Elementi di Analisi Matematica (A) e di Geometria
Seconda Prova - 9/11/2000

1) Calcolare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -3 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

2) Discutere e, quando possibile, risolvere i seguenti sistemi

$$A = \begin{cases} x + 2 - z + t & = 1 \\ x + 3z - 7t & = 0 \\ 2x + z + t & = 0 \end{cases} \quad B = \begin{cases} x - y + 2z & = 3 \\ x + 3y & = 1 \\ 2y - z & = 0 \end{cases};$$

Discutere al variare del parametro reale k la esistenza del seguente sistema

$$C = \begin{cases} x + y & = 3 \\ x - y + z & = 2 \\ kx + 2z & = 0 \end{cases}$$

2. Funzioni di variabile reale

a) Determinare l'insieme di definizione delle seguenti funzioni:

$$y = \sqrt{log(x - \sqrt{x})}; \quad y = (senx)^{\sqrt{2}}$$

b) Verificare mediante la definizione di limite che:

$$\lim_{x \to 1} log_2(1 + \sqrt{x}) = 1; \quad \lim_{x \to 0} xe^{-x^2} = 0$$

3)Determinare estremo superiore ed inferiore, massimo e minimo, se esistono, dei seguenti insiemi di numeri reali

$$E_1 = \{x \in R | \frac{x-1}{2} + \frac{6x}{x+1} > 3\};$$

$$E_2 = \{x \in R | \sqrt{2x^2 - 8} < x\};$$

$$E_3 = \{x \in R | log(x+6) - 2logx > 0\};$$
$$E_4 = \{\frac{n}{n^2+1} \quad con \quad n \in N\} :$$

4) Numeri complessi

a) Disegnare nel piano di Gauss i seguenti insiemi di numeri complessi

$$1)\ |z| < 4;\ 2)\ |z-1| > 1;\ 3)\ |z-i| = |z|.$$

b) Scrivere in forma algebrica " a+ib" i seguenti numeri complessi

$$1)\ \frac{i}{i-2};\ 2)\ (1+3i)^2;\ 3)\ \frac{(3-i)^2}{i}$$

c) Scrivere in forma trigonometrica i seguenti numeri complessi

$$1)\ \alpha = -1,\ 2)\ \alpha = -i,\ 3)\ \alpha = 1-2i,\ 4)\ \alpha = \frac{i}{1+i},\ 5)\ \alpha = (\sqrt{3}+i),\ 6)\ \alpha = e^{2i}$$

d) Trovare le soluzioni nel campo complesso delle seguenti equazioni

$$1)\ z^3 = 8,\ 2)\ (z-i)^4 = 16,\ 3)\ iz^2 - 2z + i = 0$$

Elementi di Analisi Matematica (A) e di Geometria
Terza Prova - 11/1/2001

1) Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{x}+x^2}{sen\sqrt{x}}; \quad \lim_{x\to\infty}(x+x^2)sen\frac{1}{x^2};$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{-x}-1}{2x}; \quad \lim_{x\to+\infty} e^{-x}logx; \quad \lim_{x\to+\infty} e^{cosx}logx$$

2) Studiare la seguente funzione

$$y = x(x-2)^{\frac{1}{3}};$$

e tracciarne un grafico qualitativo senza lo studio della derivata seconda.

3) Sia data la funzione:

$$y = f(x) = xe^{\frac{1}{|x|}} + 1$$

1) Determinare il dominio di $f(x)$;
2) Calcolare i limiti per $x \to +\infty$, $x \to -\infty$, $x \to 0^+$, $x \to 0^-$;
3) Scrivere l'equazione dell'asintoto per $x \to +\infty$ e per $x \to -\infty$;
4) Calcolare $f'(x)$ e determinare gli eventuali punti di massimo, di minimo e di flesso a tg orizzontale;
5) Dalle informazioni ricavate nei punti precedenti tracciare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$.

Elementi di Analisi Matematica (A) e di Geometria
II recupero - 6/9/2001

1) Sia y = f(x) la funzione di equazione

$$y = f(x) = \sqrt{x} - log(x+1).$$

Studiare f(x) e tracciarne il grafico.

2) Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_1^e \frac{log(1+log^2 x)}{x} dx.$$

3) Determinare nel campo complesso le soluzioni della seguente equazione

$$(z-1)^4 = i.$$

4) Discutere e, quando possibile, risolvere il seguente sistema al variare del parametro reale λ

$$\begin{cases} x + \lambda y & = 1 \\ 2x + 4y & = 0 \\ -x - 2y + z & = 0 \end{cases}$$

5) Si consideri la retta r di equazioni parametriche

$$x = 2t, y = t, z = t$$

e il punto P=(1,0,2).

Scrivere l'equazione del piano perpendicolare ad r e passante per P.

$$A = \begin{bmatrix} t & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Determinare il valore del parametro reale t affinche' $dim(ImF) = 2$.

Elementi di Analisi Matematica (A) e di Geometria
I Recupero - 20/2/2002

1) Sia y = f(x) la funzione di equazione

$$y = f(x) = e^{-x}\sqrt{|x-2|}.$$

Studiare f(x) e tracciarne un grafico qualitativo senza lo studio della derivata seconda.

2) Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_0^{\pi/4} log(1+sen^2x)cosxdx.$$

3) Determinare nel campo complesso le soluzioni della seguente equazione

$$(z-1)^4 = \frac{1}{i}.$$

4) Discutere e, quando possibile, risolvere il seguente sistema al variare del parametro reale λ

$$\begin{cases} x+\lambda y - z & = 1 \\ \lambda x + y + 2z & = 0 \\ x - z & = \lambda + 1 \end{cases}$$

Politecnico di Milano
Elementi di Analisi Matematica (A) e di Geometria
II recupero - 6/9/2002

1) Sia y = f(x) la funzione di equazione

$$y = f(x) = 2\sqrt{1 + logx} - logx.$$

a) Determinare il dominio di $f(x)$;
b) Calcolare il limite per $x \to +\infty$;
c) Trovare le intersezioni con l'asse delle x;
d) Calcolare $f'(x)$ e determinare gli eventuali punti di massimo, di minimo e di flesso a tg orizzontale;
e) Dalle informazioni ricavate nei punti precedenti tracciare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$ senza il calcolo di $f"(x)$.

2) Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_0^{\pi/2} \frac{senxcosxdx}{sen^2x + 4senx + 3}$$

3) Determinare nel campo complesso le soluzioni della seguente equazione

$$3(z-2)^3 = i.$$

e disegnarle nel piano di Gauss.

4) Discutere e, quando possibile, risolvere il seguente sistema al variare del parametro reale λ

$$\begin{cases} x - y + \lambda z & = 0 \\ x - y & = 0 \\ y + z & = 0 \end{cases}$$

5) Si consideri la retta r di equazioni parametriche

$$x = 2t, y = t, z = t$$

e il punto P=(1,0,2).

Scrivere l'equazione del piano perpendicolare ad r e passante per P.

Politecnico di Milano
Elementi di Analisi Matematica (A) e di Geometria
II recupero - 12/9/2002

1) Sia y = f(x) la funzione di equazione

$$y = f(x) = \sqrt{1+x} - logx.$$

a) Determinare il dominio di $f(x)$;
b) Calcolare il limite per $x \to +\infty$;
c) Col metodo grafico valutare l'esistenza di intersezioni con l'asse x;
d) Calcolare $f'(x)$ e determinare gli eventuali punti di massimo, di minimo e di flesso a tg orizzontale;
e) Dalle informazioni ricavate nei punti precedenti tracciare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$ senza il calcolo di $f"(x)$.

2) Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_0^{\pi/2} senxcosxlog(i + senx)dx$$

3) Determinare nel campo complesso le soluzioni della seguente equazione

$$(z^4 = \frac{1}{i}.$$

e disegnarle nel piano di Gauss.

4) Discutere e, quando possibile, risolvere il seguente sistema al variare del parametro reale λ

$$\begin{cases} x + y + \lambda z & = 0 \\ x + y & = 0 \\ y + z & = 0 \end{cases}$$

Politecnico di Milano
VI Facolta' di Ingegneria
Elementi di Analisi Matematica (A) e di Geometria
19 - Settembre - 2002

1) Sia y = f(x) la funzione di equazione

$$y = f(x) = \frac{e^x}{x^2 - 4x + 3}$$

a) Determinare il dominio T di $f(x)$;
b) Calcolare i limiti per $x \to +\infty$ e $-\infty$ ed per i punti di frontiera di T;
c) Determinare il segno della $f(x)$;
d) Calcolare $f'(x)$ e determinare gli eventuali punti di massimo, di minimo e di flesso a tg orizzontale;
e) Dalle informazioni ricavate nei punti precedenti tracciare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$ senza il calcolo di $f"(x)$.

2) Calcolare i seguenti integrali indefiniti

$$\int x^2 cosx dx, \quad \int \frac{x^2}{x^2-4}dx, \quad \int \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+5}}dx$$

3) Data la retta r di equazioni

$$\begin{cases} x - y + z & = 1 \\ 2y - z & = 0 \end{cases}$$

ed il punto $A(1,0,2)$, calcolare la distanza di A da r.

4) Si consideri la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & k & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & k & 1 \end{bmatrix};$$

a)Determinare il rango di A al variare del parametro reale k;
5) Si consideri la retta r di equazioni parametriche

$$x = 2t, y = t, z = t$$

e il punto P=(1,0,2).

Scrivere l'equazione del piano perpendicolare ad r e passante per P.

$$A = \begin{bmatrix} t & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Determinare il valore del parametro reale t affinche' $dim(ImF) = 2$.

1) Determinare il dominio di $f(x)$;
2) Calcolare i limiti per $x \to +\infty$, $x \to -\infty$, $x \to 0^+$, $x \to 0^-$;
3) Scrivere l'equazione dell'asintoto per $x \to +\infty$ e per $x \to -\infty$;
4) Calcolare $f'(x)$ e determinare gli eventuali punti di massimo, di minimo e di flesso a tg orizzontale;
5) Dalle informazioni ricavate nei punti precedenti tracciare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$.

Politecnico di Milano - Ingegneria Edile
Analisi Matematica A
Prima Prova - 18/11/2002

1) Scrivere in forma algebrica " a+ib" i seguenti numeri complessi

$$1)\ \frac{1}{2-i}; \quad 2)\ (1-2i)^2; \quad 3)\ \frac{(i)^2}{i}.$$

2) Scrivere in forma trigonometrica i seguenti numeri complessi

$$1)\ \alpha = 1, \quad 2)\ \alpha = -i, \quad 3)\ \alpha = 1-i, \quad 4)\ \alpha = \frac{i}{1-i}, \quad 5)\ \alpha = e^i.$$

3) Trovare le soluzioni nel campo complesso delle seguenti equazioni

$$1)\ z^2 = 4, \quad 2)\ iz^2 - 2z - i = 0.$$

4) Sia $y = f(x)$ la funzione di equazione

$$y = f(x) = \frac{log|x|}{x-1}.$$

Studiare $y = f(x)$ e tracciarne un grafico qualitativo senza lo studio di $f''(x)$.

Politecnico di Milano - Ingegneria Edile
Analisi Matematica A
Seconda Prova - 5/2/2003

1) Sia $y = f(x)$ la funzione di equazione

$$y = f(x) = \frac{1}{x-1}. + log|x|..$$

1) Determinare il dominio di $f(x)$;
2) Determinare le intersezioni con gli assi ed il segno di $f(x)$. usando il metodo grafico.
3) Calcolare i limiti di $f(x)$ per $x \to 1$, $x \to 0$ e per $x \to +\infty$, $x \to -\infty$ e valutare l'andamento asintotico,
4) Trovare gli eventuali asintoti,
5) Calcolare $f'(x)$. Studiare il segno di $f'(x)$ e trovare i punti estremanti relativi.
6) Dalle informazioni ottenute nei punti precedenti, tracciare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$.

2) Calcolare i seguenti integrali

$$1) \int \frac{logx}{\sqrt{x}} dx\ ,\ 2) \int e^{\sqrt{x}} dx,\ 3) \int xarcsen(1+x^2)dx,\ 4) \int_2^3 \frac{x}{x^2-3x+2} dx.$$

Analisi Matematica A
I recupero - 17/2/2003

1) Sia $y = f(x)$ la funzione di equazione

$$y = f(x) = \frac{x}{(x^2-1)^{1/3}}.$$

1) Determinare il dominio di $f(x)$;
2) Determinare le intersezioni con gli assi ed il segno di $f(x)$.
3) Calcolare i limiti di $f(x)$ per $x \to 1$ e per $x \to \infty$ e valutare l'andamento asintotico,
4) Trovare gli eventuali asintoti,
5) Calcolare $f'(x)$. Studiare il segno di $f'(x)$ e trovare gli eventuali punti di stazionarieta' e i punti estremanti relativi.
6) Dalle informazioni ottenute nei punti precedenti, tracciare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$.

2) Calcolare i seguenti integrali

$$1) \int x log^2 x dx\,,\ 2) \int x\sqrt{1-x^2}dx,\ 3) \int arctg(\sqrt{x})dx,\ 4) \int_2^3 \frac{1}{1-x^4}dx.$$

3 Trovare nel campo complesso le soluzioni della seguente equazione

$$(z-i)^3 = i$$

e disegnarle nel piano di Gauss.

Politecnico di Milano
Analisi Matematica
II recupero - 9/9/2003

1) Sia y = f(x) la funzione di equazione

$$y = f(x) = \frac{2x}{1 + 2log^2 x.}$$

a) Determinare il dominio T di $f(x)$;
b) Calcolare i limite nei punti di frontiera di T;
c) Trovare le intersezioni con l'asse delle x;
d) Calcolare $f'(x)$ e determinare gli eventuali punti di massimo, di minimo e di flesso a tg orizzontale;
e) Calcolare i limiti di f' nei punti 0 e ∞;
f) Dalle informazioni ricavate nei punti precedenti valutare un numero di flessi compatibile con queste e tracciare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$ senza il calcolo di $f"(x)$.

2) Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_1^2 \frac{logx}{(x+3)^2}$$

3) Determinare nel campo complesso le soluzioni della seguente equazione

$$3i(z-2)^3 = 1.$$

e disegnarle nel piano di Gauss.

Politecnico di Milano - Ingegneria Elettrica
Elementi di Analisi Matematica (A) e di Geometria
II Recupero - 7/9/2004

1) Trovare nel campo complesso le soluzioni delle seguenti equazioni

$$(z-i)^2 + 2z - 1 = 0, \quad z^3 = \frac{2}{1-i}.$$

2) Risolvere, se possibile, il seguente sistema

$$\begin{cases} x+y+z &= 1 \\ x+y+w &= 0 \\ 2x+z+w &= 0 \end{cases} \tag{1}$$

3) Sia $y = f(x)$ la funzione di equazione

$$y = f(x) = x\sqrt{|x-2|}.$$

1) Determinare il dominio di $f(x)$;
2) Determinare le intersezioni con gli assi ed il segno di $f(x)$.
3) Calcolare i limiti di $f(x)$ per $x \to +\infty$, $x \to -\infty$ e valutare l'andamento asintotico,
4) Trovare gli eventuali asintoti.
5) Calcolare $f'(x)$ e determinarne il dominio. Studiare il segno di $f'(x)$ e trovare gli eventuali punti di stazionarieta' e i punti estremanti relativi.
6) Dalle informazioni ottenute nei punti precedenti, tracciare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$ senza lo studio di $f"(x)$.
7) Mediante lo studio di $f"(x)$ determinare la concavita' e i punti di flesso della funzione. Tracciare poi il grafico completo della funzione.

4) Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_0^{\pi/2} cosxlog(sen^2x+1)dx$$

Ingegneria Elettrica
Elementi di Analisi Matematica (A) e di Geometria
Prima Prova - 16/11/20004

1) Numeri complessi

a) Disegnare nel piano di Gauss i seguenti insiemi di numeri complessi

$$1)\ 1 < |z| < 4;\ 2)\ |z-1| > 1;\ 3)\ |z-i| = |z|,\ 4)\ 0 < argz < \pi/4$$

b) Scrivere in forma algebrica " a+ib" i seguenti numeri complessi

$$1)\ \frac{1}{2+i};\quad 2)\ (1+3i)^2;\quad 3)\ \frac{i}{i^3}.$$

c) Scrivere in forma trigonometrica i seguenti numeri complessi

$$1)\ \alpha = -1,\quad 2)\ \alpha = i,\quad 3)\ \alpha = 1-i,\quad 4)\ \alpha = \frac{1}{1-i},\quad 5)\ \alpha = e^{2i}.$$

d) Trovare le soluzioni nel campo complesso delle seguenti equazioni

$$1)\ (z-1)^2 = 4,\quad 2)\ z^2 + 2iz + 1 = 0.$$

2) Matrici e sistemi

a) Calcolare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 7 & 9 \end{pmatrix};\quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix};$$

b) Discutere e, quando possibile, risolvere i seguenti sistemi

$$A = \begin{cases} x+2+z & = 1 \\ x+3y-6t & = 2 \\ 2x+y+z & = 0 \end{cases} \qquad B = \begin{cases} x-y+2z & = 3 \\ x+3y+z & = 1 \\ 4y-z & = -2 \end{cases};$$

c) Sia

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Determinare i numeri reali λ tale che $det(A - \lambda I) = 0$. Inoltre per tali valori trovate le soluzioni $\mathbf{x}$ dell'equazione:

$$(A - \lambda I)\mathbf{x} = 0$$

1) Calcolare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -3 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

2) Discutere e, quando possibile, risolvere i seguenti sistemi

$$A = \begin{cases} x + 2 - z + t & = 1 \\ x + 3z - 7t & = 0 \\ 2x + z + t & = 0 \end{cases} \qquad B = \begin{cases} x - y + 2z & = 3 \\ x + 3y & = 1 \\ 2y - z & = 0 \end{cases};$$

Discutere al variare del parametro reale k la esistenza del seguente sistema

$$C = \begin{cases} x + y & = 3 \\ x - y + z & = 2 \\ kx + 2z & = 0 \end{cases}$$

Politecnico di Milano - Ingegneria Elettrica
Elementi di Analisi Matematica (A) e di Geometria
I Appello - 7/2/2005

1) Trovare nel campo complesso le soluzioni delle seguenti equazioni

$$z^2 + 4iz - 3 = 0, \quad z^3 = -\frac{1}{8}.$$

2) Discutere e, quando possibile, risolvere il seguente sistema al variare del parametro reale k,

$$\begin{cases} x - y &= 1 \\ x + 3y &= 0 \\ x + ky &= 1. \end{cases}$$

3) Sia $y = f(x)$ la funzione

$$y = f(x) = \frac{\sqrt[3]{1 - x^2}}{x}.$$

1) Determinare il dominio T di $f(x)$.
2) Determinare le intersezioni con gli assi ed il segno di $f(x)$.
3) Calcolare i limiti di $f(x)$ per $x \to 0$ per $x \to +\infty$ e $x \to -\infty$.
4) Trovare gli eventuali asintoti.
5) Calcolare $f'(x)$ e determinarne il dominio. Studiare il segno di $f'(x)$ e trovare i punti di massimo e di minimo relativi.
6) Dalle informazioni ottenute nei punti precedenti, tracciare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$ senza lo studio di $f"(x)$.

4) Calcolare i seguenti integrali

$$\int \frac{1}{(x+1)x^2} dx; \quad \int x\sqrt{1 + x^2} dx$$

$$A = \begin{bmatrix} t & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Corso di Laurea in Ingegneria Elettrica

Elementi di Analisi Matematica (A) e di Geometria

I Prova in itinere - 14/11/2005

1) Numeri complessi

a) Disegnare nel piano di Gauss i seguenti insiemi di numeri complessi

$$1)\ |z| < 2;\quad 2)\ 0 < arg z < \pi/4;\quad 3)\ |z+i| = |z|.$$

b) Scrivere in forma algebrica " a+ib" i seguenti numeri complessi

$$1)\ \frac{2}{i};\quad 2)\ (1+3i)^2;\quad 3)\ \frac{(2-i)^2}{i}.$$

c) Scrivere in forma trigonometrica i seguenti numeri complessi

$$1)\ \alpha = -1,\quad 2)\ \alpha = -i,\quad 3)\ \alpha = 1+2i,$$

$$4)\ \alpha = \frac{i}{1+i},\quad 5)\ \alpha = (\sqrt{3}+i),\quad 6)\ \alpha = e^i.$$

d) Trovare le soluzioni nel campo complesso delle seguenti equazioni

$$1)\ z^2 = 4,\ 2)\ (z-i)^3 = 8,\ 3)\ z^2 - 2z + i = 0.$$

2) Funzioni di variabile reale

a) Determinare l'insieme di definizione delle seguenti funzioni:

$$y = \sqrt{x - \sqrt{x}};\quad y = (x^2-1)^{\sqrt{2}};\quad y = log(\frac{1}{x-1}).$$

b) Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x\to 1} \frac{sen(x-1)}{x^2-1};\quad \lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{2x};\quad \lim_{x\to +\infty} \frac{e^{cos x}}{x}.$$

c) Verificare mediante la definizione che:

$$De^x = e^x.$$

Determinare il valore del parametro reale t affinche' $dim(ImF) = 2$.

1) Determinare il dominio di $f(x)$;
2) Calcolare i limiti per $x \to +\infty$, $x \to -\infty$, $x \to 0^+$, $x \to 0^-$;
3) Scrivere l'equazione dell'asintoto per $x \to +\infty$ e per $x \to -\infty$;
4) Calcolare $f'(x)$ e determinare gli eventuali punti di massimo, di minimo e di flesso a tg orizzontale;
5) Dalle informazioni ricavate nei punti precedenti tracciare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$.

Politecnico di Milano - Ingegneria Elettrica
Elementi di Analisi Matematica (A) e di Geometria
II Appello - 21/2/2005

1) Trovare nel campo complesso le soluzioni delle seguenti equazioni

$$z^2 + 4iz - 3 = 0, \quad z^3 = -\frac{1}{8}.$$

2) Discutere e, quando possibile, risolvere il seguente sistema al variare del parametro reale k,

$$\begin{cases} x - y & = 1 \\ x + 3y & = 0 \\ x + ky & = 1. \end{cases}$$

3) Sia $y = f(x)$ la funzione

$$y = f(x) = \frac{\sqrt[3]{1 - x^2}}{x}.$$

1) Determinare il dominio T di $f(x)$.
2) Determinare le intersezioni con gli assi ed il segno di $f(x)$.
3) Calcolare i limiti di $f(x)$ per $x \to 0$ per $x \to +\infty$ e $x \to -\infty$.
4) Trovare gli eventuali asintoti.
5) Calcolare $f'(x)$ e determinarne il dominio. Studiare il segno di $f'(x)$ e trovare gli eventuali punti di massimo e di minimo relativi.
6) Dalle informazioni ottenute nei punti precedenti, tracciare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$ senza lo studio di $f"(x)$.

4) Calcolare i seguenti integrali

$$\int \frac{1}{(x+1)x^2} dx; \quad \int x\sqrt{1+x^2} dx$$

Politecnico di Milano - Ingegneria Elettrica
Elementi di Analisi Matematica (A) e di Geometria
Appello del 30-6-2005

1) Sia y = f(x) la funzione di equazione

$$y = f(x) = logx - \sqrt{x+1} + 15.$$

a) Determinare il dominio di $f(x)$;
b) Calcolare i limiti per $x \to +\infty$ e per $x \to 0$;
c) Calcolare $f'(x)$ e determinare gli eventuali punti di massimo, di minimo e di flesso a tg orizzontale, calcolare $\lim_{x\to\infty} f'(x)$;
d) Dalle informazioni ricavate nei punti precedenti tracciare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$ senza il calcolo di $f"(x)$;
e) Calcolare la derivata seconda f". Trovare gli zeri di f" con il metodo grafico.

2) Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_1^2 \frac{x+1}{x^2+3x} dx.$$

3) Determinare nel campo complesso le soluzioni della seguente equazione

$$i(z-2)^3 = -1.$$

e disegnarle nel piano di Gauss.

4) Discutere e, quando possibile, risolvere il seguente sistema al variare del parametro reale λ

$$\begin{cases} x - \lambda y + z &= 0 \\ x + y &= 0 \\ y + z &= 0 \end{cases}$$

Politecnico di Milano - Ingegneria Elettrica
Elementi di Analisi Matematica (A) e di Geometria
II Appello - 26/6/2006

1) Trovare nel campo complesso le soluzioni delle seguenti equazioni

$$z^3(z^2 - i) = 0, \quad z^3 = -\frac{1+i}{i}.$$

2) Discutere e, quando possibile, risolvere il seguente sistema al variare del parametro reale k,

$$\begin{cases} x - y + kz &= 1 \\ x + y &= k \\ x + ky &= 1. \end{cases}$$

3) Sia $y = f(x)$ la funzione

$$y = f(x) = \sqrt{x(x-1)} - \frac{\sqrt{5}}{2}x.$$

1) Determinare il dominio T di $f(x)$.
2) Determinare le intersezioni con gli assi ed il segno di $f(x)$.
3) Calcolare i limiti di $f(x)$ per $x \to \mp\infty$.
4) Trovare gli eventuali asintoti.
5) Calcolare $f'(x)$ e determinarne il dominio. Studiare il segno di $f'(x)$ e trovare gli eventuali punt di massimo e di minimo relativi.
6) Dalle informazioni ottenute nei punti precedenti, tracciare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$ senza lo studio di $f''(x)$.

4) Calcolare i seguenti integrali

$$\int \frac{1}{(x^2+1)(x-2)}dx; \quad \int x^3 sen x^2 dx$$

Politecnico di Milano - Ingegneria Elettrica
Elementi di Analisi Matematica (A) e di Geometria
Appello - 29/9/2006

1) Sia $y = f(x)$ la funzione

$$y = f(x) = \frac{|x|x + 1}{x + 1}.$$

1) Determinare il dominio T di $f(x)$.
2) Determinare le intersezioni con gli assi ed il segno di $f(x)$.
3) Calcolare i limiti di $f(x)$ per $x \to \mp\infty$.
4) Trovare gli eventuali asintoti.
5) Calcolare $f'(x)$ e determinarne il dominio. Studiare il segno di $f'(x)$ e trovare gli eventuali punti di massimo e di minimo relativi.
6) Dalle informazioni ottenute nei punti precedenti, tracciare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$ senza lo studio di f"(x).

2) Calcolare il seguente integrale

$$\int_4^9 \frac{log(1 + \sqrt{x})}{\sqrt[3]{x^2}} dx.$$

3) Trovare nel campo complesso le soluzioni delle seguenti equazioni

$$|z|(z^2 + 1) = 0, \quad z^2 = e^{i\pi/4}.$$

4) Discutere e, quando possibile, risolvere il seguente sistema al variare del parametro reale k,

$$\begin{cases} y + kz &= 1 \\ x + 2y + 2z &= -1 \\ x + y &= 2. \end{cases}$$

Politecnico di Milano - Facolta' dei Processi Industriali

Elementi di Analisi Matematica (A) e di Geometria

I prova in itinere - 13/11/2006

1) Numeri complessi

a) Disegnare nel piano di Gauss i seguenti insiemi di numeri complessi

$$1)\ |z-2|<1;\ \ 2)\ -\pi/2 < argz < \pi/4;\ \ 3)\ |z-2| = |z|.$$

b) Scrivere in forma algebrica " a+ib" i seguenti numeri complessi

$$1)\ \alpha = 2(cos\frac{\pi}{6}+isen\frac{\pi}{6});\ \ 2)\ \alpha = \frac{1}{2i};\ \ 3)\ \alpha = \frac{1+i}{1-2i};\ \ 4)\ \alpha = \frac{i}{(2-i)^2};\ \ 5)\ \alpha = i(\sqrt{2}+i).$$

c) Scrivere in forma trigonometrica i seguenti numeri complessi

$$1)\ \alpha = -2;\ \ 2)\ \alpha = (-i)^3;\ \ 3)\ \alpha = (1+i)(1-\sqrt{3}i);$$

$$4)\ \alpha = \frac{i}{1+i};\ \ 5)\ \alpha = e^{2i}.$$

d) Trovare le soluzioni nel campo complesso delle seguenti equazioni

$$1)\ z^2 = -4;\ \ 2)\ (z+i)^3 = 8;\ \ 3)\ |z|(z^2-z+1) = 0.$$

2) Funzioni di variabile reale

a) Determinare l'insieme di definizione ed i punti di discontinuita' delle seguenti funzioni:

$$y = \sqrt{x-\sqrt[3]{x^2}};\quad y = (x+1)^e;\quad y = log(|x|(x+1)).$$

b) Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x\to 0}\frac{cos(x^2)-1}{x^4};\quad \lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{x};\quad \lim_{x\to+\infty} e^{cosx}e^{-x}.$$

c) Verificare mediante la definizione che:

$$Dcosx = -senx.$$

Politecnico di Milano - Ingegneria Elettrica
Elementi di Analisi Matematica (A) e di Geometria
II Appello - 26/6/2006

1) Trovare nel campo complesso le soluzioni delle seguenti equazioni

$$z^3(z^2 - i) = 0, \quad z^3 = \frac{1+1}{i}.$$

2) Discutere e, quando possibile, risolvere il seguente sistema al variare del parametro reale k,

$$\begin{cases} x + 2y + kz &= k \\ x - z &= 1 \\ x + y + kz &= k. \end{cases}$$

3) Sia $y = f(x)$ la funzione

$$y = f(x) = \frac{x^2 - 1}{\sqrt[3]{x-2}}.$$

1) Determinare il dominio T di $f(x)$.
2) Determinare le intersezioni con gli assi ed il segno di $f(x)$.
3) Calcolare i limiti di $f(x)$ per $x \to 0$ e $\mp\infty$.
4) Trovare gli eventuali asintoti.
5) Calcolare $f'(x)$ e determinarne il dominio. Studiare il segno di $f'(x)$ e trovare gli eventuali punti di massimo e di minimo relativi.
6) Dalle informazioni ottenute nei punti precedenti, tracciare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$ senza lo studio di $f"(x)$.

4) Calcolare i seguenti integrali

$$\int \frac{1}{(x^2-1)(x+2)} dx; \quad \int x^3 e^{x^2} dx$$

Politecnico di Milano - III Facolta' di Ingegneria
Elementi di Analisi Matematica (A) e di Geometria
II Prova in Itinere - 8/2/2007

1) Trovare nel campo complesso le soluzioni delle seguenti equazioni

$$(z-1)(z^2-i)=0, \quad z^3=\frac{1-i}{1+i}.$$

2) Discutere e, quando possibile, risolvere il seguente sistema al variare del parametro reale k

$$\begin{cases} (k+2)x+kz &= 1 \\ x+2y &= 1 \\ -x+y-z &= k. \end{cases}$$

3) Sia $y=f(x)$ la funzione

$$y=f(x)=\frac{\sqrt{|x|}}{x-2}.$$

1) Determinare il dominio T di $f(x)$.
2) Determinare le intersezioni con gli assi ed il segno di $f(x)$.
3) Calcolare i limiti di $f(x)$ per $x \to 2$ e $x \to \mp\infty$.
4) Trovare gli eventuali asintoti.
5) Calcolare $f'(x)$ e determinarne il dominio. Studiare il segno di $f'(x)$ e trovare gli eventuali punti di massimo e di minimo relativi.
6) Dalle informazioni ottenute nei punti precedenti, tracciare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$ senza lo studio di $f"(x)$.

4) Calcolare i seguenti integrali

$$\int \frac{1}{(x^2+1)(x-2)}dx; \quad \int_{e^2}^{e^3} \frac{1}{xlog^2x}dx.$$

Politecnico di Milano - III Facolta' di Ingegneria
Prova scritta di Elementi di Analisi Matematica (A) e di Geometria
Appello del 10 settembre 2007

Sia y = f(x) la funzione di equazione

$$y = f(x) = x\sqrt{|logx|}.$$

a) Determinare il dominio di $f(x)$.
b) Calcolare i limiti per $x \to +\infty$ e $x \to 0$.
c) Per $x \to +\infty$ confrontare $y = f(x)$ con l'infinito $y = x$.
d) Trovare le intersezioni con gli assi.
e) Calcolare $f'(x)$ e determinare gli eventuali punti di massimo, di minimo e di flesso a tg orizzontale.
f) Dalle informazioni ricavate nei punti precedenti tracciare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$ senza il calcolo di $f"(x)$.

2) Calcolare i seguenti integrali

$$\int_0^{\pi/2} \frac{cosdx}{(4 - sen^2x)}, \int \frac{tg\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx.$$

3) Determinare nel campo complesso le soluzioni della seguente equazione

$$(1 - z)((z - i)^2 - 4) = 0$$

e disegnarle nel piano di Gauss.

4) Discutere e, quando possibile, risolvere il seguente sistema al variare del parametro reale k

$$\begin{cases} kx - y + z & = k \\ 2x - y & = -1 \\ y + kz & = 0. \end{cases}$$

Corso di Laurea in Ingegneria Chimica-Elettrica-Materiali
Elementi di Analisi Matematica (A) e di Geometria
I Prova in itinere - 12/11/2007

1) **Numeri complessi**

a) Disegnare nel piano di Gauss i seguenti insiemi di numeri complessi:

1) $|z| > 1$; 2) $|z^3| < 8$; 3) $-\pi < argz < \pi/4$; 4) $|z+i| = |z-1|$; 5) $Rez = 1$.

b) Scrivere in forma algebrica " a+ib" i seguenti numeri complessi:

$$1)\ \alpha = 2e^{i\pi/4};\ 2)\ \alpha = (1-8i)^2;\ 3)\ \alpha = 2i(cos2 + isen3);\ 4)\ \alpha = \frac{2-i}{i}.$$

c) Scrivere in forma trigonometrica i seguenti numeri complessi:

$$1)\ \alpha = -1;\ \ 2)\ \alpha = 2i;\ \ 3)\ \alpha = (1+i)^{14};\ 4)\ \alpha = xe^{iy};\ \ 5)\ \alpha = \frac{1+\sqrt{3}i}{1+i}.$$

d) Trovare le soluzioni nel campo complesso delle seguenti equazioni:

$$1)\ z^2 = 9;\ 2)\ (z-2)^3 = 8;\ 3)\ (z-|z|)(z-1) = 0.$$

2) **Funzioni di variabile reale**

a) Determinare il dominio delle seguenti funzioni:

$$1)\ y = (|x| - \sqrt{x})^e;\ 2)\ y = ((cosx) - 1)^{\sqrt{2}};\ 3)\ y = log_x(x-1).$$

b) Calcolare i seguenti limiti:

$$1)\ \lim_{x\to 1} \frac{sen|x-1|}{(x+1)\sqrt{(x-1)^2}};\ 2)\ \lim_{x\to 0^-} \left(\frac{x+2}{x+1}\right)^{\frac{1}{x}};\ 3)\ \lim_{x\to +\infty} \left(\frac{x+2}{x+1}\right)^{x};$$
$$4)\ \lim_{x\to +\infty} e^{-x} senx;\ 5)\ \lim_{x\to +\infty} (x-1)^x;\ 6)\ \lim_{x\to 0^+} (senx)^x.$$

Politecnico di Milano - Ingegneria dei processi industriali
Elementi di Analisi Matematica (A) e di Geometria
Appello del 6-2-2008

1) Sia y = f(x) la funzione di equazione

$$y = f(x) = (x+1)e^{\frac{1}{log(x+1)}}.$$

a) Determinare il dominio di $f(x)$.
b) Determinare il segno di $f(x)$ e le intersezioni con gli assi.
c) Calcolare i limiti per $x \to +\infty$, per $x \to 0^{\pm}$ e $x \to -1^{+}$.
d) Dai dati sopra ottenuti tracciare un grafico qualitativo di $f(x)$.
e) Calcolare $f'(x)$ e determinare gli eventuali punti di massimo, di minimo e di flesso a tg orizzontale.
f) Dalle informazioni ricavate nei punti precedenti tracciare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$ senza il calcolo di $f"(x)$.
g) Esiste l'asintoto obliquo per $x \to +\infty$? In caso affermativo determinarne l'equazione.

2) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{cosx(senx+1)}{sen^2x+2senx}dx.$$

3) Determinare nel campo complesso le soluzioni delle seguenti equazioni

$$a) \quad (i+1)(z-2)^3 = -2; \quad b) \quad 2|z|^2 - z = 2+i$$

e disegnarle nel piano di Gauss.

4) Discutere e, quando possibile, risolvere il seguente sistema al variare del parametro reale k

$$\begin{cases} kx - y + z &= k \\ kx + y &= 2k \\ ky + z &= 0. \end{cases}$$

Politecnico di Milano - III Facolta' di Ingegneria
Prova scritta di Elementi di Analisi Matematica I e di Geometria
Appello del 3 Febbraio 2009

1) Sia y = f(x) la funzione di equazione

$$y = f(x) = (x+2)log^2(-x-2).$$

a) Determinare il dominio di $f(x)$.
b) Calcolare i limiti per $x \to -\infty$ e $x \to -2$.
c) Trovare le intersezioni con gli assi e determinare il segno di $f(x)$.
d) Trovare gli (eventuali) asintoti.
d) Calcolare $f'(x)$ e determinare gli eventuali punti di massimo, di minimo e di flesso a tg orizzontale.
f) Dalle informazioni ricavate nei punti precedenti tracciare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$ senza il calcolo di $f"(x)$.

2) Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_0^1 \frac{(1+\sqrt{e^x})e^x dx}{1+(\sqrt{e^x})^3}.$$

3) Determinare nel campo complesso le soluzioni della seguente equazione

$$(1-|z|z)((z-i)^2-4)=0$$

e disegnarle nel piano di Gauss.

4) Discutere e, quando possibile, risolvere il seguente sistema al variare del parametro reale k

$$\begin{cases} x-y-kz &= 1 \\ 2x-ky &= k \\ y+kz &= 0. \end{cases}$$

Corso di laurea in ingegneria- III Scuola
Analisi matematica 1 e geometria
I prova in itinere-16-11-2011

1) **Numeri complessi**

a) Disegnare nel piano di Gauss i seguenti insiemi di numeri complessi:

1) $|(z-2i)| < 4$; 2) $|z|+3i = 1+xi$; 3) $|argz| = \pi/4$; 4) $|z-1| = |z-i|$; 5)$\pi/4 < argz \leq \pi/2$

b) Scrivere in forma algebrica " a+ib" i seguenti numeri complessi:

1) z tale che $Im(z-2) = 1$ e $Rez = 2$,

$$2)\ \alpha = (1-i)^2 3i;\ 3)\ \alpha = 2e^{i\frac{\pi}{2}};\ 4)\ \alpha = \frac{(2-i)^2}{i+3}.$$

c) Scrivere in forma trigonometrica i seguenti numeri complessi:

$$1)\ \alpha = -2;\quad 2)\ \alpha = \frac{1}{i};\quad 3)\ \alpha = \frac{(i)^{20}}{(1+i)^{16}};$$

$$4)\ \alpha = e^{i\frac{\pi}{2}} cos\frac{\pi}{4};\quad 5)\ \alpha = e^{i\frac{\pi}{4}} - i\frac{2}{\sqrt{2}}.$$

d) Trovare le soluzioni nel campo complesso delle seguenti equazioni:

$$1)\ iz^2 - 2iz + i = 0;\ 2)\ (z-i)^4 = 16;.$$

2) **Funzioni di variabile reale**

a) Determinare il dominio delle seguenti funzioni:

$$1)\ y = \sqrt{8 - 3x + |x|} log(x+2);\ 2)\ y = (senx^2 - 1)^{\pi}.$$

b) Calcolare i seguenti limiti:

$$1)\ \lim_{x\to 0^+} \frac{sen\sqrt{1+x} - 1}{x};\ 2)\ \lim_{x\to 0^+} ((senx+1)^x)^{\frac{1}{e^x-1}},$$

$$3)\ \lim_{x\to 0^+} \frac{cosx - 1 + x}{x};\ 4)\ \lim_{x\to 0^+} (cosx + x)^{\frac{1}{x}}.$$

Politecnico di Milano - Scuola di ingegneria dei processi industriali
Analisi Matematica 1 e Geometria
Appello del 13-2-12

1) Sia y = f(x) la funzione di equazione

$$y = f(x) = \frac{x - 2 + 2log|x|}{x}.$$

a) Determinare il dominio T di $f(x)$.
b) Verificare mediante il metodo grafico, che esiste una sola soluzione $\alpha > 1$ con l'asse delle ascisse x.
c) calcolare i limiti per i punti di frontiera di T. Determinare gli eventuale asintoti obliqui.
d) Dai dati sopra ottenuti tracciare un grafico qualitativo di $f(x)$.
e) Calcolare $f'(x)$ e determinare gli eventuali punti di massimo, di minimo e di flesso a tg orizzontale.
f) Dalle informazioni ricavate nei punti precedenti, rracciare il grafico qualitativo della funzione $f(x)$ senza il calcolo di $f''(x)$.

2) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{x^2 - x + 2}{2x - x^2} dx.$$

3) Determinare nel campo complesso le soluzioni della seguente equazione nella variabile $z = x + iy$

$$(z^3 + i)^2(|z|^2 - z^2 - iy - 2) = 0,$$

e disegnarle nel piano di Gauss.

4) Discutere e, quando possibile, risolvere il seguente sistema al variare del parametro reale k

$$\begin{cases} kx + y & = 0 \\ x + ky & = 1 \\ -y + kz & = 0. \end{cases}$$

Politecnico di Milano - Scuola di ingegneria dei processi industriali
Analisi Matematica 1 e Geometria
Appello del 10-7-2012

1) Sia y = f(x) la funzione di equazione

$$y = f(x) = log(|x+1| - x) + x + 1.$$

a) Determinare il dominio T di $f(x)$.
b) Calcolare i limiti per i punti di frontiera di T. Determinare gli eventuale asintoti obliqui.
c) Dai dati sopra ottenuti tracciare un grafico qualitativo di $f(x)$.
d) Calcolare $f'(x)$ e determinare gli eventuali punti di massimo, di minimo e di flesso a tg orizzontale.
e) Calcolare $f''(x)$ e determinare la concavita' e gli eventuali flessi obliqui.
f) Tracciare un grafico della funzione $f(x)$.

2) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{e^{2x}}{(1+e^x)^2(1-e^x)} dx.$$

3) Determinare nel campo complesso le soluzioni della seguente equazione nella variabile $z = x + iy$

$$(z^2 - 9e^{\frac{i\pi}{4}}(|z+1| - i(y-1) - 2) = 0$$

e disegnarle nel piano di Gauss.

4) Discutere e, quando possibile, risolvere il seguente sistema al variare del parametro reale k

$$\begin{cases} x + -2ky + z & = k \\ x - kz & = 1 \\ x + 2y + z & = 0. \end{cases}$$

Politecnico di Milano - Scuola di ingegneria dei processi industriali
Analisi Matematica 1 e Geometria
Appello del 12-9-2012

1) Sia y = f(x) la funzione di equazione

$$y = f(x) = log(\sqrt{x^2+1} - x) + \frac{x}{2}$$

a) Determinare il dominio T di $f(x)$.
b) Calcolare i limiti per i punti di frontiera di T. Determinare gli eventuale asintoti obliqui.
c) Dai dati sopra ottenuti tracciare un grafico qualitativo di $f(x)$.
d) Calcolare $f'(x)$ e determinare gli eventuali punti di massimo, di minimo e di flesso a tg orizzontale.
e) Calcolare $f''(x)$ e determinare la concavita' e gli eventuali flessi obliqui.
f) Tracciare il grafico della funzione $f(x)$.

2) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{x-3-\sqrt{x-3}}{x+2} dx.$$

3) Determinare nel campo complesso le soluzioni della seguente equazione nella variabile $z = x + iy$

$$(\frac{z-1}{z-2})^4 = 16$$

e disegnarle nel piano di Gauss.

4) Discutere e, quando possibile, risolvere il seguente sistema al variare del parametro reale k

$$\begin{cases} x + y - kz & = -2 \\ x - ky + z & = 2k \\ -x - y + z & = k + 1. \end{cases}$$

Politecnico di Milano - III scuola di Ingegneria
Prova scritta di Analisi Matematica I e Geometria
Appello del 24 settembre 2012

1) Sia y = f(x) la funzione di equazione

$$y = f(x) = e^x \sqrt{|x+1|}.$$

a) Determinare il dominio T di $f(x)$;
b) Calcolare i limiti per i punti di frontiera di T ;
c) Trovare le intersezioni con gli assi e determinare il segno di $f(x)$.
d) Calcolare $f'(x)$ e determinare gli eventuali punti di massimo, di minimo e di flesso a tg orizzontale;
e) Dalle informazioni ricavate nei punti precedenti tracciare un grafico qualitativo della funzione $f(x)$ senza il calcolo di $f"(x)$.

2) Calcolare i seguenti integrali indefiniti

$$\int (x+1)^2 cosx dx, \quad \int \frac{x^3}{x^2-4} dx, \quad \int \frac{1}{x^2(x+5)} dx$$

3) Trovare nel campo complesso le soluzioni della seguente equazione

$$(z-i)^3 = i+1$$

e disegnarle nel piano di Gauss.

4) Discutere e, quando possibile, risolvere il seguente sistema al variare del parametro reale k

$$\begin{cases} kx - y + z &= k \\ 2x - y &= -1 \\ y + kz &= 0. \end{cases}$$