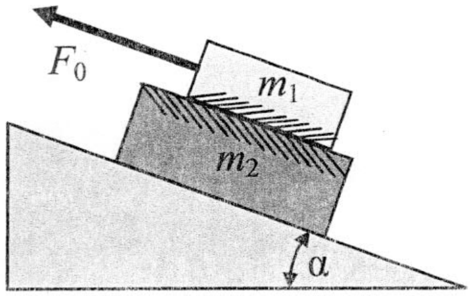
18/7/2013
ore 9:00

FISICA (primo appello)

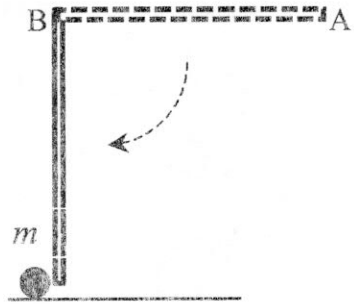
Proff. Ciucci, Della Valle, Magni, Nisoli, Torricelli



1) Un corpo di massa m_1 è appoggiato sopra un corpo di massa m_2 che a sua volta è appoggiato su un piano inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale. Tra i due corpi c'è attrito, mentre la massa m_2 può scorrere senza attrito sul piano inclinato. Si determinino:

a) l'intensità della forza $\boldsymbol{F_0}$ da applicare al corpo di massa m_1, nella direzione parallela al piano verso l'alto (come indicato nella figura), affinché i due corpi rimangano fermi;

b) il minimo coefficiente di attrito statico μ_S tra le masse affinché ciò sia possibile.



2) Un'asta AB omogenea, di lunghezza L e massa M, è incernierata nel suo estremo B ad un perno e può oscillare senza attrito in un piano verticale. L'asta, inizialmente in quiete in posizione orizzontale, viene lasciata libera di ruotare. Raggiunta la posizione verticale, l'estremità dell'asta urta un piccolo oggetto di massa m, inizialmente fermo, e si ferma. Si calcoli:

a) la velocità del corpo di massa m immediatamente dopo l'impatto;

b) l'energia cinetica eventualmente dissipata nell'urto.

3) a) Si spieghi che cos'è un moto armonico.

b) Si ricavi l'espressione del periodo delle piccole oscillazioni di un pendolo costituito da una massa puntiforme m appesa ad una fune ideale di lunghezza L.

4) Si considerino due stati d'equilibrio A e B di un gas ideale con $p_B = p_A/2$ e $V_B = 2V_A$. Si dica, giustificando le risposte quali delle seguenti trasformazioni sono realizzabili:

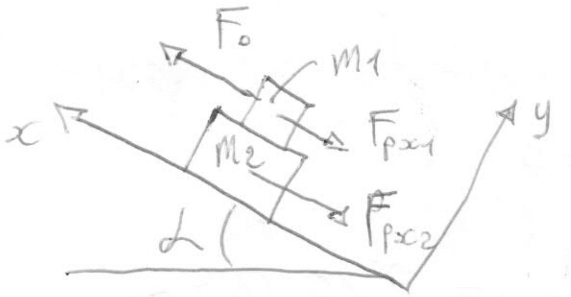
a) una compressione adiabatica *reversibile* da B ad A;

b) un'espansione adiabatica *irreversibile* da A a B;

c) una compressione adiabatica *irreversibile* da B ad A.

- Scrivere in stampatello NOME, COGNOME e numero di MATRICOLA
- ***FIRMARE*** *l'elaborato*
- *MOTIVARE e COMMENTARE adeguatamente le formule utilizzate*

1.



In condizioni di equilibrio statico, corpi fermi, la risultante di tutte le forze agenti sul sistema delle due masse deve essere nulla.
Lungo y l'equilibrio è garantito dai vincoli (piano inclinato) e dalla natura delle forze esterne (il peso è diretto con componente y negativa e la forza applicata $\vec{F}_0$ è tangenziale al piano).
Lungo x l'equilibrio è dato dalla seguente equazione

$$\begin{cases} F_0 - F_{px1} - F_a = m_1 a_1 = 0 \\ F_a - F_{px2} = m_2 a_2 = 0 \end{cases}$$

$$F_0 - F_{px1} - F_{px2} = 0$$

ove $F_{px1} = m_1 g \sin\alpha$, $F_{px2} = m_2 g \sin\alpha$

Si ricava $F_0 = (m_1 + m_2) g \sin\alpha$

Si noti che il risultato non dipende dalla forza d'attrito, purché essa sia compatibile con l'equilibrio statico.

Per determinare i limiti di validità di tale ipotesi, come chiesto nel punto (b), occorre verificare che

$$|F_a| \leq \mu_s N_1 \quad \text{con } N_1 = m_1 g \cos\alpha$$

$$|F_a| \leq \mu_s m_1 g \cos\alpha$$

Insieme alla seconda equazione del precedente sistema, la suddetta condizione permette di determinare il minimo valore di μ_s

$$+F_a = m_2 \cancel{g} \sin\alpha \leq \mu_s m_1 \cancel{g} \cos\alpha$$

$$\mu_s \geq \frac{m_2}{m_1} tg(\alpha)$$

2.

Durante l'urto non possiamo escludere che sul perno B si sviluppino reazioni vincolari impulsive. Quindi non è lecito applicare la conservazione della quantità di moto totale del sistema.

Tuttavia le reazioni vincolari in B, anche impulsive, presentano un momento nullo rispetto a B, poichè le rette d'azione di tali forze passano per B.

Quindi possiamo applicare il teorema dell'impulso angolare, concludendo che l'impulso del momento risultante di tutti i momenti esterni è nullo durante l'urto, quindi si conserva il momento angolare totale del sistema (essendo tutti i momenti calcolati rispetto a B).

$$\vec{L}_1^{(i)} + \vec{L}_2^{(i)} = \vec{L}^{(i)}$$

$$\vec{L}_1^{(F)} + \vec{L}_2^{(F)} = \vec{L}^{(F)}$$

con $\vec{L}_1$ e $\vec{L}_2$ momento angolare della asta e del corpo punti forme rispettivamente ed (i) e (F) gli istanti iniziale e finale dell'urto.

$L_1^{(i)} = I_B\,\omega$ e $I_B = \frac{1}{3}ML^2$ momento d'inerzia dell'asta rispetto all'estremo B e ω velocità angolare di rotazione prima dell'urto. Per determinare ω, utilizziamo il principio di conservazione dell'energia meccanica dell'asta durante la rotazione, che è soggetta a tutte e sole forze conservative.

$$\Delta E_{c,rot} = \mathcal{L} = -\Delta E_p$$

$$\frac{1}{2} I_B\,\omega^2 = \frac{1}{2} MgL \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{MLg}{I_B}}$$

$$L_2^{(i)} = 0$$

$$L_1^{(F)} = 0$$

$$L_2^{(F)} = Lmv$$

con v la velocità della massa puntiforme da determinare. Troviamo quindi

$$\cancel{L}mv = \sqrt{MLgI_B} = M\cancel{L}\sqrt{\frac{gL}{3}}$$

$$v = \frac{M}{m}\sqrt{\frac{gL}{3}}$$

L'energia cinetica del sistema dopo l'urto risulta pari alla sola energia cinetica del corpo puntiforme, $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}M\left(\frac{MgL}{3m}\right)$

L'energia cinetica prima dell'urto, pari alla energia cinetica rotazionale dell'asta ora $\frac{1}{2} I_B \omega^2 = \frac{1}{2} MgL$, come già determinato in precedenza.

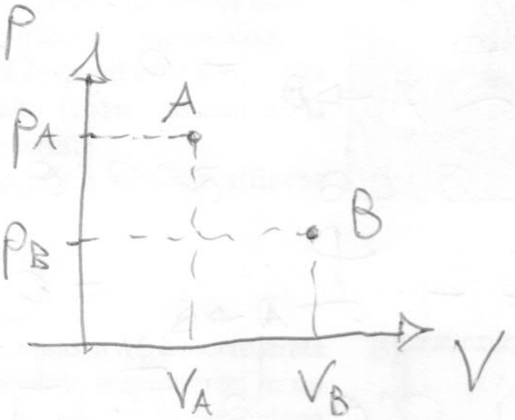
La variazione di energia cinetica a seguito dell'urto risulta quindi

$$\frac{1}{2} M \frac{MgL}{3m} - \frac{1}{2} MgL = \frac{1}{2} MgL \left(\frac{M}{3m} - 1 \right).$$

3. Vedi lezioni di teoria (dispensa relativa alla lezione n° 8)

4. $p_B = \frac{1}{2} p_A$

$V_B = 2 V_A$



Caso (a) deve soddisfare la relazione

$p_A V_A^{\gamma} = p_B V_B^{\gamma}$, equaz. di stato adiabatica di un gas ideale

Sostituendo,

$$p_A V_A^{\gamma} = \frac{1}{2} p_A (2V_A)^{\gamma} = p_A V_A^{\gamma} \frac{2^{\gamma}}{2}$$

La condizione non può essere soddisfatta perché per qualunque gas perfetto $\gamma \neq 1$, essendo $\gamma = \frac{c_p}{c_v} > 1$.

Quindi caso (a) è impossibile.

Caso (c)

Possiamo solo dire che dovrà essere $Q_{BA} = 0$ quindi, dal primo principio della TD,

$\mathcal{L}_{B\to A} = -\Delta U_{BA}$.

Osserviamo che poiché risulta $p_A V_A = p_B V_B$ la temperatura $T_B = T_A$ dalla eq. di stato del gas, quindi $\Delta U_{AB} = 0$ e perciò sarà anche $\mathcal{L}_{B\to A} = 0$, ciò è impossibile perché allora anche il lavoro esterno $\mathcal{L}^{ext}_{B\to A} = -\mathcal{L}_{B\to A} = 0$ in contrasto con l'ipotesi che la frontiera del sistema si riduca, e questo solo se quella dello ambiente si espande, implicando $\mathcal{L}^{ext}_{B\to A} > 0$.

Concludiamo che anche il caso (c) è impossibile.

Le medesime considerazioni (a meno di un cambio di segno sui lavori) valgono anche per il caso (b). Tuttavia esiste la possibilità di far compiere al sistema una espansione libera. Quindi una espansione adiabatica irreversibile da A a B è possibile.