



27/4/2012

ore 13:00

FISICA (prima verifica in itinere)

Proff. Della Valle, Nisoli, Torricelli

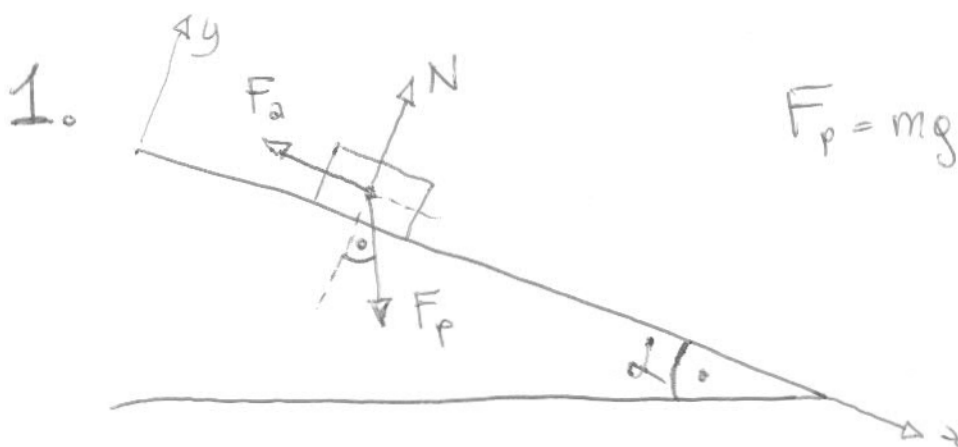
- 1) Una cassa di massa m è posta su un piano scabro (coefficiente di attrito statico μ_s e dinamico $\mu_d < \mu_s$) la cui inclinazione rispetto all'orizzontale è α . Si considerino le possibili inclinazioni con $0 < \alpha < 90^\circ$ e si calcoli la forza di attrito statico e dinamico agente sulla cassa. Si tracci il grafico qualitativo del modulo della forza di attrito in funzione di α , con $0 < \alpha < 90^\circ$.

- 2) Un blocco di massa M è appeso ad una molla (posta in direzione verticale). Se si attacca al blocco un corpo di massa m la molla, una volta raggiunto l'equilibrio, si allunga ulteriormente di un tratto ΔL . Si determini la pulsazione delle oscillazioni quando la stessa molla è posta in orizzontale e viene collegata ad un blocco di massa M appoggiato su un piano liscio.

- 3) (a) Si discuta il principio di conservazione della quantità di moto in un urto fra due particelle.
(b) Un proiettile di massa m e velocità orizzontale v attraversa un blocchetto di massa M sospeso ad un filo ideale di lunghezza l e ne fuoriesce con velocità $v/2$. Si calcoli il minimo valore del modulo di v tale che il blocchetto, inizialmente fermo, compia un giro completo intorno al centro di sospensione

- 4) (a) Si definisca il lavoro di una forza.
(b) Si ricavi il teorema dell'energia cinetica per un corpo puntiforme.

- Scrivere in stampatello NOME, COGNOME e numero di MATRICOLA
- *FIRMARE l'elaborato*
- *MOTIVARE e COMMENTARE adeguatamente le formule utilizzate*



Lungo la direzione y non vi è moto:

$$N \hat{u}_y - F_p \cos \alpha \hat{u}_y = m a_y \hat{u}_y = 0$$

$$N = mg \cos \alpha$$

Lungo la direzione x abbiamo due casi:

- i) La reazione di attrito radente equilibra la componente della forza attiva lungo la direzione x . Tale componente è data dalla componente tangenziale del peso della cassa, pari a $F_p \sin(\alpha) \hat{u}_x$. In tali condizioni l'attrito radente è di tipo statico e quindi

$$\vec{F}_{a, \text{statico}} = - F_p \sin(\alpha) \hat{u}_x = - mg \sin(\alpha) \hat{u}_x$$

Tale equilibrio è possibile finché la forza attiva tangenziale non supera un valore massimo, che sappiamo essere pari a $\mu_s N = \mu_s \cos(\alpha) mg$. L'angolo α per cui si verifica tale condizione si determina quindi imponendo:

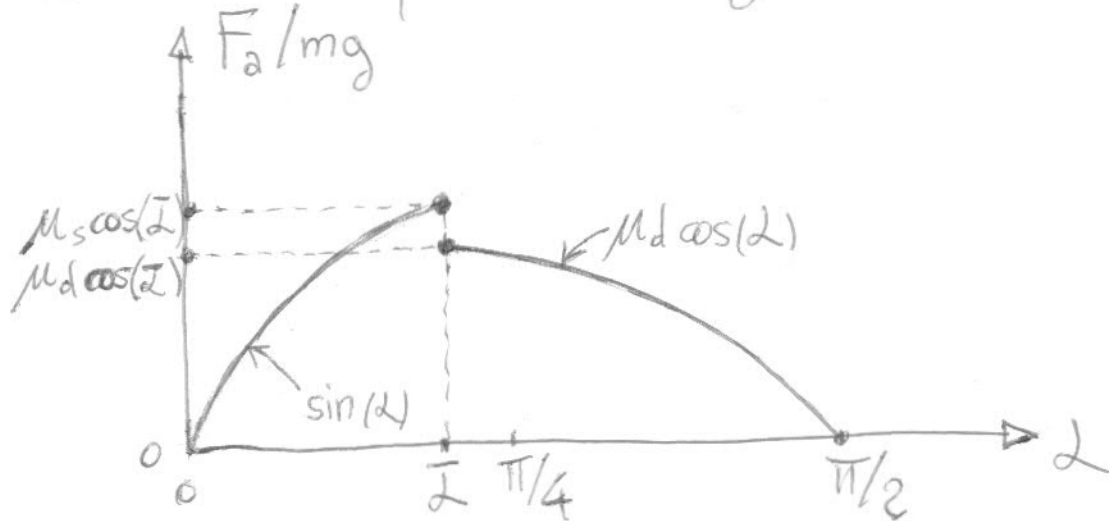
$$mg \sin(\alpha) = \mu_s mg \cos(\alpha)$$

$$\text{da cui } \alpha = \arctan(\mu_s).$$

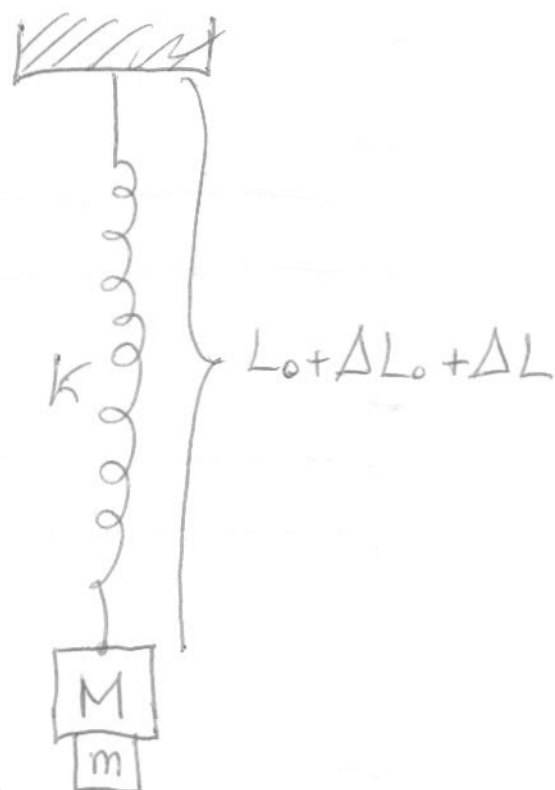
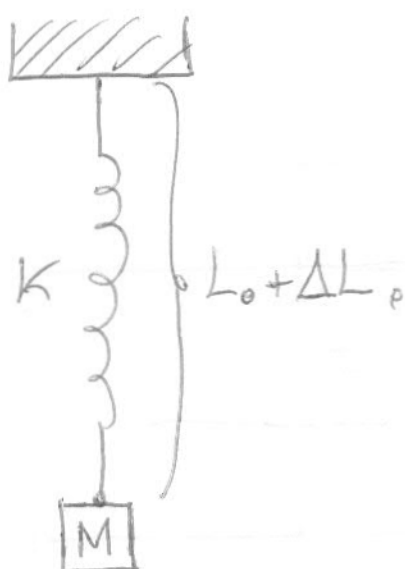
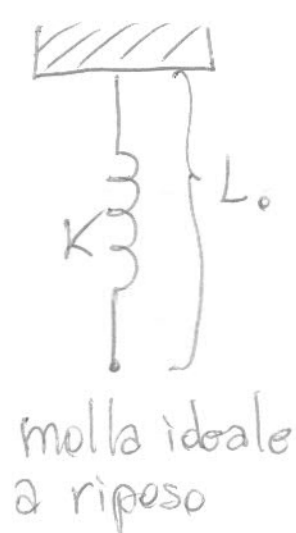
ii) Quando $\alpha > \bar{\alpha}$ la cassa inizia a muoversi e l'attrito da statico diviene dinamico.
 In tale situazione sappiamo che il modello dell'attrito radente prevede che la forza di attrito sia data dalla seguente espressione:

$$\vec{F}_{a, \text{dinamico}} = -\mu_d N \hat{v}_x = -\mu_d mg \cos(\alpha) \hat{v}_x$$

Il grafico della forza d'attrito in funzione di α è quindi il seguente:



2.



Abbiamo 2 incognite,
cioè k e ΔL_0 , ma anche
2 equazioni di equilibrio statico:

$$\begin{cases} Mg = K \Delta L_0 \end{cases}$$

$$(M+m)g = K(\Delta L_0 + \Delta L)$$

Troviamo, sostituendo la prima equazione
nella seconda:

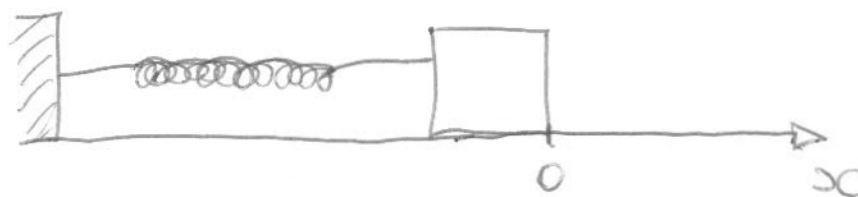
$$mg = K \Delta L$$

Da cui ricaviamo la costante elastica
della molla:

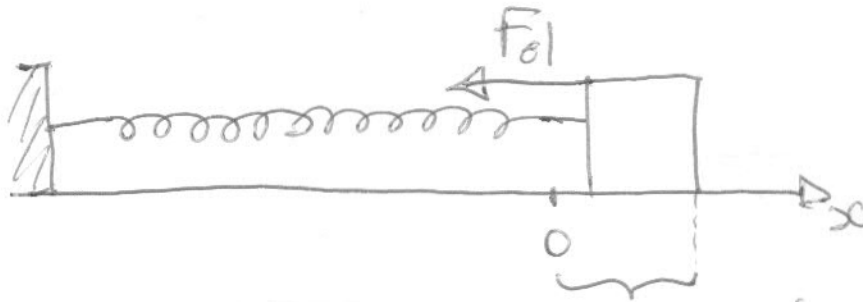
$$K = \frac{mg}{\Delta L}$$

Quando la molla è posta in orizzontale,
e vi si collega la massa M , che poggia
a sua volta su di un piano orizzontale
liscio, sappiamo che tale massa potrà

oscillare di moto armonico semplice.
Infatti:



sistema
con molla
a riposo



sistema
con molla
deformata

$$\vec{F}_{el} = -Kx \hat{u}_x \quad (\text{legge di Hooke})$$

$$\vec{F}_{el} = M \vec{a} \quad (\text{I eq. card. din. punto materiale})$$

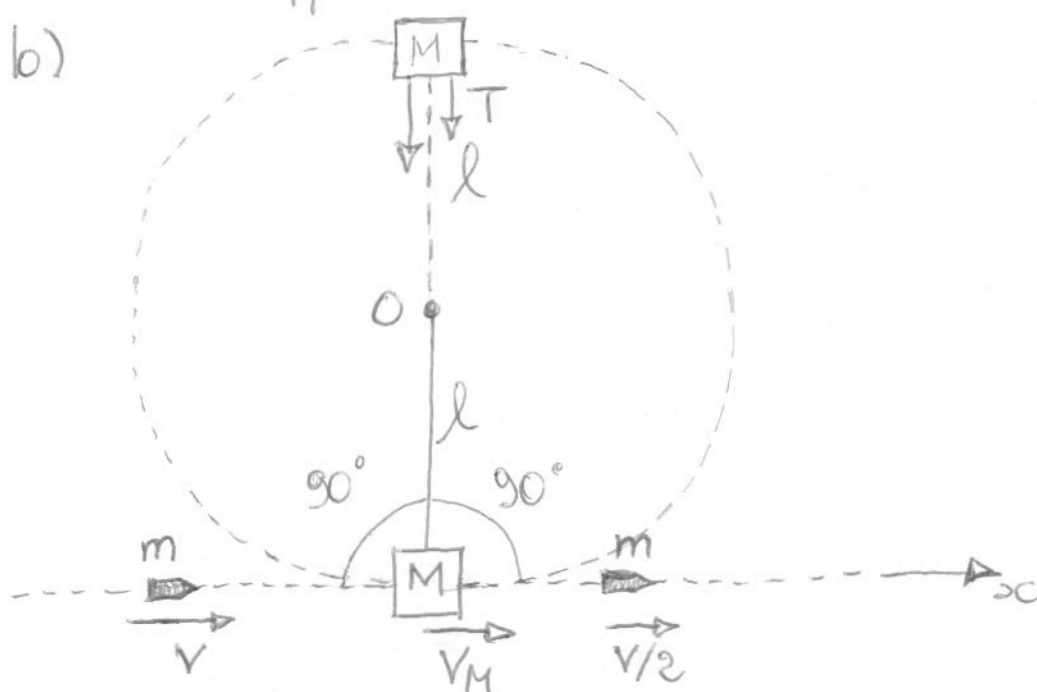
$$\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2} \hat{u}_x$$

$$\text{Abbiamo: } -Kx = M \frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{M}x = 0$$

$$\text{Equazione del moto armonico, di pulsazio-} \\ \text{ne } \omega = \sqrt{\frac{K}{M}} = \sqrt{\frac{mg}{M\Delta L}}$$

3. a) Vedi appunti di lezione

b)



Nell'urto tra il proiettile e il blocchetto, poichè le forze esterne presenti non hanno natura impulsiva (la tensione della fune non viene sollecitata nell'urto, visto che per ipotesi l'urto è assiale lungo la direzione orizzontale), la quantità di moto totale si conserva:

$$\vec{p}_i = m v \hat{u}_x, \quad \vec{p}_f = \frac{1}{2} m v \hat{u}_x + M V_M \hat{u}_x$$

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f \Rightarrow \frac{1}{2} m v = M V_M \Rightarrow V_M = \frac{m}{2M} v$$

Dopo l'urto il blocchetto è soggetto alla forza peso e alla tensione della fune (che è forza centrale). Quindi, poichè si tratta di forze conservative, l'energia meccanica del blocchetto si conserva:

$$E_i = E_{c,i} = \frac{1}{2} M V_M^2; \quad E_f = E_{c,f} + E_{p,f}$$

$$E_{c,F} = \frac{1}{2} M v_M'^2, \quad E_{p,F} = M g \ell$$

Si noti che abbiamo assunto nulla l'energia potenziale della forza peso alla quota di partenza del moto di M. Scriviamo quindi:

$$\frac{1}{2} M v_M^2 = \frac{1}{2} M v_M'^2 + M g \ell, \quad \text{da cui}$$

$$v_M^2 = v_M'^2 + 4 g \ell.$$

Per determinare v_M' , notiamo che per compiere un giro completo il blocchetto dovrà giungere alla quota massima con una velocità sufficiente affinché la fune rimanga tesa, essendo $T = \varepsilon$ la minima tensione che consente ad una fune ideale di tendersi, ed ε infinitesimo.

Perciò, quando il blocchetto transiterà dal punto di quota massima avremo, in base alla I eq. card. dinamica del punto materiale:

$$\begin{cases} (T + mg) \hat{u}_N = m \frac{v_M'^2}{\ell} \hat{u}_N, & (\vec{a}_N = \frac{v_M'^2}{\ell} \hat{u}_N) \\ T = \varepsilon \approx 0 \end{cases}$$

Troviamo che $v_M' = \sqrt{g \ell}$, da cui

$$v_M^2 = v_M'^2 + 4 g \ell = 5 g \ell.$$

Ricordando che dovrà essere $v_M = \frac{m}{2M} v$, abbiamo che la minima velocità v del proiettile necessaria affinché M compia un giro completo è $v = \frac{2M}{m} \sqrt{5 g \ell}$. ⑥

4. Vedi appunti di lezione