**长郡中学2022年下学期高二期末考试**

**数学**

**命题人：刘小苗 审题人：陈家烦**

**得分：\_\_\_\_\_\_\_\_**

**本试卷分第I卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，共8页．时量120分钟．满分150分．**

**第I卷**

**一、选择题(本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)**

1. 在等差数列中，若，，则的公差为( )

A.  B. 2 C.  D. 3

【答案】B

【解析】

【分析】根据等差数列的定义，列出方程，解之即可.

【详解】设的公差为，

则，

解得．

故选：B．

2. 如果直线平面，直线平面，且，则*a*与*b*( )

A. 共面 B. 平行

C. 是异面直线 D. 可能平行，也可能是异面直线

【答案】D

【解析】

【分析】根据线面和面面的位置关系直接得出结论.

【详解】，说明*a*与*b*无公共点，

与*b*可能平行也可能是异面直线．

故选：D．

3. 4位同学到3个小区参加垃圾分类宣传活动，每位同学只能去一个小区，则不同的安排方法共有( )

A. 种 B. 种 C. 种 D. 种

【答案】A

【解析】

【分析】由分步计数原理可得答案.

【详解】4位同学到3个小区参加垃圾分类宣传活动，每位同学只能去一个小区，则每位同学都有3种选择，

所以共有种不同的安排方法，

故选：A

4. 的展开式的第6项的系数是

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】先写出二项式展开式的通项，通过通项求解.

【详解】由题得，

令r=5,所以，

所以的展开式的第6项的系数是.

故选C

【点睛】本题主要考查二项式展开式的系数问题，意在考查学生对该知识的理解掌握水平，属于基础题.

5. 已知等差数列的前*n*项和为；等比数列的前*n*项和为，且，则( )

A. 22 B. 34 C. 46 D. 50

【答案】C

【解析】

【分析】设等差数列的公差为*d*，等比数列的公比为*q*，解出*d*和*q*，再求出和，即可.

【详解】设等差数列的公差为*d*，等比数列的公比为*q*，

因为，



解得：*d*=1，*q*=2.

则，

，

所以15+31=46.

故选：C

【点睛】等差(比)数列问题解决的基本方法：基本量代换和灵活运用性质．

6. 已知编号为1，2，3的三个盒子，其中1号盒子内装有两个1号球，一个2号球和一个3号球；2号盒子内装有两个1号球，一个3号球；3号盒子内装有三个1号球，两个2号球．若第一次先从1号盒子内随机抽取1个球，将取出的球放入与球同编号的盒子中，第二次从放入球的盒子中任取一个球，则第二次抽到3号球的概率为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】记第一次抽到第*i*号球的事件分别为，记第二次在第*i*号盒内抽到3号球的事件分别为，再利用全概率公式求解即可.

【详解】记第一次抽到第*i*号球的事件分别为，

则有，，

记第二次在第*i*号盒内抽到3号球的事件分别为，

而，，两两互斥，和为，，，，

记第二次抽到3号球的事件为*B*，

．

故选:C．

7. 已知椭圆的中心是坐标原点，是椭圆的焦点.若椭圆上存在点，使是等边三角形，则椭圆的离心率为( )

A.  B.  C.  D. 

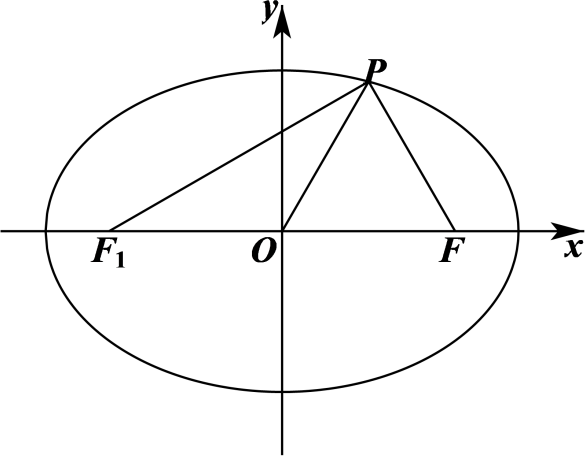
【答案】C

【解析】

【分析】设点为椭圆上位于第一象限内的点，设为椭圆的左焦点，计算出、，利用椭圆的定义可得出关于、的等式，进而可求得椭圆的离心率.

【详解】设点为椭圆上位于第一象限内的点，设为椭圆的左焦点，

因为是等边三角形，则，，



，所以，，，

所以，，

由椭圆的定义可得，

因此，椭圆的离心率为.

故选：C.

【点睛】方法点睛：求解椭圆或双曲线离心率的方法如下：

(1)定义法：通过已知条件列出方程组，求得、的值，根据离心率的定义求解离心率的值；

(2)齐次式法：由已知条件得出关于、的齐次方程，然后转化为关于的方程求解；

(3)特殊值法：通过取特殊位置或特殊值，求得离心率.

8. 设，，，则、、的大小关系是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】利用函数在上的单调性可得到、的大小关系，利用对数函数的单调性可得出、的大小关系，即可得出结论.

【详解】构造函数，其中，则，

当时，，所以，函数在上单调递增，

因为，则，即，即，

所以，，

因为，故，即，即，

因此，.

故选：D.

**二、选择题(本大题共4小题，每小题5分，共20分，在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分)**

9. 已知曲线：，则( )

A. 时，则的焦点是，

B. 当时，则的渐近线方程为

C. 当表示双曲线时，则的取值范围为

D. 存在，使表示圆

【答案】ABD

【解析】

【分析】AB选项，代入的值，分别得出是什么类型的曲线，进而作出判断；C选项，要想使曲线表示双曲线要满足；D选项，求出曲线表示圆时*m*的值.

【详解】当时，曲线：，是焦点在*y*轴上的椭圆，且，所以交点坐标为，，A正确；当时，曲线：，是焦点在在*y*轴上的双曲线，则的渐近线为，B正确；当表示双曲线时，要满足：，解得：或，C错误；当，即时，，表示圆，D正确

故选：ABD

10. 设直线与圆，则下列结论正确的为( )

A. 与可能相离

B. 不可能将的周长平分

C. 当时，被截得的弦长为

D. 被截得的最短弦长为

【答案】BD

【解析】

【分析】求出直线所过定点的坐标，可判断A选项的正误；假设假设法可判断B选项的正误；利用勾股定理可判断CD选项的正误.

【详解】对于A选项，直线过定点，且点在圆内，则直线与圆必相交，A选项错误；

对于B选项，若直线将圆平分，则直线过原点，此时直线斜率不存在，B选项正确；

对于C选项，当时，直线的方程为，圆心到直线的距离为，

所以，直线被截得的弦长为，C选项错误；

对于D选项，圆心到直线的距离为，

所以，直线被截得的弦长为，D选项正确.

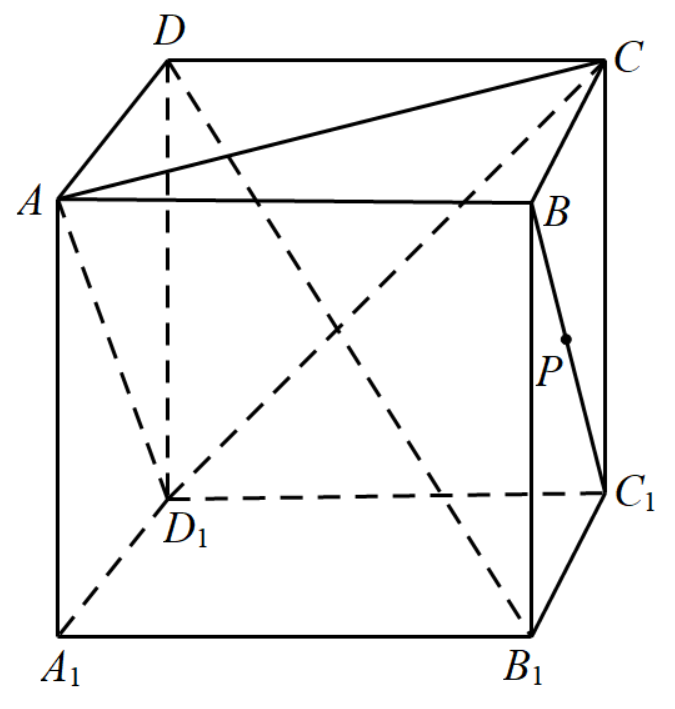
故选：BD.

【点睛】方法点睛：圆的弦长的常用求法

(1)几何法：求圆的半径为，弦心距为，弦长为，则；

(2)代数方法：运用根与系数的关系及弦长公式.

11. 如图，在棱长为1的正方体*ABCD*﹣*A*1*B*1*C*1*D*1中，点*P*在线段*BC*1上运动，则下列判断中正确的是(　　)



A. *DP*∥面*AB*1*D*1

B. 三棱锥*A*﹣*D*1*PC*的体积为

C. 平面*PB*1*D*与平面*ACD*1所成二面角为90°

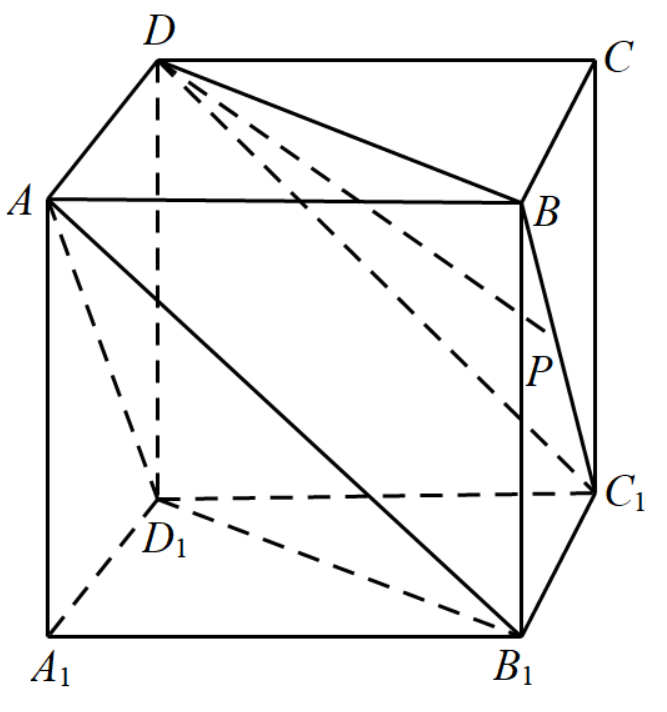
D. 异面直线与所成角的范围是

【答案】ACD

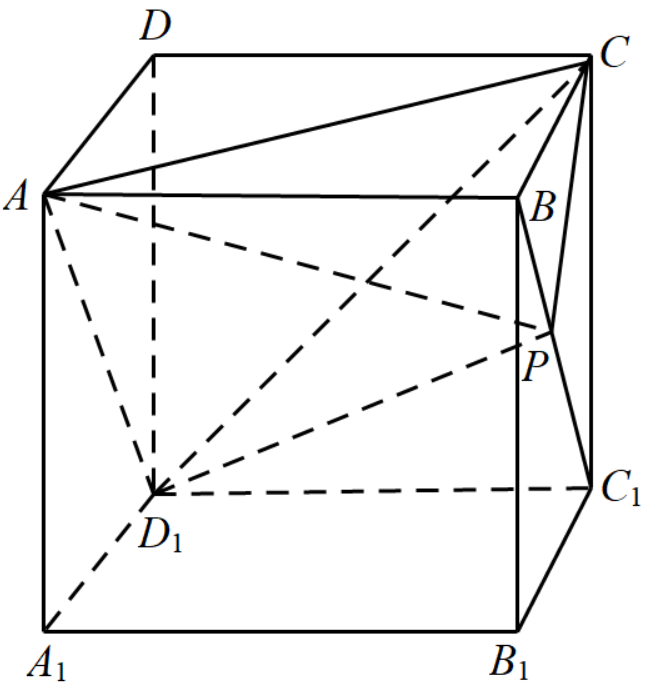
【解析】

【分析】A利用面面平行的性质证面；B应用等体积法，根据特殊点：与重合时求的体积； C先证明面，再利用面面垂直的判定定理证面面即可；D由，根据在线段的位置，即可确定异面直线与所成角的范围.

【详解】A：连接，，，，由于，由面面平行的判定定理，可证明面面，又面，所以面，正确；

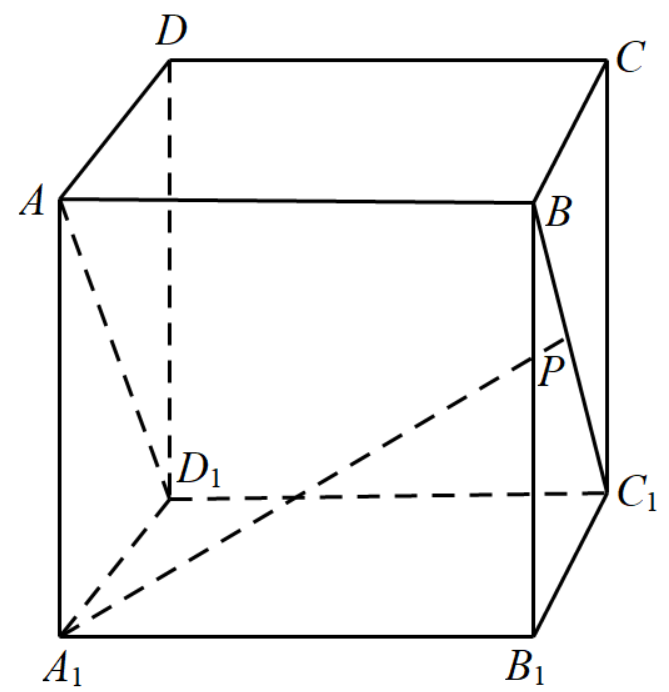


B：，因为到面的距离不变，且△的面积不变，所以三棱锥的体积不变，当与重合时得，错误；



C：由三垂线定理，可证明，再由线面垂直的判定定理可得面，又面，则面面，正确；

D：由，异面直线与所成角即为与所成角，又为等边三角形，当与线段的两端点重合时，与所成角取最小值，当与线段的中点重合时，与所成角取最大值，故与所成角的范围，正确.



故选：ACD．

12. 已知抛物线的焦点为，过原点的动直线交抛物线于另一点，交抛物线的准线于点，下列说法正确的是( )

A. 若为线段中点，则 B. 若，则

C. 存在直线，使得 D. 面积的最小值为2

【答案】AD

【解析】

【分析】对于A，求出点的横坐标，再根据抛物线的定义求出，即可判断；

对于B，根据抛物线的定义求出点的横坐标，再求出，即可判断，

对于C，，则，判断是否有解，即可判断；

对于D，根据，结合基本不等式即可判断.

【详解】解：抛物线的准线为，焦点，

若为中点，所以，所以，故A正确；

若，则，所以，故B错误；

设，则，所以，，

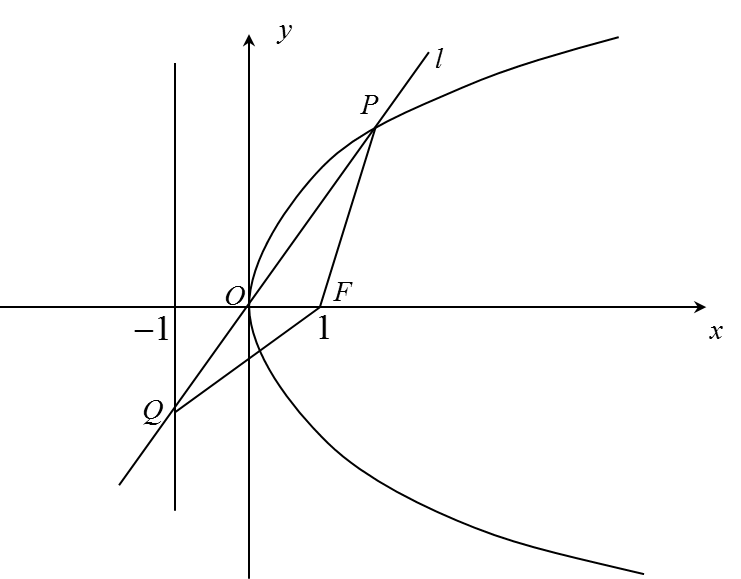
所以，所以与不垂直，故C错误；

，

当且仅当，即时，取等号，

所以面积的最小值为2，故D正确.

故选：AD.



**第Ⅱ卷**

**三、填空题(本大题共4小题，每小题5分，共20分)**

13. 圆与圆的公共弦所在直线的方程为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】利用两圆的一般方程相减即可得出结果.

【详解】联立两圆的方程得，

两式相减并化简，得，

所以两圆公共弦所在直线的方程为．

故答案为：.

14. 函数在其图象上的点处的切线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】对求导，求出，再由点斜式方程即可得出答案.

【详解】，，又切点为，

切线斜率，即切线方程为，

即．

故答案为：.

15. 已知，则\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】243

【解析】

【分析】利用赋值法，根据方程思想，可得答案.

【详解】令，得，①

令，得，②

②①，得，即．

①②，得，即．

所以．

故答案：.

16. 已知甲、乙两人的投篮命中率都为，丙的投篮命中率为，如果他们三人每人投篮一次，则至少一人命中的概率的最小值为\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】利用对立事件概率公式可求得，利用导数可求得的最小值.

【详解】设事件为“三人每人投篮一次，至少一人命中”，则，

，

设，，

则，

当时，；当时，；

在上单调递减，在上单调递增，，

即三人每人投篮一次，则至少一人命中的概率的最小值为.

故答案为：.

【点睛】思路点睛：利用相互独立事件求复杂事件概率的求解思路为：

(1)将待求复杂事件转化为几个彼此互斥简单事件的和；

(2)将彼此互斥简单事件中的简单事件，转化为几个已知(易求)概率的相互独立事件的积事件；

(3)代入概率的积、和公式求解．

**四、解答题(本大题共6小题，共70分．解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步聚)**

17. 已知的二项展开式中，只有第四项的二项式系数最大.

(1)求展开式中第三项系数；

(2)求出展开式中所有有理项(即*x*的指数为整数的项).

【答案】(1)240；

(2)，，.

【解析】

【分析】(1)根据二项式系数的性质可知*n*＝6，求出展开式通项，令*r*＝2可求第三项系数；

(2)根据展开式通项，当*r*＝0，3，6时为有理项，代入计算即可.

【小问1详解】

由题可知，，

则二项展开式通项为，

展开式中第三项系数为：；

【小问2详解】

展开式中有理项为时，

即，

，

.

18. 设数列满足，．

(1)计算，，猜想的通项公式；

(2)求数列的前*n*项和．

【答案】(1)，，

(2)

【解析】

【分析】(1)根据递推关系计算，并结合等差数列猜想求解即可；

(2)结合(1)得，进而根据错位相减法求解即可.

【小问1详解】

解：因为数列满足，，

所以，，，

所以，由数列的前三项可猜想数列是以3为首项，2为公差的等差数列，即．

【小问2详解】

解：由(1)知，代入检验知其满足，

所以，，，

所以，，①

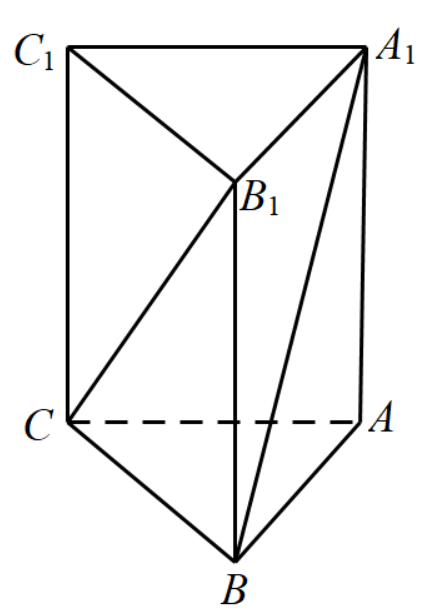
，②

由①②得，

，

所以，．

19. 如图，直三棱柱的侧面菱形，．



(1)证明：；

(2)设为的中点，，记二面角为，求的值．

【答案】(1)证明见解析

(2)

【解析】

【分析】(1)连接, 利用菱形的性质可得, 利用线面垂直的判定定理可得 平面, 即可证明结论;

(2)建立合适的空间直角坐标系, 求出所需点的坐标和向量的坐标, 然后利用待定系数法求出平面和平面的法向量, 由向量的夹角公式求解即可.

【小问1详解】

证明：如图，连接*BC*1，因为侧面*BCC*1*B*1是菱形，

则*BC*1⊥*B*1*C*，

因为  平面 ,

则 平面 ,

因为 平面,

所以 ;

【小问2详解】

因为直三棱柱  中, ,而，

由(1)可得, ,

又 , 平面，则  平面 ,

故以点  为坐标原点, 建立空间直角坐标系如图所示,

设 , 则 ,

所以 ,

设平面  的法向量为 ,

则 ，

令, 则 , 故 ,

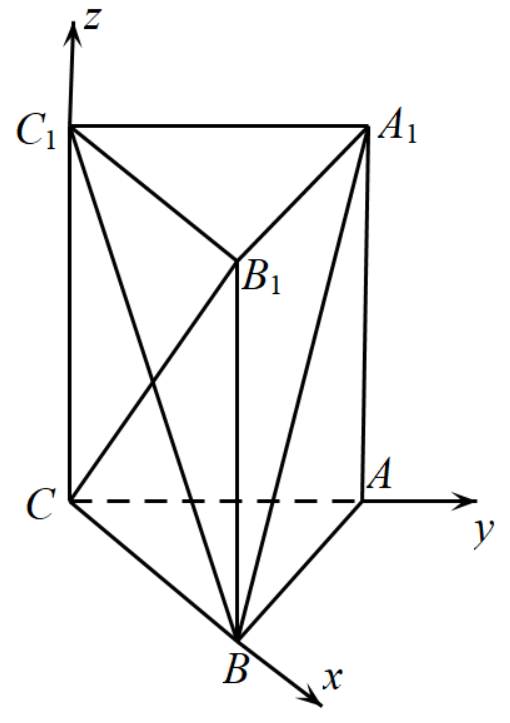
设平面  的法向量为 ,

则 ,

令 , 则 , 故 ,

所以 ,

因为二面角为，故的值为.



20. 选手甲分别与乙、丙两选手进行象棋比赛，如果甲、乙比赛，那么每局比赛甲获胜的概率为，乙获胜的概率为，如果甲、丙比赛，那么每局比赛甲、丙获胜的概率均为．

(1)若采用局胜制，两场比赛甲获胜的概率分别是多少？

(2)若采用局胜制，两场比赛甲获胜的概率分别是多少？你能否据此说明赛制与选手实力对比赛结果的影响？

【答案】(1)甲、乙比赛甲获胜的概率，甲、丙比赛甲获胜的概率；(2)甲、乙比赛，甲获胜的概率，甲、丙比赛，甲获胜的概率；答案见解析．

【解析】

【分析】(1)分甲获胜的可能分、两种情况分计算出两场比赛甲获胜的概率，即可得解；

(2)分甲获胜的可能有、或三种情况，分别计算出两场比赛甲获胜的概率，即可得出结论.

【详解】(1)采用局胜制，甲获胜的可能分，，

因为每局的比赛结果相互独立，

所以甲、乙比赛甲获胜概率，

甲、丙比赛甲获胜的概率；

(2)采用局胜制，甲获胜的情况有、或，

甲、乙比赛，甲获胜的概率，

甲、丙比赛，甲获胜的概率，

因为，所以甲、乙比赛，采用局胜制对甲有利，

，所以甲、丙比赛，采用局胜制还是局胜制，甲获胜的概率都一样，

这说明比赛局数越多对实力较强者有利．

【点睛】思路点睛：求相互独立事件同时发生的概率的步骤：

(1)首先确定各事件是相互独立的；

(2)再确定各事件会同时发生；

(3)先求出每个事件发生的概率，再求其积.

21. 已知双曲线的左、右焦点分别为，，渐近线方程是，点，且的面积为6．

(1)求双曲线*C*的标准方程；

(2)直线与双曲线*C*交于不同的两点*P*，*Q*，若，求实数*m*的取值范围．

【答案】(1)

(2)或．

【解析】

【分析】(1)根据题意，由条件结合双曲线的关系，列出方程，即可得到结果；

(2)根据题意，设，，联立直线与椭圆方程结合韦达定理，由知，列出不等式即可得到结果.

小问1详解】

由题意得，①

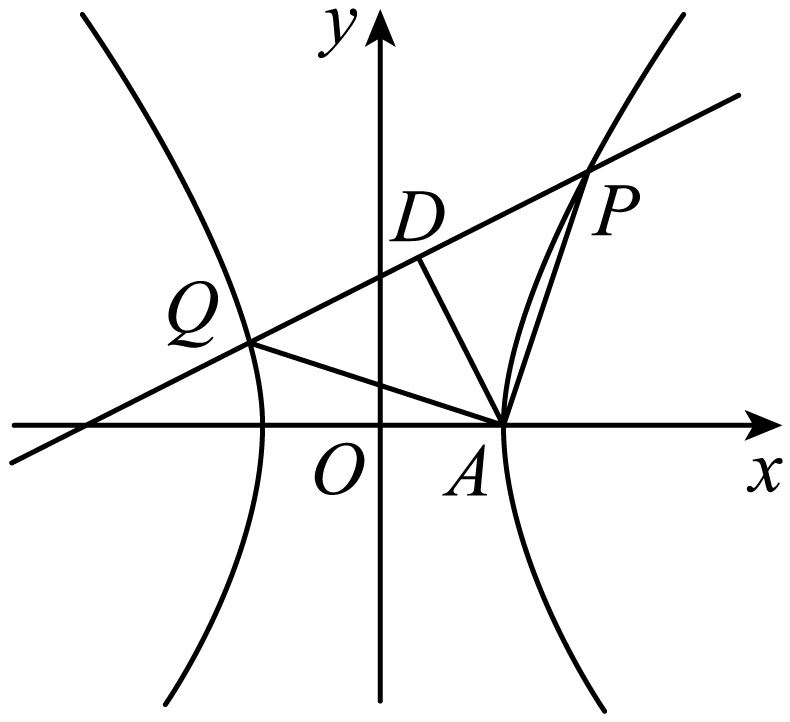
，②

，③

由①②③可得，，

双曲线*C*的标准方程是．

【小问2详解】



由题意知直线*l*不过点*A*．

设，，线段*PQ*的中点为，连接*AD*

将与联立，消去*y*，

整理得，

由且，得，④

，，

，．

由知，，又，

，化简得，⑤

由④⑤，得或．由，得．

综上，实数*m*的取值范围是或．

22. 已知函数．

(1)若在上恒成立，求的取值范围；

(2)在(1)的条件下证明:对任意，都有；

(3)设，讨论函数的零点个数．

【答案】(1)

(2)证明见解析 (3)答案见解析

【解析】

【分析】(1)由题知在上恒成立，进而构造函数并求最大值即可得答案；

(2)结合(1)得当时，在时恒成立，令得，再根据对数运算即可得答案.

(3)由题知，进而构造函数，研究其性质，进而求解即可.

【小问1详解】

解：由在上恒成立，可得在上恒成立，

令，则，

当，，函数单调递增；

当，，函数单调递减，

故在处取得极大值，也即最大值，

要使得，则，

所以，的取值范围为．

【小问2详解】

解：由(1)当时，，即在时恒成立，

令，，则，

所以，

所以，．

【小问3详解】

解：由可得，，

即，

令，则，

当时，，函数单调递增，

当时，函数单调递减，

所以，当时，取得最大值，

因为，，

且当趋近于时，趋近于，当趋近于时，趋近于，

所以，当时，只有一个根，即只有一个零点，

当时，方程有且仅有2个根，即有且仅有2个零点，

当时，没有根，即没有零点

【点睛】方法点睛：本题第二问解题的常用方法是结合导数证明不等式，进而根据不等式，构造数列不等式，进而结合对数运算求和即可证明；第三问解题的方法为将已知问题转化为函数与直线的交点个数问题，进而研究性质即可.