需的时间为秒，则有，

两边取常用对数，得



，

所以.

故选：A.

6. 已知双曲线左､右焦点分别为，过的直线与双曲线在第一象限的交点为，若(为坐标原点)，则双曲线的离心率为( )

A.  B. 2 C.  D. 4

【答案】B

【解析】

【分析】由双曲线定义及性质得，在△中应用余弦定理求得参数关系，即可求离心率.

【详解】由，且，则，从而，

所以在等腰三角形中，得，

所以.

故选：B

7. 在中，，现以为旋转轴旋转得到一个旋转体，则该旋转体的内切球的体积为( )

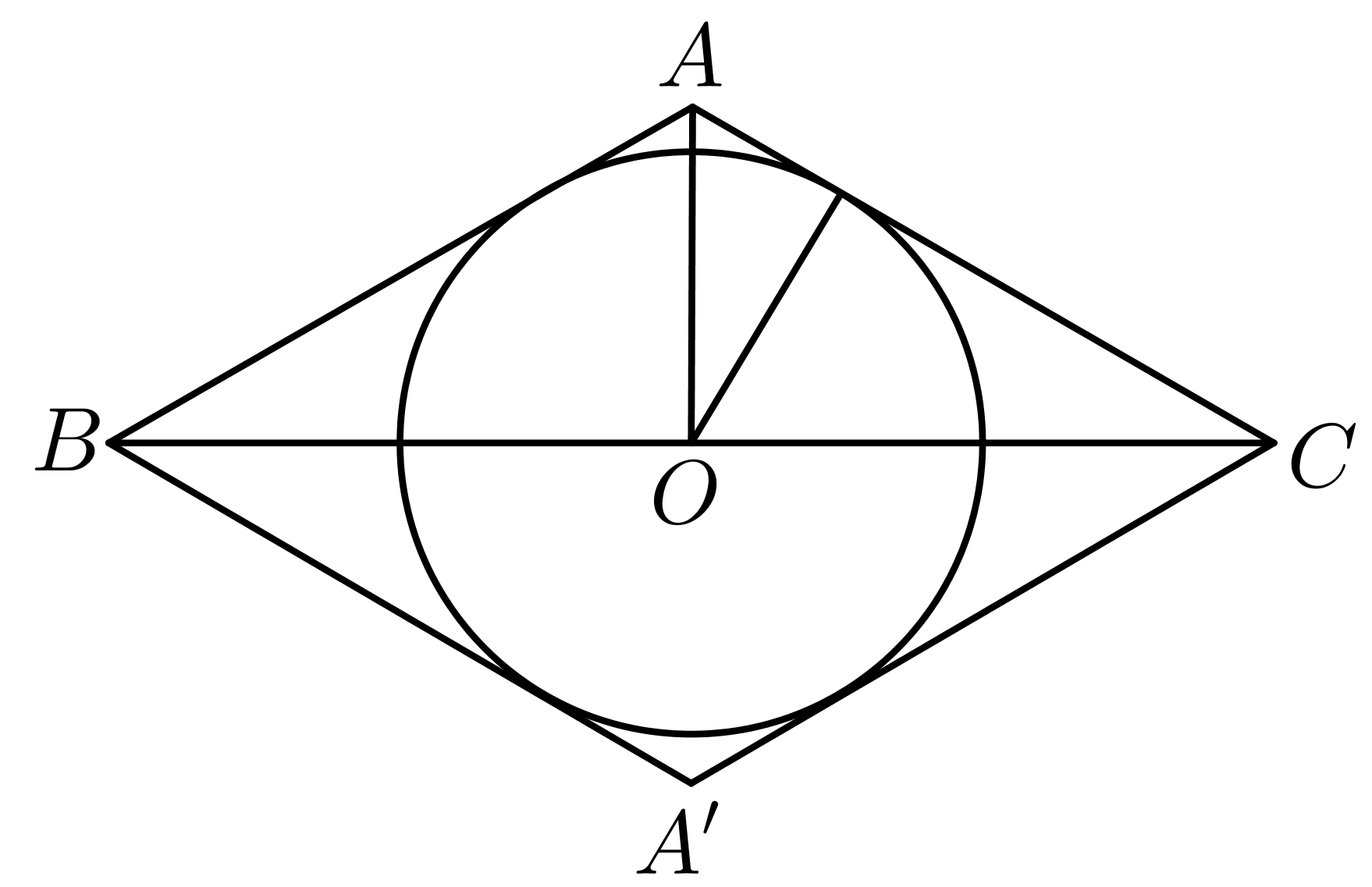
A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】作出旋转体的轴截面，利用几何关系求出内切球的半径，即可求出内切球的体积.

【详解】如图所示，旋转体的轴截面是边长为3的菱形，设为内切球的球心.



因为，所以，所以内切球的半径，故内切球的体积.

故选：A.

8. 已知点分别为椭圆的左､右焦点，点在直线上运动，若的最大值为，则椭圆的标准方程是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】设直线的倾斜角分别为、，，根据及差角正切公式、基本不等式可得，根据的最大值为求参数*c*，进而求参数*a*，即可得椭圆方程.

【详解】由题意，直线*l*为，

设直线的倾斜角分别为、，

由椭圆对称性，不妨设为第二象限的点，即，

则，且，

，当且仅当，即时取等号，

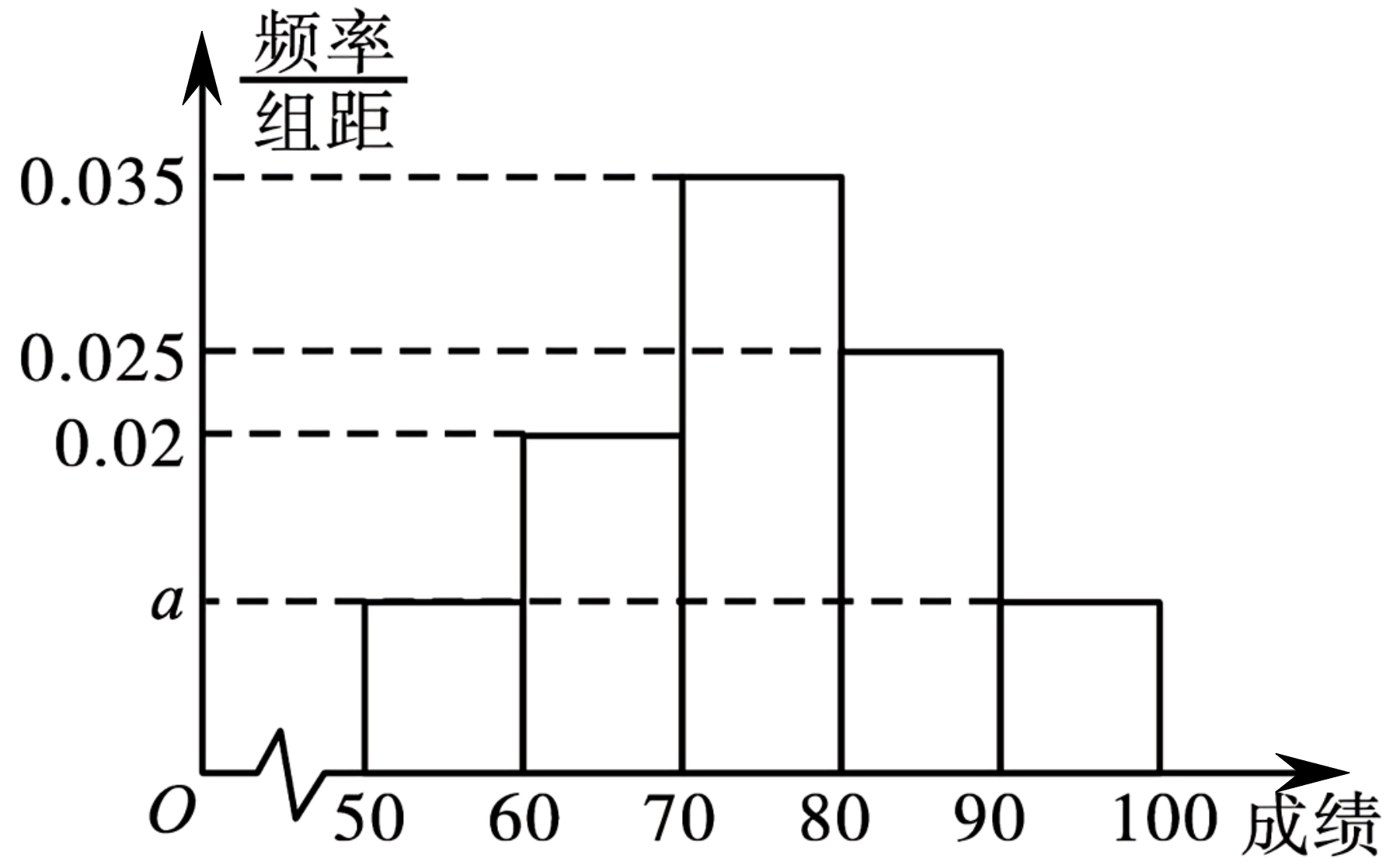
又的最大值为，得，从而，

故椭圆的标准方程为.

故选：B

**二､多选题：本题共4小题，每小题5分，共20分，在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分，**

9. 为迎接党的二十大胜利召开，某中学举行党史知识竞赛，对全校参赛的1000名学生的得分情况进行了统计，把得分数据按照､分成5组，绘制了如图所示的频率分布直方图，根据图中信息，下列说法正确的是( )



A. 

B. 得分在区间内的学生人数为200

C. 该校学生党史知识竞赛成绩的中位数大于80

D. 估计该校学生党史知识竞赛成绩的平均数落在区间内

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据频率分布直方图的性质直接计算即可.

详解】对于A，由频率分布直方图性质得：，解得，故正确；

对于B，由频率分布直方图得：成绩落在区间的频率为，所以人数为，故B正确；

对于，由频率分布直方图得：的频率为的频率为，所以成绩的中位数位于区间内，故错误；

对于D，估计成绩的平均数为：，所以成绩的平均数落在区间内，故D正确.

故选：ABD.

10. 已知函数，下列结论正确的是( )

A. 函数的最小正周期为

B. 函数的图象的一个对称中心为

C. 函数在区间上单调递增

D. 函数的图象向左平移个单位后得到的是一个偶函数的图象

【答案】BCD

【解析】

【分析】求出函数的周期可判断A；计算是否等于0可判断B；求出函数的单调递增区间可判断C；根据图象的平移规律可判断D.

【详解】对于A，函数的最小正周期为，故A错误；

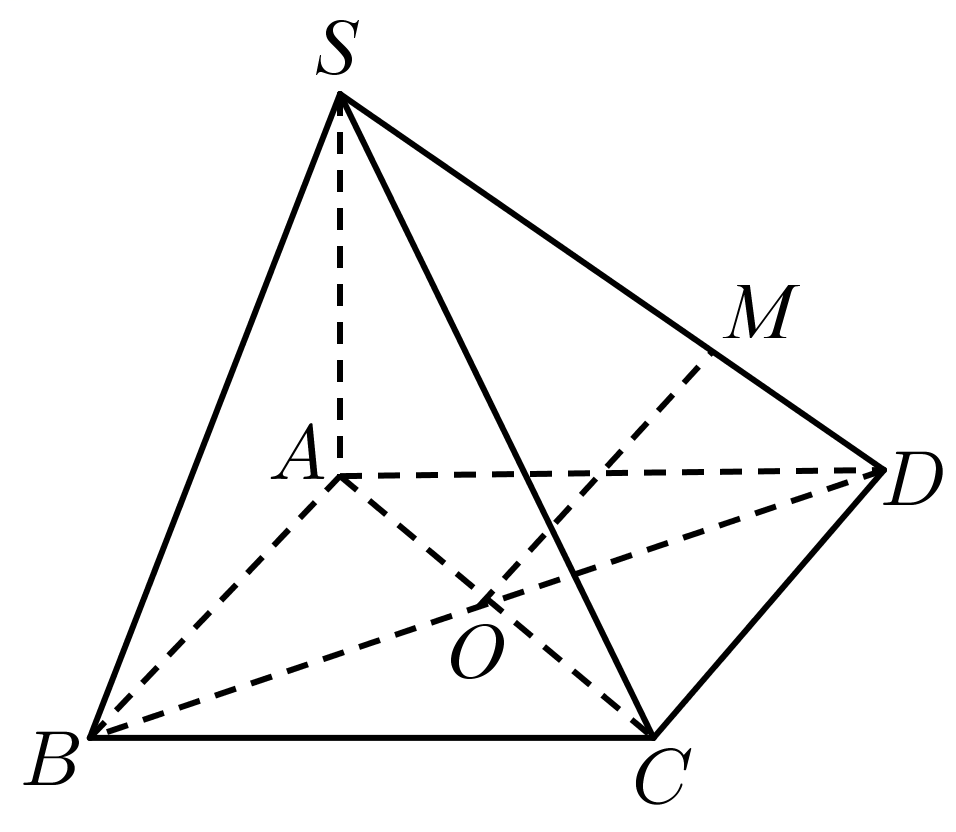
对于B，当时，，故函数的图象的一个对称中心为满足条件，故B正确；

对于C，令，整理得：，所以函数在区间上单调递增，故C正确；

对于D，函数的图象向左平移个单位后得到，函数为偶函数，故D正确.

故选：BCD.

11. 如图，在四棱锥中，底面是边长为2的正方形，底面交于点*O*，*M*是棱上的动点，则( )



A. 三棱锥体积的最大值为

B. 存在点*M*，使平面

C. 点*M*到平面的距离与点*M*到平面的距离之和为定值

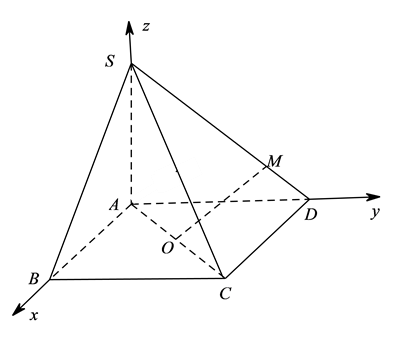
D. 存在点*M*，使直线与所成的角为

【答案】ABC

【解析】

【分析】根据题意以*A*为坐标原点，*AB*，*AD*，*AS*所在直线分别为轴，利用向量法判断CD，根据底面积不变，高最大时，锥体体积最大，判断A选项.根据线面平行的判定定理判断B即可求解.

【详解】以*A*为坐标原点，*AB*，*AD*，*AS*所在直线分别为轴，建立空间直角坐标系，如图，



设，

则,

由是棱上的动点，设，

,因为底面为正方形，故,

又底面所以,

又,所以底面,所以当与*D*重合时，三棱锥体积的最大且为，故A对.

当为中点时，是的中位线，所以，又平面，

平面，所以平面，故B正确；

点到平面的距离，点到平面的距离

,所以，故C正确.

,,若存在点，使直线与所成的角为30°

则，化简得，无解，

故D错误；

故选：ABC

12. 已知函数为奇函数，且对定义域内的任意都有.当时，，则下列结论正确的是( )

A. 当时，

B. 函数是以2为周期的周期函数

C. 函数的图象关于点成中心对称

D. 函数在上单调递减

【答案】ABC

【解析】

【分析】根据函数的性质，分别画出函数、、的图像即可求解.

【详解】因为为奇函数，，①

又对定义域内的任意都有，

有，②所以其图象关于点对称，

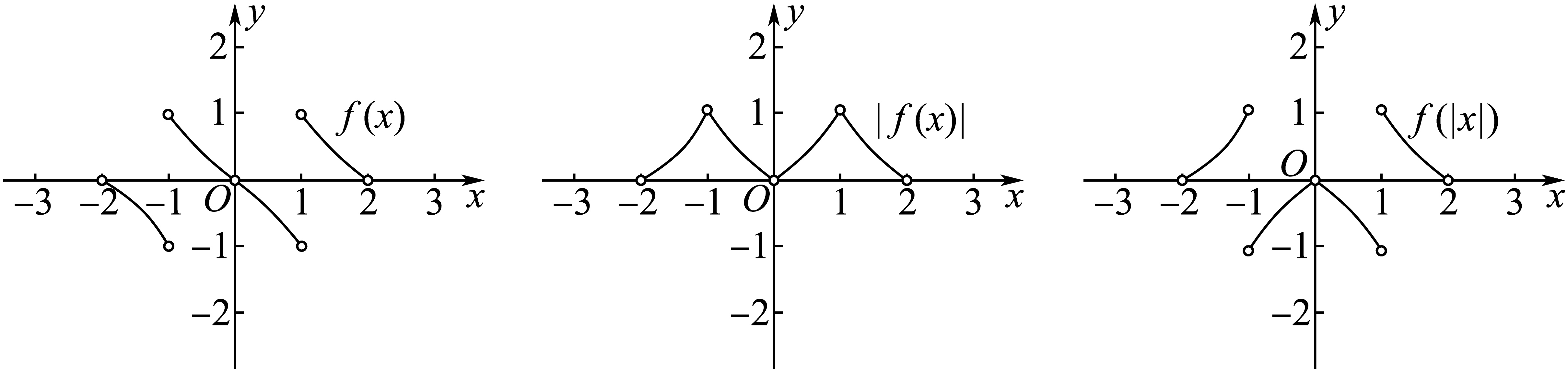
由①②得：，所以函数的周期为2，

又当时，

；

函数为偶函数，其图象关于*y*轴对称，

分别画出函数、、的图像如下：



可知ABC正确，D错误，

故选：ABC.

**三､填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 已知为单位向量.若，则在上的投影向量为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据投影向量的定义可求在上的投影向量.

【详解】因为为单位向量，所以，

解得，所以在上的投影向量为.

故答案为：.

14. 写出过点，且横､纵截距的绝对值相等的一条直线方程\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】或或(写出任意一条即可)

【解析】

【分析】根据题意利用直线的截距式方程列式求解，注意讨论截距是否为0.

【详解】设直线的横､纵截距分别为，则

当，直线经过原点时，横､纵截距都为0

∴直线过原点，设为

代入点，可得

则直线方程为；

当，直线不经过原点时，设直线方程为.

由题意得，解得或

∴直线方程为或，即或.

故答案为：或或(写出任意一条即可).

15. 若，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】##0.75

【解析】

【分析】利用平方关系、正弦的二倍角公式和弦化切计算可得答案.

【详解】因，

解得，所以.

故答案为：.

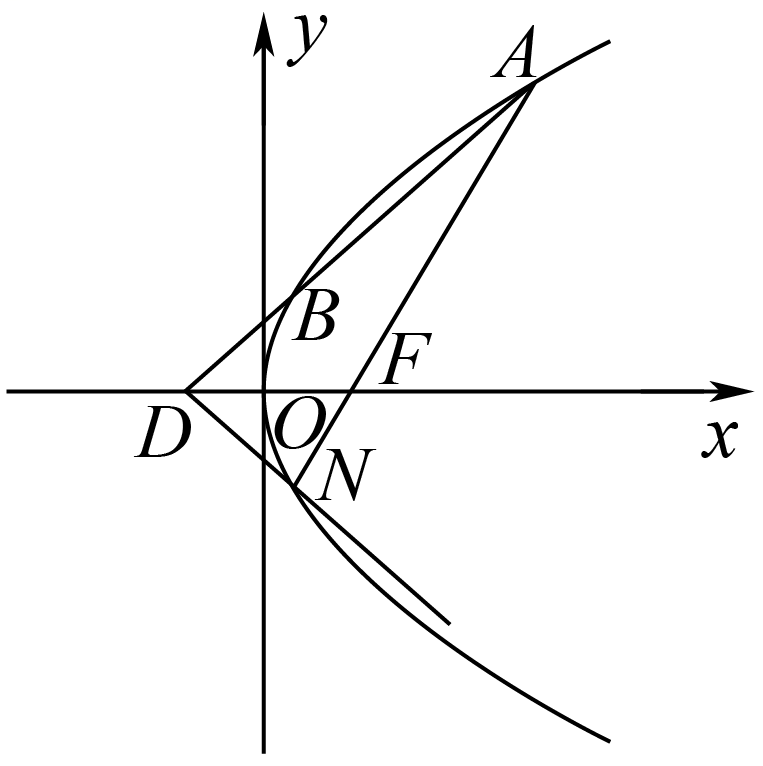
16. 已知直线与抛物线相交于点，与轴相交于点，若抛物线上存在不同于点的一点，满足，则的面积为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】8

【解析】

【分析】根据抛物线的对称性,由可知点与点关于轴对称，设出直线*AN*的方程，求出直线与*x*轴的交点坐标，再根据面积公式即可求出．

【详解】设，由于抛物线关于轴对称，若抛物线上存在不同于点的一点，满足点与点关于轴对称，则点，



设直线的方程为，联立消可得，

根据题意，，，

联立消可得，

，，则直线与轴的交点坐标为，

直线与轴交点的坐标为，

.

故答案为：8.

**四､解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤.**

17. 在中，分别是内角的对边.已知

(1)求角的大小；

(2)若，求面积.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)由，利用正弦定理得到化简求解.

(2)由(1)，结合，利用余弦定理求得，再利用三角形面积公式求解.

【小问1详解】

解：由正弦定理得.

因为，所以，

化简得，

即，

因为，

所以.

【小问2详解】

由(1)，又，

由余弦定理，

所以，

所以.

18. 已知函数在上的最大值与最小值之和为．

(1)求实数的值；

(2)对于任意的，不等式恒成立，求实数的取值范围．

【答案】(1)；(2)

【解析】

【分析】(1)根据指对数函数的单调性得函数在上是单调函数，进而得，解方程得；

(2)根据题意，将问题转化为对于任意的，恒成立，进而求函数的最值即可.

【详解】解：(1)因为函数在上的单调性相同，

所以函数在上是单调函数，

所以函数在上的最大值与最小值之和为，

所以，解得和(舍)

所以实数的值为.

(2)由(1)得，

因为对于任意的，不等式恒成立，

所以对于任意的，恒成立，

当时，为单调递增函数，

所以，所以，即

所以实数的取值范围

【点睛】本题考查指对数函数的性质，不等式恒成立求参数范围，考查运算求解能力，回归转化思想，是中档题.本题第二问解题的关键在于根据题意，将问题转化为任意的，恒成立求解.

19. 已知圆：*M*：.关于直线对称，记点，过点.的直线与圆相切于点.

(1)求的最小值；

(2)当取最小值时，求切点所在的直线方程.

【答案】(1)；

(2).

【解析】

【分析】(1)圆关于直线对称则直线过圆心，再根据切线长可分析求解的最小值；(2)当取最小值时，直线垂直直线，进而可求两个相交的圆的公切线即为切点所在的直线方程.

【小问1详解】

因为圆关于直线对称，

所以直线过圆心，所以，即，

故点的轨迹方程为，

因为的最小值即为到直线的距离，

由于，即，

所以，即.

【小问2详解】

由(1)知，当取最小值时，直线垂直直线，

可得直线的方程为，即，

联立解得，

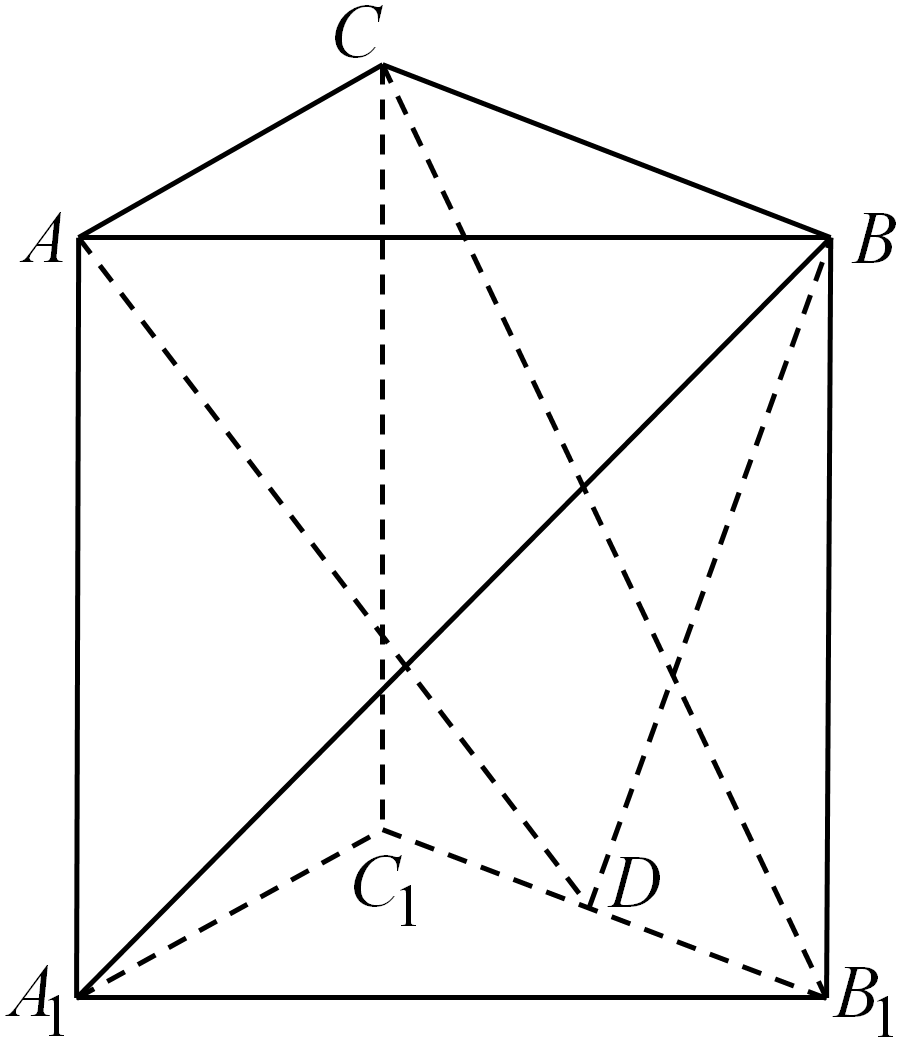
因为，所以四点共圆，

故以为直径的圆的方程为，

又已知圆，

两圆方程相减得的方程为.

20. 在直三棱柱中，已知为的中点，.



(1)证明：；

(2)若底面是等腰直角三角形，，求直线与平面所成角的正弦值.

【答案】(1)证明见解析

(2)

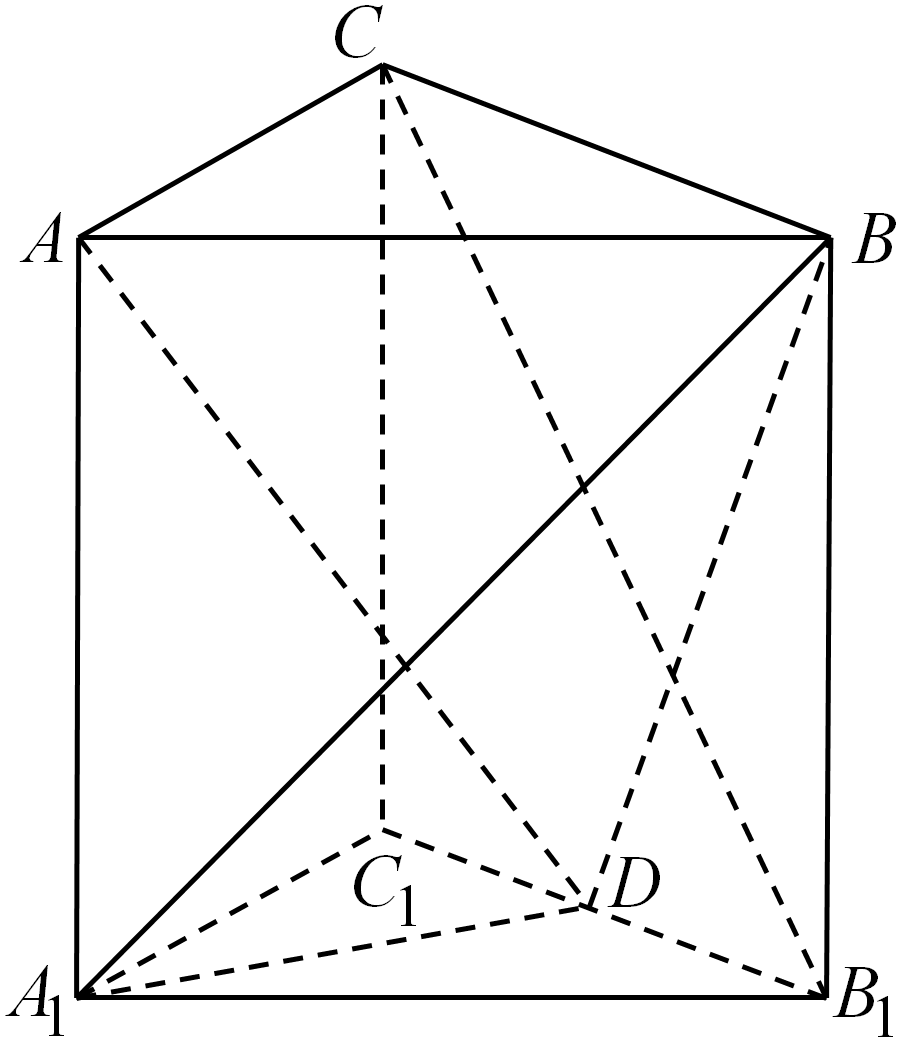
【解析】

【分析】(1)先证明平面，再证明平面，从而.

(2)利用空间向量，只需求即可.

【小问1详解】

连接，如图所示.



因为为的中点，且，所以.

又为直三棱柱，故平面，.

因为平面，所以.

又平面，

所以平面，

又平面，所以.

又平面，

所以平面，

又平面，所以.

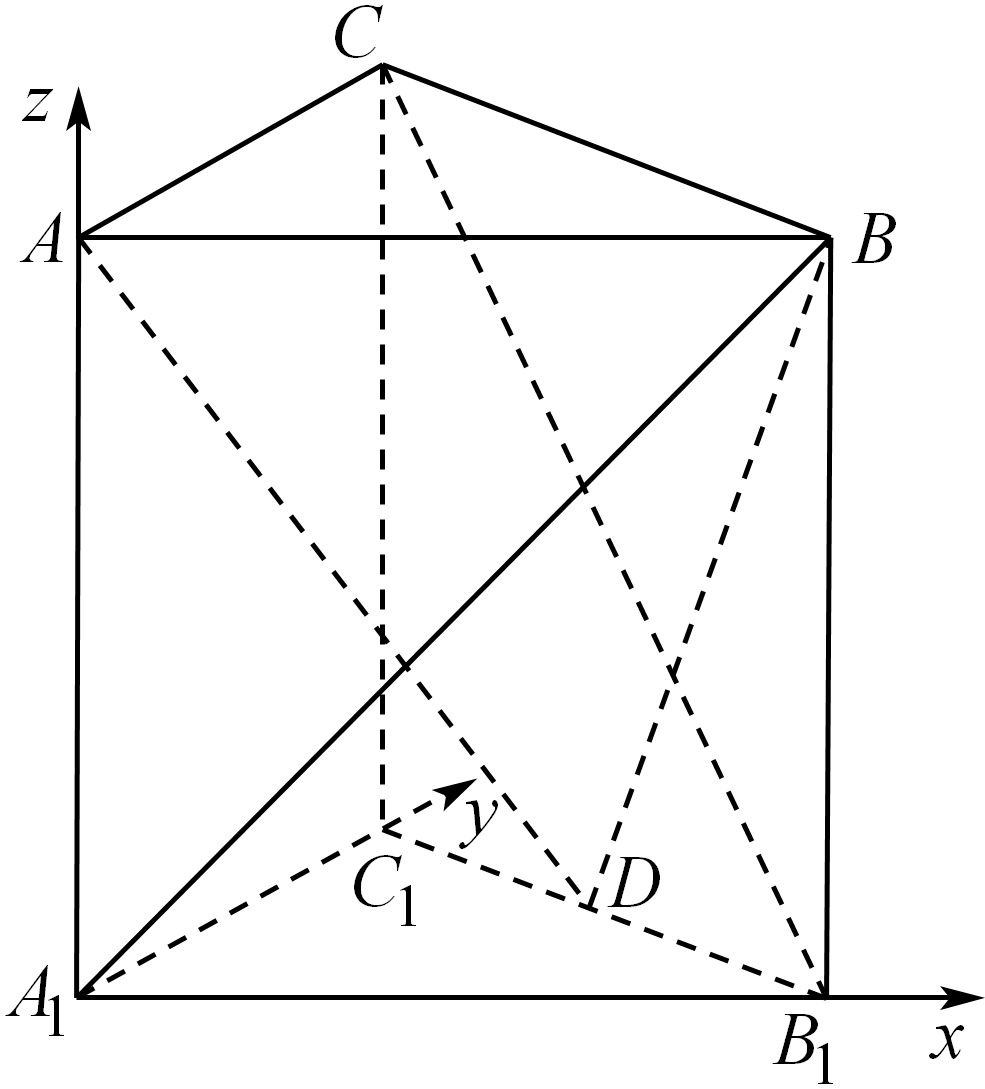
【小问2详解】

因为，则，

又为直三棱柱，故平面，

又平面，所以，

故两两垂直，则以为坐标原点，建立空间直角坐标系，如图所示.



设，

则，

，

因为，所以，解得，

故，

设平面的一个法向量，

则即取，解得，

则，又，

设直线与平面所成的角为，

则.

即直线与平面所成角的正弦值为.

21. 已知某著名高校今年综合评价招生分两步进行：第一步是材料初审，若材料初审不合格，则不能进入第二步面试；若材料初审合格，则进入第二步面试.只有面试合格者，才能获得该高校综合评价的录取资格，且材料初审与面试之间相互独立，现有甲､乙､丙三名考生报名参加该高校的综合评价，假设甲､乙､丙三名考生材料初审合格的概率分别是，面试合格的概率分别是.

(1)求甲､乙两位考生中有且只有一位考生获得该高校综合评价录取资格的概率；

(2)求三人中至少有一人获得该高校综合评价录取资格的概率；

(3)求甲､乙､丙三名考生获得该高校综合评价录取资格的人数为1人或2人的概率.

【答案】(1)

(2)

(3)

【解析】

【分析】(1)甲､乙两位考生中有且只有一位获得录取资格，求即可.

(2)只需求三人中至少有一人获得该高校综合评价录取资格的对立事件的概率即可.

(3)由独立事件的乘法公式即可求解.

【小问1详解】

设事件*A*表示“甲获得该高校综合评价录取资格”，

事件表示“乙获得该高校综合评价录取资格”，

则，

甲､乙两位考生中有且只有一位考生获得该高校综合评价录取资格的概率为：



.

【小问2详解】

设事件表示“丙获得该高校综合评价录取资格”，

则，

三人中至少有一人获得该高校综合评价录取资格的

对立事件是三人都没有获得该高校综合评价录取资格，

三人中至少有一人获得该高校综合评价录取资格的概率为：

.

【小问3详解】

记为甲､乙､丙三名考生中获得该高校综合评价录取资格的人数，

则甲､乙､丙三名考生获得该高校综合评价录取资格的人数为1人或2人的概率，

又，.

，

所以.

22. 已知椭圆：的左､右顶点分别为，下顶点为.

(1)设点为椭圆上位于第一象限内一动点，直线与轴交于点.直线于轴交于点，求四边形的面积；

(2)设直线*l*与椭圆交于不同于右顶点的两点，且，求的最大值.

【答案】(1)四边形的面积为定值2

(2)

【解析】

【分析】(1)依据点斜式表示出直线的方程和直线的方程，列出的表达式化简即可得面积为2.

(2)由根与系数的关系，可得，而，即可求得的最大值.

【小问1详解】

因为椭圆的方程为，所以.

设，则，即.

，则直线的方程为：，

令，得；

同理，直线的方程为：，

令，得.

所以

.

即四边形的面积为定值2.

【小问2详解】

由题意知，直线的斜率不为0，

则不妨设直线的方程为.

联立消去得，

，化简整理，得.

设，则.

因为，所以.

因为，所以，

得，

将代入上式，

得，

得，

整理得到：，解得或(舍去)，.

所以直线的方程为，则直线恒过点，

所以.

设，则，

易知在上单调递增，

所以当时，取得最大值.

又，

所以.

【点睛】解决直线与椭圆的综合问题时，要注意：

(1)注意观察应用题设中的每一个条件，明确确定直线、椭圆的条件；

(2)强化有关直线与椭圆联立得出一元二次方程后的运算能力，重视根与系数之间的关系、弦长、斜率、三角形的面积等问题．