**2022～2023学年第一学期高二八县(市)期考联考**

**高中二年数学科试卷**

**命题学校：长乐一中 命题教师：高二集备组 审核教师：高二集备组**

**考试日期： 月 日 完卷时间：120分钟 满分：150分**

**第I卷**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．(在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．)**

1. 已知空间向量，，且，则*x*=( )

A. 1 B. -13 C. 13 D. -5

【答案】B

【解析】

【分析】由空间向量垂直的坐标表示求解即可.

【详解】因为，，且，

所以，

解得，

故选：B.

2. 若直线*l*的方向向量是，则直线*l*的倾斜角为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】由斜率与倾斜角，方向向量关系求解

【详解】由直线*l*的方向向量是得直线的斜率为，

设直线的倾斜角是，

故选：B.

3. 已知椭圆的左､右焦点分别为，离心率为，过点的直线*l*交椭圆于*A*,*B*两点，若的周长为8，则*C*的方程为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】由椭圆的定义知的周长为，结合已知条件求出，再由离心率求出，进而求出，从而得出答案.

【详解】依题意的周长为，

.

则*C*的方程为.

故选:D

4. 若一圆与两坐标轴都相切，且圆心在第一象限，则圆心到直线的距离为( )

A.  B.  C. 5 D. 3

【答案】A

【解析】

【分析】根据题意可设圆的方程为，且，代入点到直线的距离公式即可求解.

【详解】因为圆与两坐标轴都相切，且圆心在第一象限，则设圆心为，，，

所以设圆的方程为且，

则圆心到直线的距离为.

故选：A

5. 已知等差数列的前项和为，且，则( )

A. 1240 B. 1550 C. 1860 D. 2170

【答案】C

【解析】

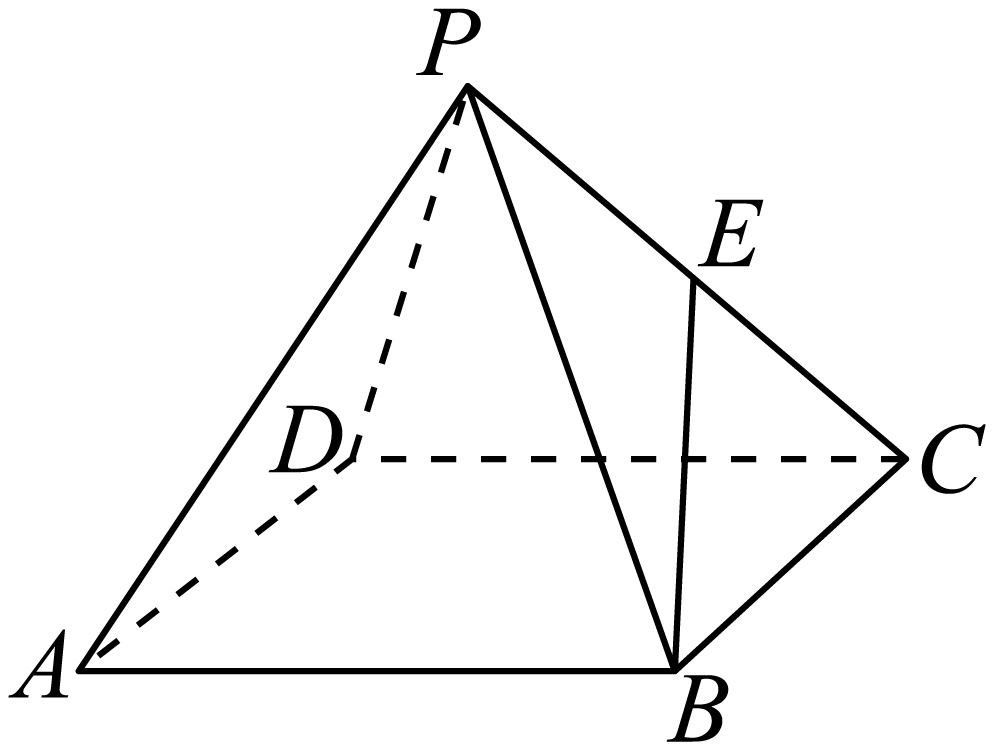
【分析】根据等差数列前项和的性质得成等差数列，即可求得的值.

【详解】因为等差数列的前项和为，所以成等差数列

所以，所以，解得.

故选：C.

6. 如图，已知正四棱锥的所有棱长均为1，*E*为*PC*的中点，则线段*PA*上的动点*M*到直线*BE*的距离的最小值为( )



A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】方法一：建立空间直角坐标系，求向量在上的投影的大小，再求点*M*到直线*BE*的距离，由此可求其最小值.

方法二：证明为异面直线的公垂线段，由此可求动点*M*到直线*BE*的距离的最小值.

【详解】连接，记直线的交点为，

由已知平面，，

以点为原点，为轴的正方向建立空间直角坐标系，

由已知，

所以，

则，

所以，，，

设，则

，

所以在上的投影向量的模为，

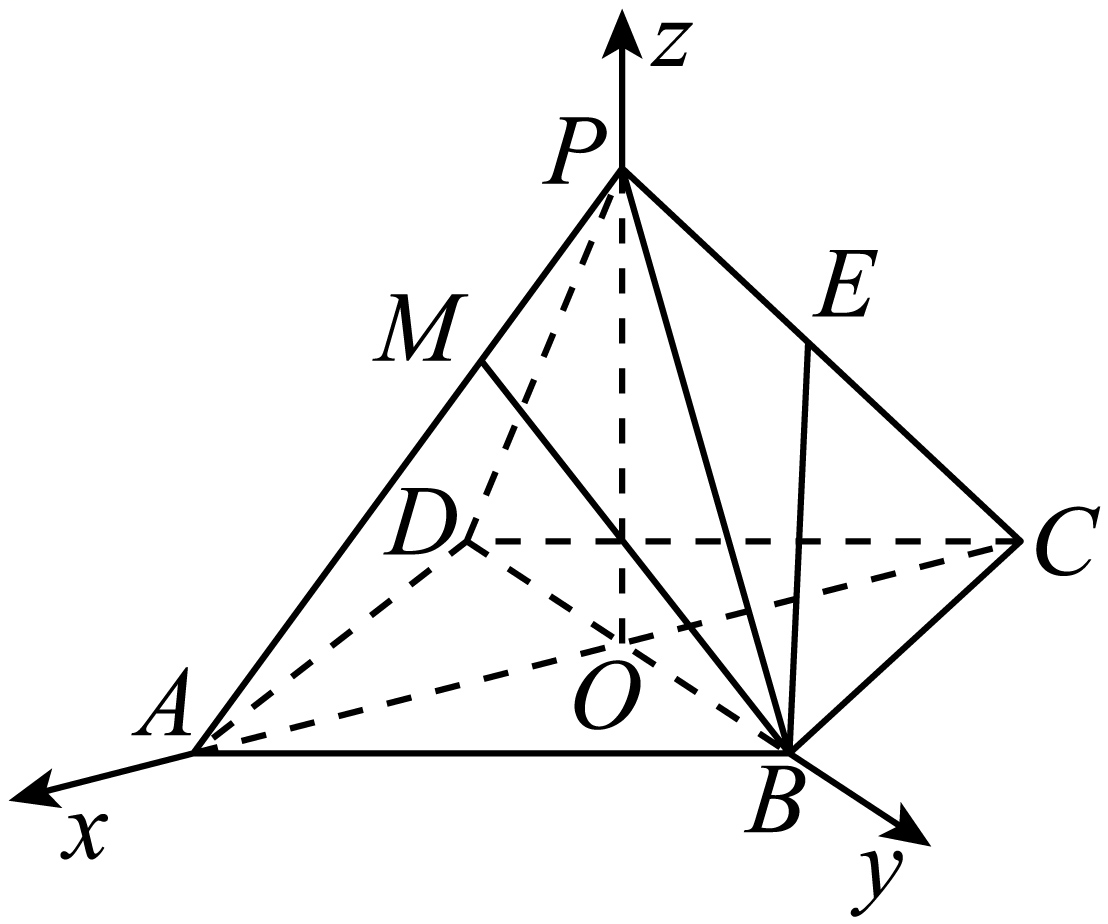
又，

所以动点*M*到直线*BE*的距离，

所以，

所以当时，动点*M*到直线*BE*的距离最小，最小值为，

故选：D.



方法二：因为为等边三角形，为的中点，所以，

由已知，所以，

所以，

所以为异面直线，的公垂线段，

所以的长为动点*M*到直线*BE*的距离最小值，

所以动点*M*到直线*BE*的距离最小值为，

故选：D.

7. 已知椭圆与抛物线有相同的焦点，点是两曲线的一个公共点，且轴，则椭圆的离心率是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】分析可得，求得，设设椭圆的下焦点为，利用勾股定理可求得，利用椭圆的定义可求得该椭圆的离心率的值.

【详解】易知点或，所以，，即，

将代入抛物线方程可得，则，

设椭圆的下焦点为，因为轴，则，

由椭圆的定义可得，

所以，椭圆的离心率为.

故选：C.

8. 初中时通常把反比例函数的图像叫做双曲线，它的图像就是在圆锥曲线定义下的双曲线，只是因为坐标系位置的不同，所以方程的形式才不同，当*K*>0时只需把反比例函数的图像绕着原点顺时针旋转，便得到焦点在*x*轴的双曲线的图形.所以也可以理解反比例函数的图像是以*x*轴，*y*轴为渐近线，以直线*y*=*x*为实轴的等轴双曲线，那么当*k*=4时，双曲线的焦距为( )

A. 8 B. 4 C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】结合所给信息，可得旋转后，双曲线变为等轴双曲线，再由绕原点顺时针旋转所得坐标在等轴双曲线上可得等轴双曲线方程.

【详解】由所给信息，可知旋转后双曲线以两条相互垂直的直线作为渐近线，则双曲线为等轴双曲线，设为.又注意到在函数图像上，其与原点连线与*x*正半轴夹角为，则将点绕原点顺时针旋转后，该点落在*x*正半轴，设为

，因旋转前后到原点距离不变，则.

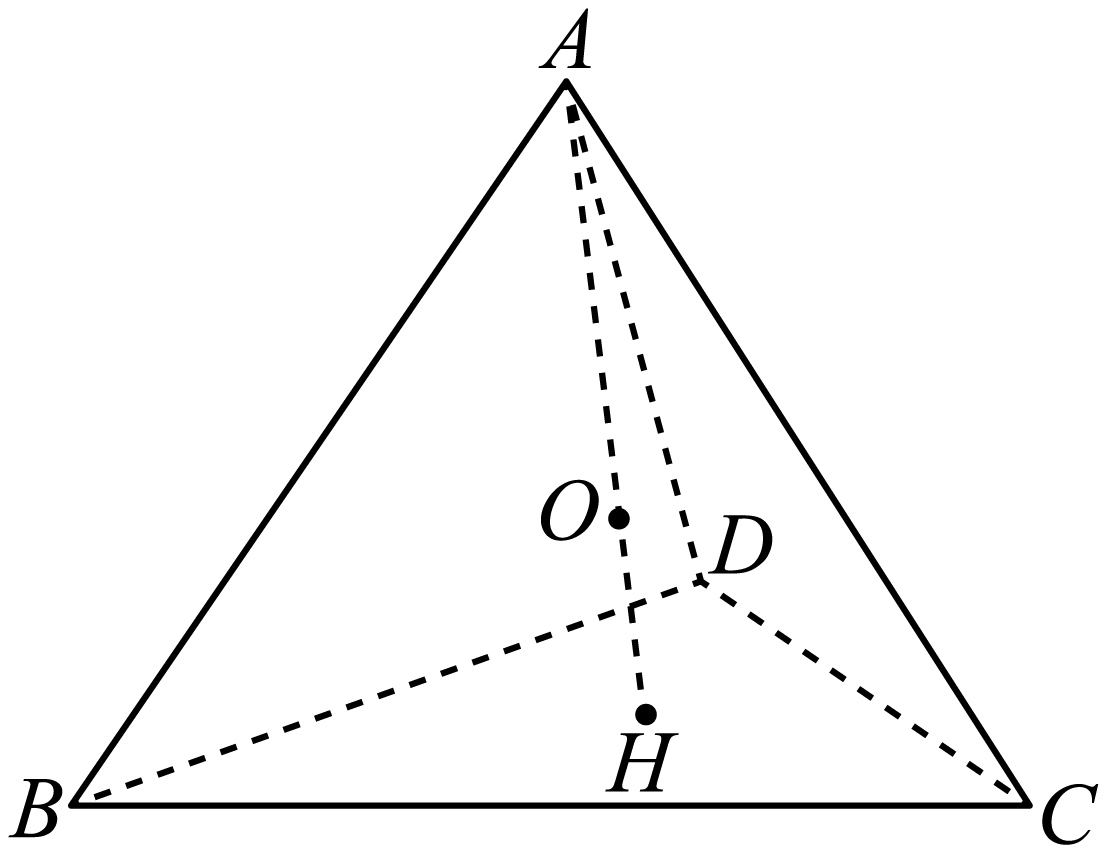
即将点绕原点顺时针旋转后，可得，则满足.

可得双曲线方程为，则，则焦距为.

故选：A

**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．(在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．)**

9. 正四面体*ABCD*中，棱长为*a*，高为*h*，外接球半径为*R*，内切球半径为*r*，*AB*与平面*BCD*所成角为，二面角*A*-*BD*-*C*的大小为，则( )



A.  B.  C.  D. 

【答案】AC

【解析】

【分析】根据正四面体的性质结合外接球、内切球的性质以及线面、面面夹角逐项分析运算.

【详解】取的中点，的中心，连接，

对A：∵为正四面体，则平面，故外接球的球心(也为内切球的球心)在上，

则，A正确；

对B：

∵平面，平面，

∴，

故，即，解得，

故，则，B错误；

对C：由平面，可得*AB*与平面*BCD*所成角为，

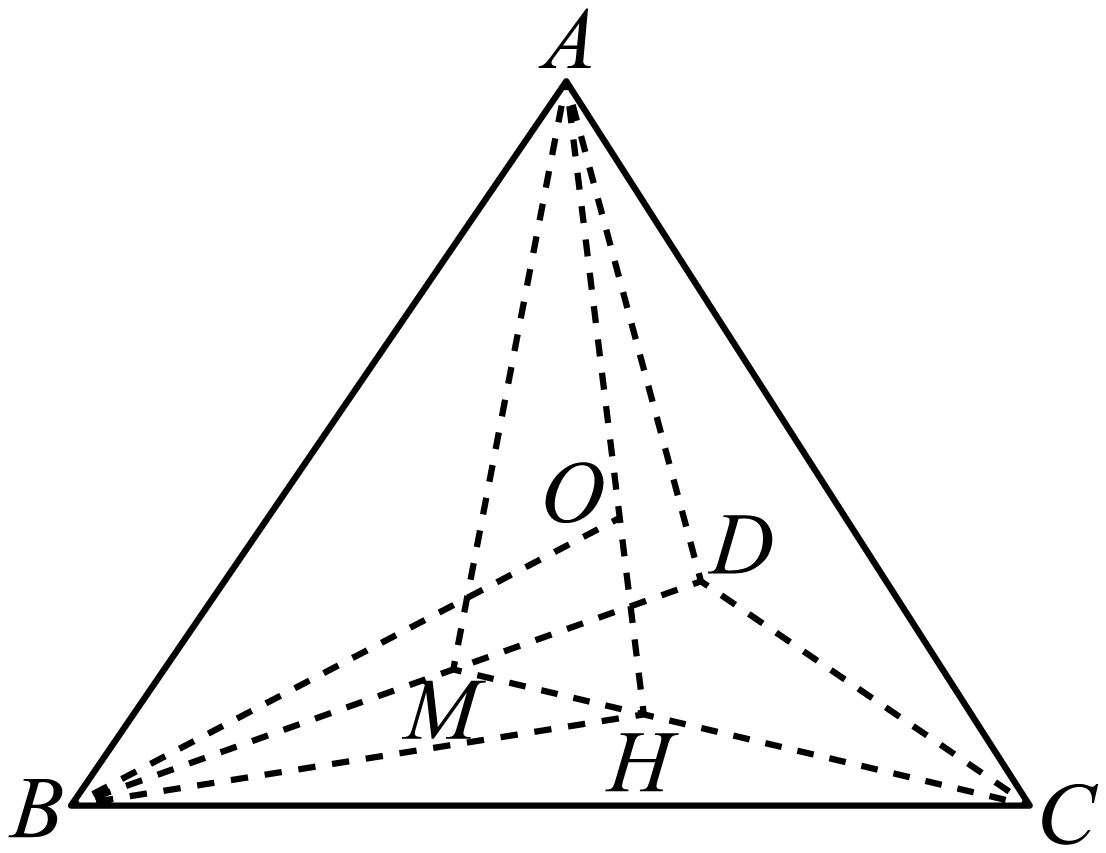
故，C正确；

对D：∵为的中点，且，则，

故二面角*A*-*BD*-*C*的大小为，

在中，则，D错误.

故选：AC.



10. 已知等差数列的前*n*项和为，且满足，公差，则( )

A.  B.  C. 有最大值 D. 

【答案】ACD

【解析】

【分析】首先根据已知条件得到，，，再依次判断选项即可得到答案.

【详解】因为满足，公差，

所以，，且，即.

对选项A，，即，故A正确.

对选项B，，故B错误

对选项C，因为，，所以，，

所以当或时，有最大值.故C正确.

对选项D，因为当或时，取得最大值，

所以，故D正确.

故选：ACD

11. 已知抛物线的焦点到准线的距离为，直线过点且与抛物线交于*A*、*B*两点，若是线段*AB*的中点，则( )

A.  B.  C. 直线的方程为 D. 

【答案】BC

【解析】

【分析】根据抛物线的几何性质可判断B；利用点差法求解得直线斜率，从而可判断C；由点在直线上可求得*m*，可判断A；利用弦长公式可判断D.

【详解】由题知，，故抛物线方程为.

设，易知，则

，由点差法可得

又是线段*AB*中点，所以，所以直线*l*的斜率

因为直线*l*过焦点，所以*l*的方程为，即

对于A：将代入可得，A错误；

对于B：B正确；

对于C：C正确；

对于D：将代入得，所以，所以，故D错误.

故选：BC

12. 在数列中，若为常数)，则称为“平方等差数列”.下列对“平方等差数列”的判断，其中正确的为( )

A. 是平方等差数列

B. 若是平方等差数列，则是等差数列

C. 若是平方等差数列，则为常数)也是平方等差数列

D. 若是平方等差数列，则为常数)也是平方等差数列

【答案】BD

【解析】

【分析】根据等差数列的定义，结合平方等差数列的定义逐一判断即可.

【详解】对于A，当为奇数时，则为偶数，所以，

当为偶数时，则为奇数，所以，

即不符合平方等差数列的定义，故错误；

对于B，若是平方等差数列，则为常数)，即是首项为，公差为的等差数列，故正确；

对于C，若是平方等差数列，则为常数)，

则，

即，

当为等差数列时，，则为平方等差数列，

当不为等差数列时，则不为平方等差数列，故错误；

对于D，因为是平方等差数列，所以，

把以上的等式相加，得，

，则，即数列是平方等差数列，故正确；

故选:BD

**第Ⅱ卷**

**三、填空题：本大题共4小题，每小题5分．**

13. 在等差数列中，若，，则\_\_\_\_\_\_

【答案】

【解析】

【分析】根据已知先求公差，然后由通项公式可得.

【详解】记等差数列的公差为，则有

又，所以，解得

所以

故答案为：

14. 已知双曲线的渐近线方程为，且过点，则双曲线的标准方程为\_\_\_\_\_\_\_\_

【答案】

【解析】

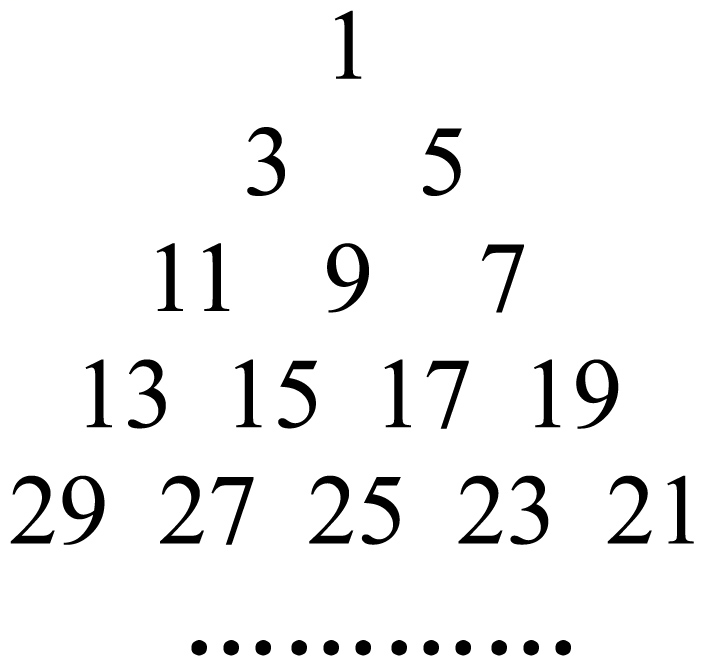
【分析】由双曲线的渐近线为，设双曲线方程为，代入点的坐标即可求得.

【详解】因为双曲线的渐近线方程为，所以设双曲线方程为，

因为双曲线过点，代入解得，所以双曲线的方程为.

故答案为：

15. 将全体正奇数排成一个蛇形三角形数阵：



按照以上排列的规律，记第行第个数为，如，若，则\_\_\_\_\_.

【答案】69

【解析】

【分析】观察数阵的排列规律，先确定在数阵中的行的值，再确定在该行的项数，由此可求.

【详解】观察可得数阵的第行排个数，

从第3行起，奇数行的数从左至右排列为公差为-2的等差数列，

偶数行的数从左至右排列为公差为2的等差数列，

将数阵中的所有数从小到大排列记为数列，则，

令，可得，

因为2023在数阵的第行，

所以，，

所以，，

所以，所以2023排在第45行，

前45行共排了个数，即1035个数，

所以第45 最大数为，

将第45行的数从左至右排列记为，则，

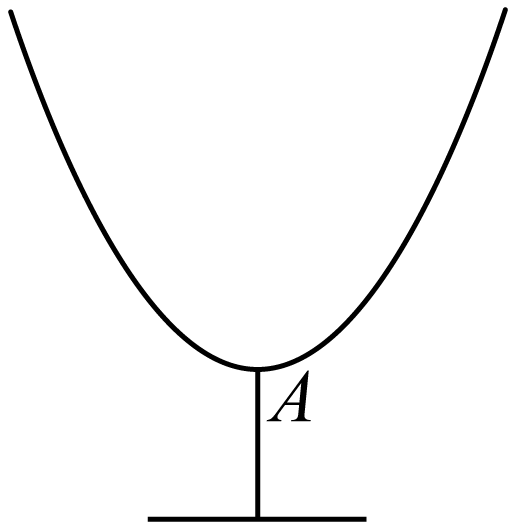
所以，即，

因为2023为数列的第项，故，

所以，故.

故答案为：69.

16. 如图，已知一酒杯的内壁是由抛物线旋转形成的抛物面，当放入一个半径为1的玻璃球时，玻璃球可碰到酒杯底部的*A*点，当放入一个半径为2的玻璃球时，玻璃球不能碰到酒杯底部的*A*点，则*p*的取值范围为\_\_\_\_\_\_ .



【答案】

【解析】

【分析】根据题意分析可得：圆与只有一个交点，圆与只有两个交点，分别联立方程分析运算.

【详解】如图，由题意可得：

圆与只有一个交点，

联立方程，消去*x*得，解得或，

故，则，

圆与只有两个交点，

联立方程，消去*x*得，

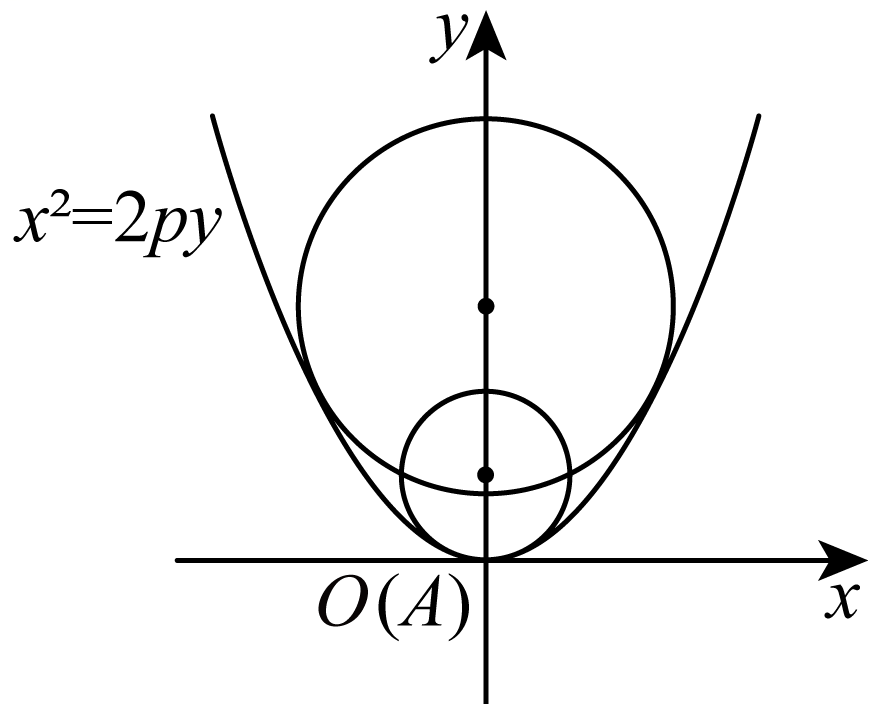
∵，可得若有根，则两根同号，

根据题意可知：有且仅有一个正根，

故，则可得，解得，

综上所述：的取值范围为.

故答案为：.



【点睛】方法点睛：在处理实际问题时，体现数形结合的思想，将图形转化为代数，这样交点转化为方程的根或函数的零点，利用方程或函数的知识分析求解.

**四、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．(共6大题，10分+12分+12分+12分+12分+12分，共70分)**

17. 在数列中，，点在直线*x*-*y*+3=0上.

(1)求数列的通项公式；

(2)为等比数列，且，记为数列的前*n*项和，求.

【答案】(1)

(2).

【解析】

【分析】(1)由条件根据等差数列定义证明数列为等差数列，结合等差数列通项公式求其通项；

(2)由条件求数列的首项和公比，根据等比数列求和公式求.

【小问1详解】

因为点在直线上，

所以，即，

所以数列是以为公差的等差数列，

因为，所以，

故，

所以；

【小问2详解】

设数列的公比为，

由(1)知，

所以，所以，

所以. ,

18. 已知平行四边形的三个顶点坐标为、、.

(1)求所在的直线方程；

(2)求平行四边形的面积.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)分析可知，则，可求得直线的斜率，再利用点斜式可得出直线的方程；

(2)求出直线的方程，可计算得出点到直线的距离，并求出，再利用平行四边形的面积公式可求得结果.

【小问1详解】

解：因为四边形为平行四边形，则，则，

所以，直线的方程为，即.

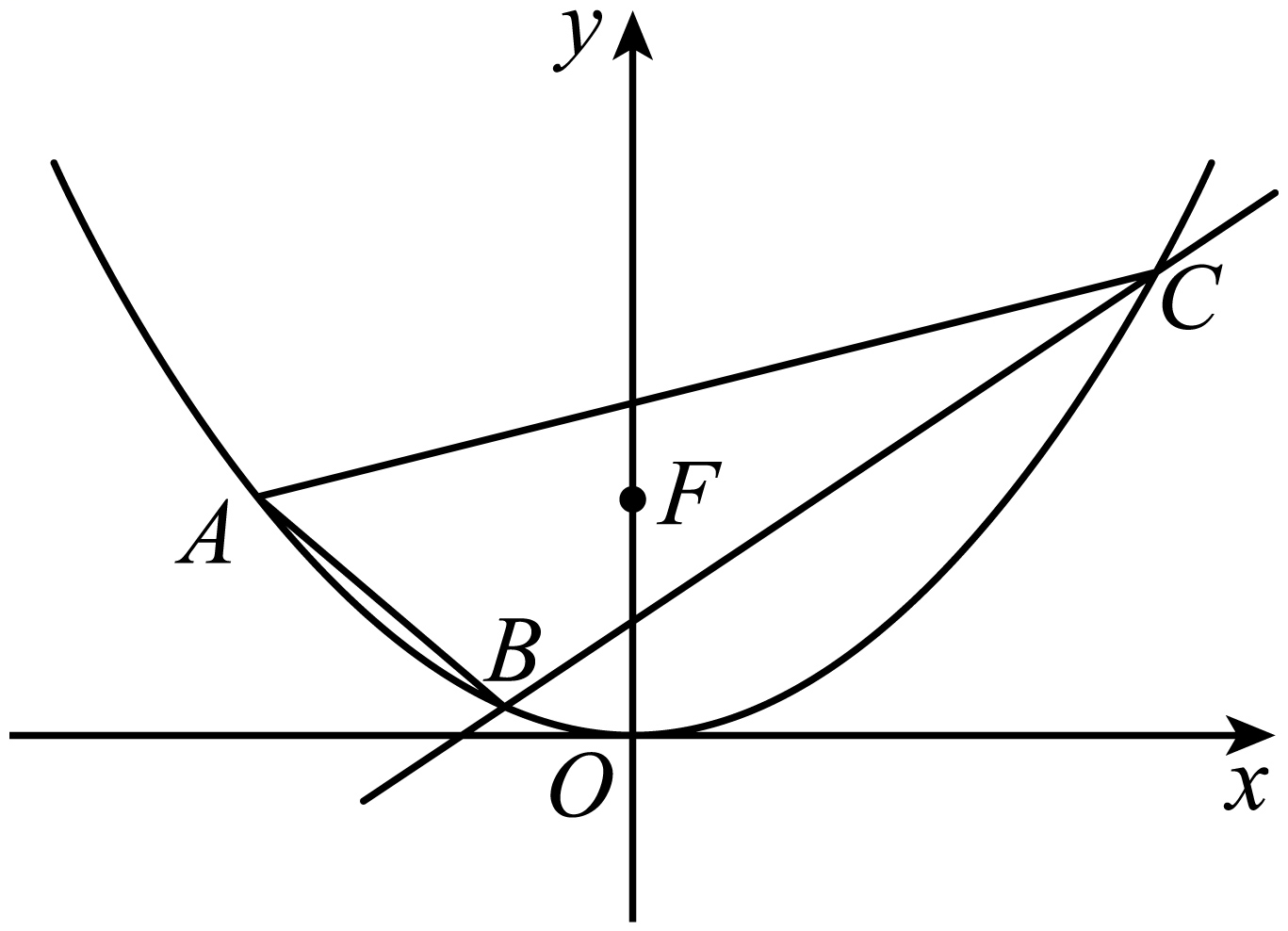
【小问2详解】

解：直线的方程为，即，且，

点到直线的距离为，

所以，平行四边形的面积为.

19. 如图，点*A*(-2，1)，*B*，*C*三点都在抛物线上，抛物线的焦点为*F*，且*F*是的重心.



(1)求抛物线的方程和焦点*F*的坐标；

(2)求*BC*中点*M*的坐标及线段*BC*的长.

【答案】(1)抛物线方程为，焦点坐标为；

(2)，

【解析】

【分析】(1)由点*A*在抛物线上可得抛物线方程，后可得焦点坐标；

(2)设*BC*直线方程为，将其与抛物线联立，结合韦达定理及重心坐标公式可得答案.

【小问1详解】

因在抛物线上，则.

则抛物线方程为，焦点坐标为；

【小问2详解】

设*BC*线段所在直线方程为，将其与抛物线方程联立

，由题.

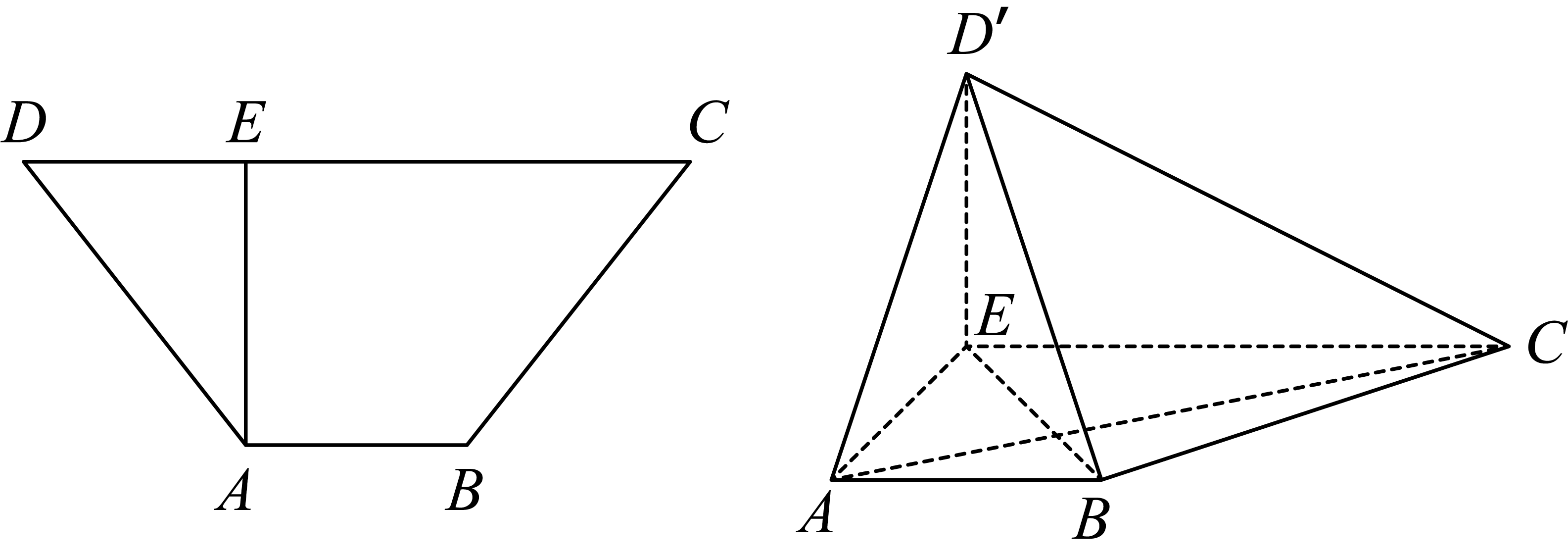
设，则由韦达定理.

因*F*是的重心，则，则*BC*中点*M*的坐标为，.又*M*在直线上，则，故.则



.

20. 如图，等腰梯形中，，沿*AE*把折起成四棱锥，使得.



(1)求证：平面平面；

(2)求点到平面的距离.

【答案】(1)证明见解析；

(2)点到平面的距离为.

【解析】

【分析】(1)先证明平面，由此证明，再证明，根据线面垂直判定定理证明平面，再根据面面垂直判定定理证明平面平面；

(2)建立空间直角坐标系，求平面的法向量和，再由距离公式求解.

【小问1详解】

因为，

所以，

所以，又，，

所以，故，

又，平面，，

所以平面，因为平面，

所以，

在等腰梯形*ABCD*中，，

所以，

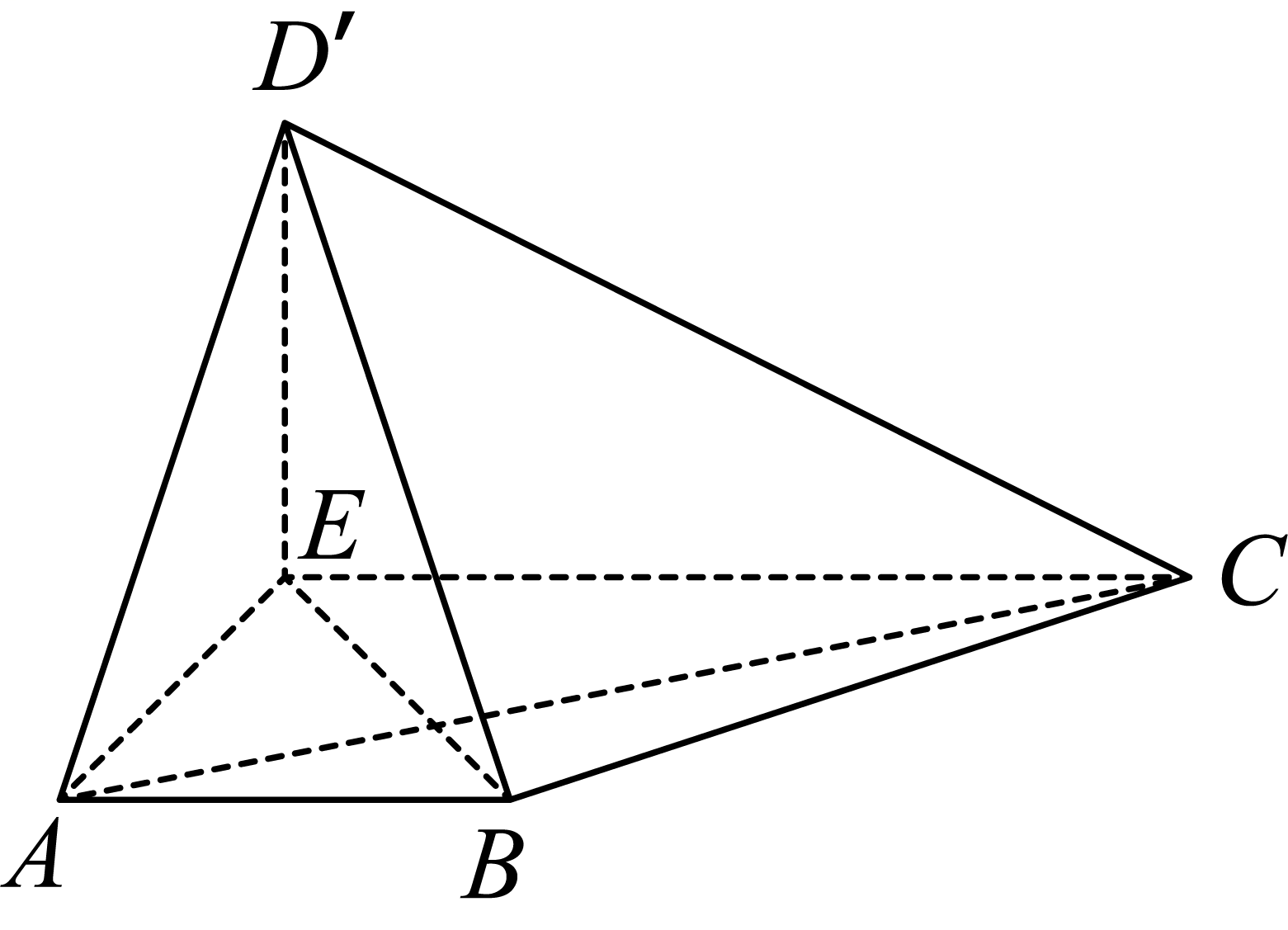
所以，又，

所以，

因为平面，，

所以平面，因为平面，

所以平面平面；

【小问2详解】

由(1)平面，，

以点为原点，为轴的正方向，建立空间直角坐标系，

则，

所以，

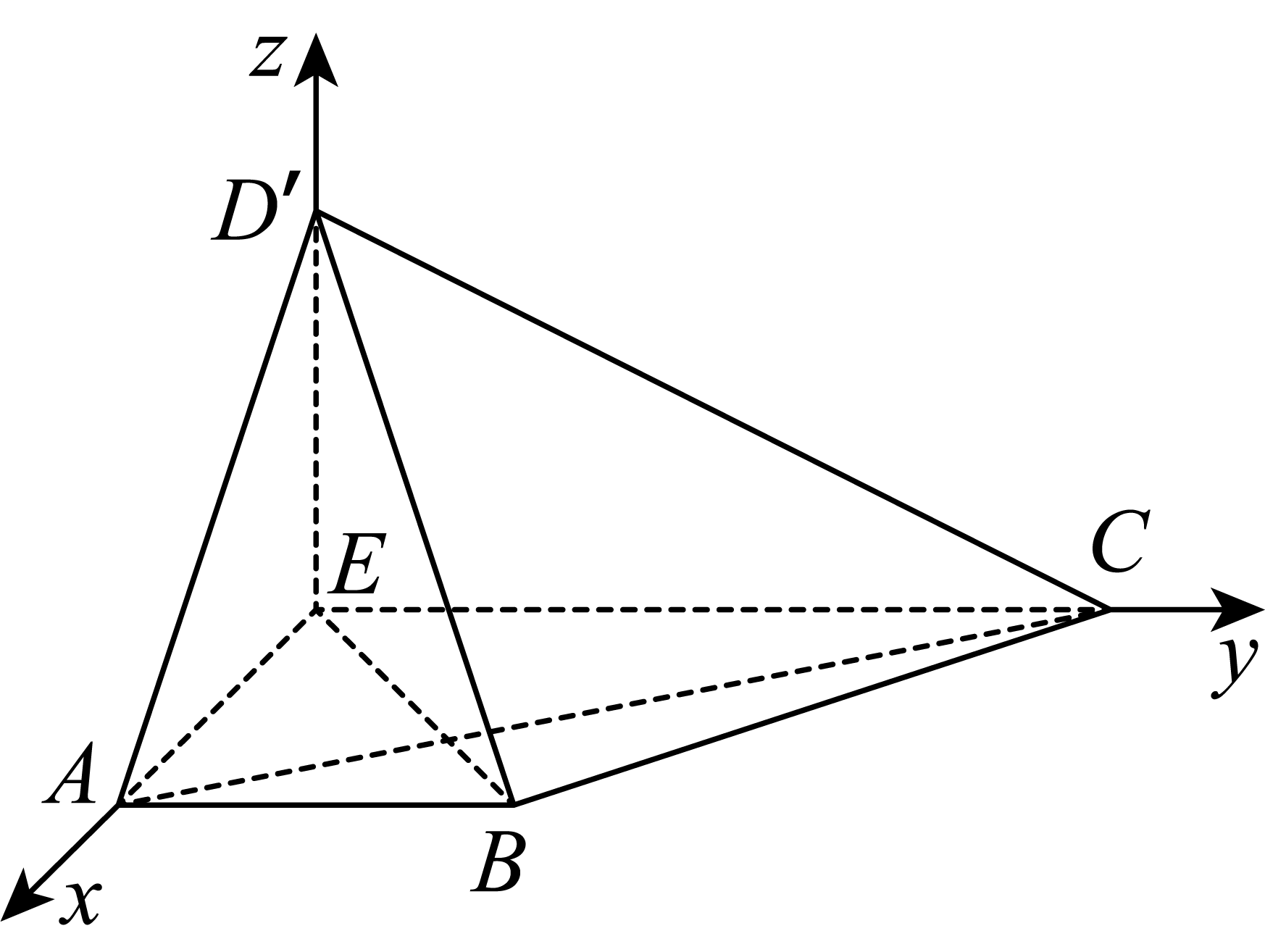
设平面的法向量为，则

，所以，

令，则，

所以为平面的一个法向量，

所以点到平面的距离为，



21. 已知数列满足：

(1)证明数列为等差数列，并求数列的通项公式；

(2)若，求数列的前*n*项和.

【答案】(1)证明见解析，；

(2).

【解析】

【分析】(1)根据等差数列的定义即可证明数列是等差数列，并通过数列的通项公式得到数列的通项公式；

(2)因为，根据错位相减法即可求出数列的前项和．

【小问1详解】

因为，

所以， 又，

所以数列是首项为1，公差为3的等差数列

所以，

所以；

【小问2详解】

由(1)可知：，

，

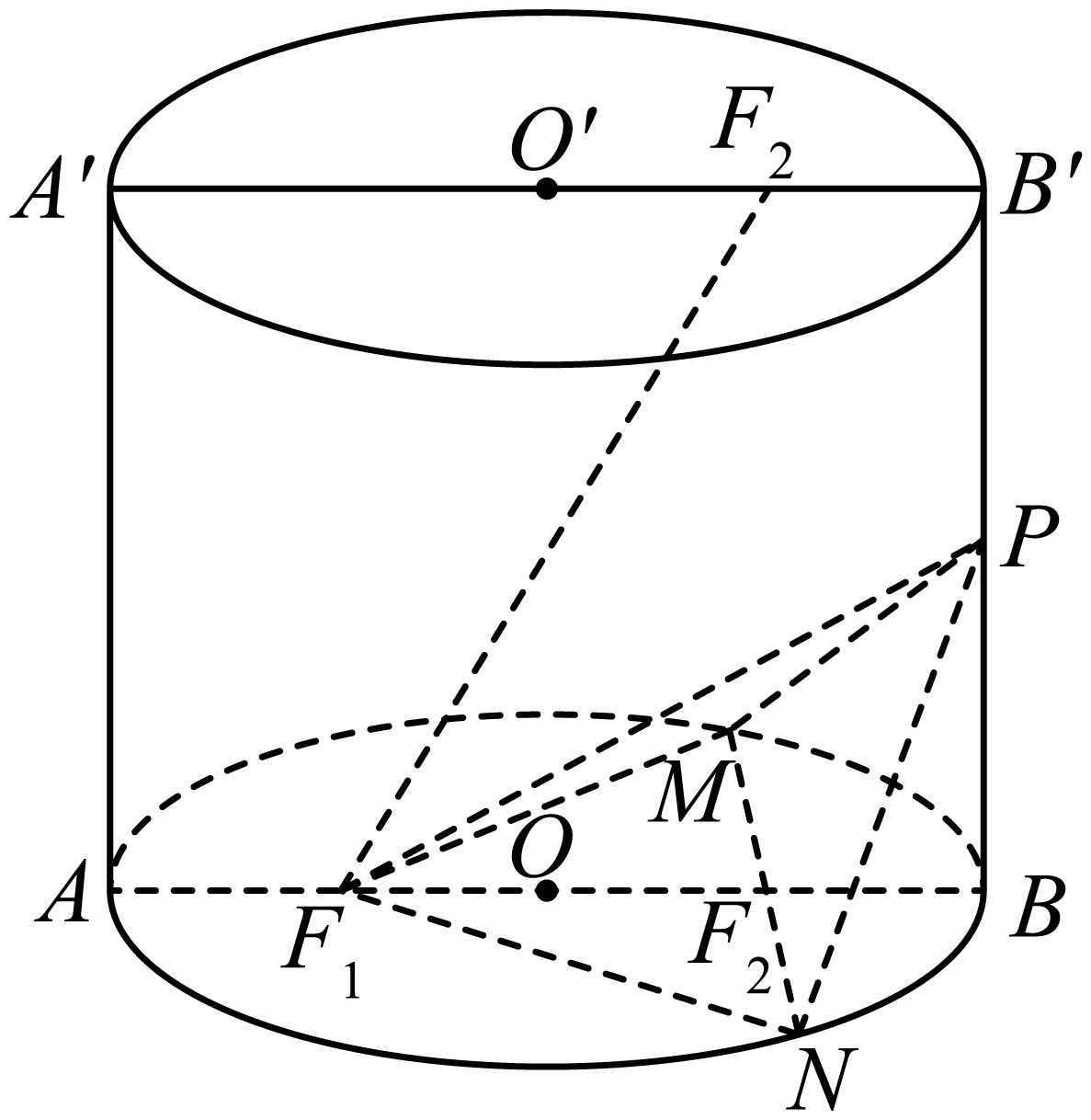
，

上面两式相减可得，

，

化简可得，

22. 把底面为椭圆且母线与底面垂直的柱体称为“椭圆柱”.如图，椭圆柱中底面长轴，短轴长，为下底面椭圆的左右焦点，为上底面椭圆的右焦点，，*P*为的中点，*MN*为过点的下底面的一条动弦(不与*AB*重合).



(1)求证：平面*PMN*

(2)求三棱锥的体积的最大值.

【答案】(1)证明见解析；

(2)2

【解析】

【分析】(1)由线线平行证线面平行；

(2)由解析法，建立平面直角坐标系如图所示，，转为求的最大值，

其中为弦长公式结合韦达定理求得，为到直线*MN*的距离由点线距离公式求得. 最后讨论最值即可.

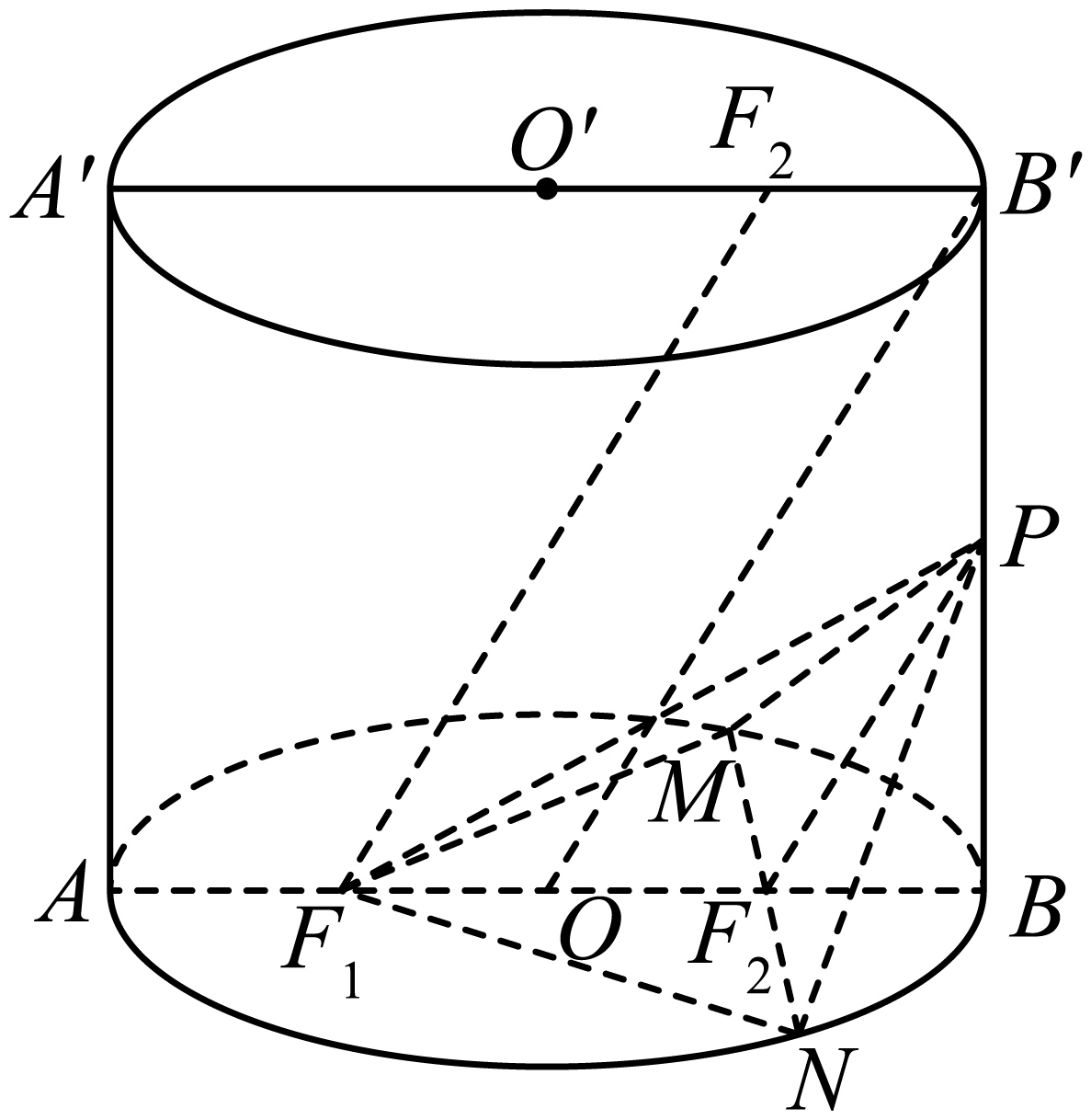
【小问1详解】

由长轴，短轴长得焦半径得，∴分别*OB*、的中点，

在柱体中，纵切面为矩形，连接，则，又，∴四边形为平行四边形，∴，

∵*P*为的中点，，∴，

∵平面*PMN*，平面*PMN*，∴平面*PMN*；

【小问2详解】

，

建立平面直角坐标系如图所示，则底面椭圆为，，

由题意知，直线*MN*的斜率不为0，设为，，联立椭圆方程可得，

则，∴.

又点到直线*MN*的距离.

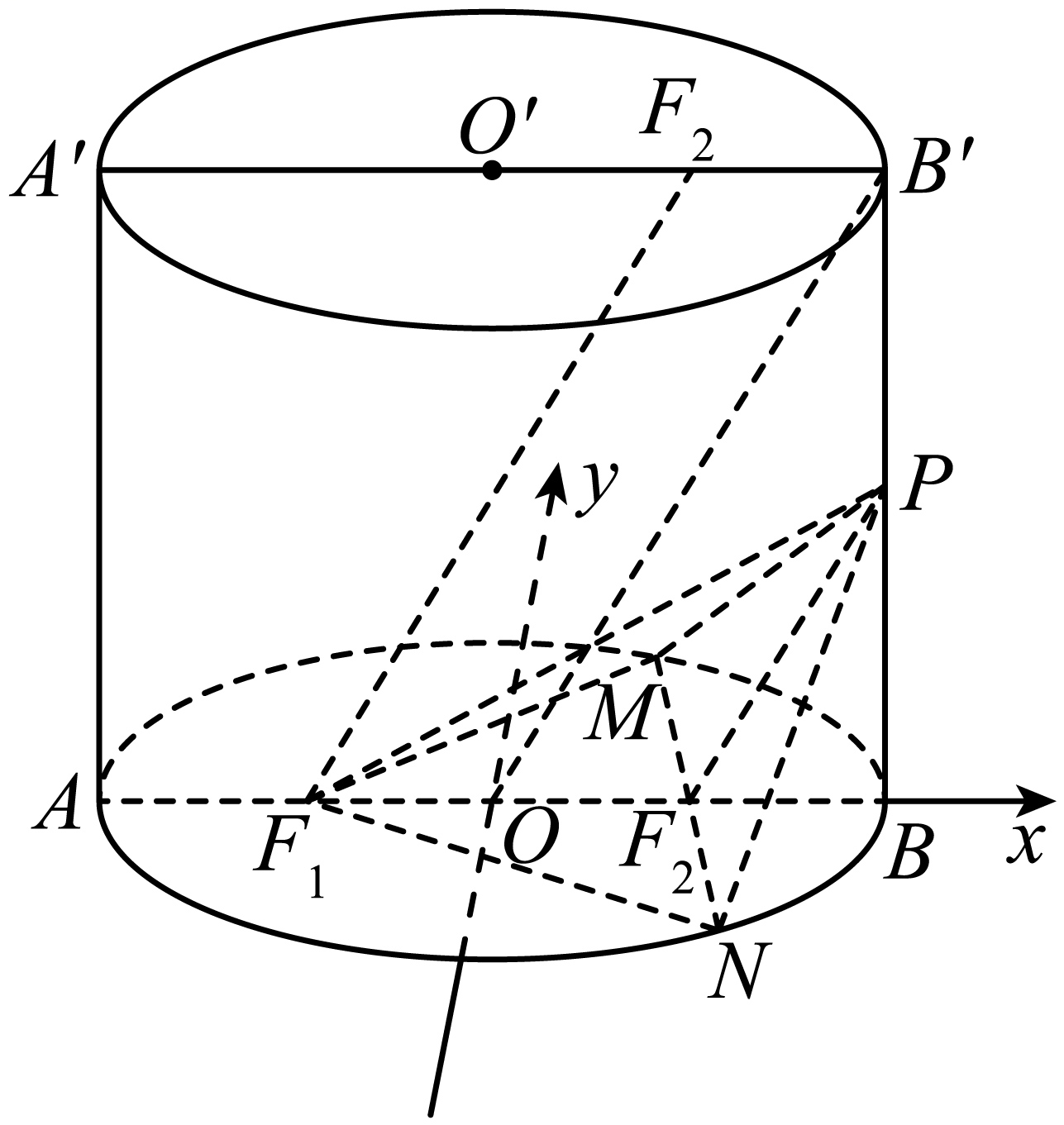
∴.

∴.

设，对，由，∴在上单调递增，

∴，此时.

故三棱锥的体积的最大值为2.



【点睛】圆锥曲线三角形面积问题，一般由弦长公式结合韦达定理求得一边长，再由点线距离公式求得高，从而表示出面积，作进一步讨论.