2. Cinematica del punto materiale

2.1 Definizioni principali

Punto materiale
E' un oggetto fisico con
- *dimensioni piccole* rispetto alle lunghezze considerate
- *struttura interna non coinvolta* nel fenomeno (esperimento) o trascurabile

Cinematica
Descrive il moto del punto materiale, senza preoccuparsi di indagarne le cause.

Moto e quiete
Sono ***concetti relativi***, che dipendono dal sistema di riferimento scelto. Per descrivere il moto di un punto materiale occorre fissare un ***Sistema di Riferimento*** e disporre di un ***Orologio***.

Legge oraria
Una volta fissato il sistema di riferimento (ad es. cartesiano) e l'orologio, il moto è completamente descritto dalla ***legge oraria***, costituita dall'insieme delle tre funzioni:

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

che descrivono l'andamento temporale delle coordinate spaziali del punto.

Traiettoria
La linea nello spazio costituita dai punti via via occupati dal nostro punto materiale prende il nome di ***traiettoria***; si assume che sia ***sempre continua***, perché il moto è sempre continuo (in fisica classica, almeno).
- La sua equazione si ottiene eliminando la variabile t dal sistema che descrive la legge oraria.
- In base al tipo di traiettoria si dà una prima classificazione del moto, che può essere:
rettilineo, ***circolare***, ***ellittico***, genericamente ***curvilineo***, ecc.

Ascissa curvilinea
Una volta nota la traiettoria, si può fissare su di essa un'***origine*** ed un ***verso***, con una freccia (entrambi convenzionali, arbitrari). Si dice allora ***ascissa curvilinea s*** di un generico punto della traiettoria la distanza, misurata sulla curva di traiettoria, del punto dall'origine, presa con segno positivo o negativo a seconda che il punto si trovi nella zona della traiettoria verso cui punta la freccia, oppure nell'altra zona.

Andamento temporale dell'ascissa curvilinea: legge oraria
Se si conosce la traiettoria, l'andamento temporale dell'ascissa curvilinea, descritto dalla funzione

$$s = s(t),$$

descrive completamente il moto del punto materiale. Questa legge, che può essere rappresentata graficamente in un ***diagramma orario*** o ***diagramma spazio-tempo***, viene allora comunemente detta (anche se impropriamente) ***legge oraria***.

Oss. La legge oraria definita rispetto all'ascissa curvilinea non dà alcuna informazione riguardo la traiettoria seguita dal punto materiale. L'informazione sulla traiettoria non è compresa nella legge oraria, che infatti è una legge unidimensionale, mentre in generale il punto materiale compie il suo moto nello spazio tridimensionale.

Velocità scalare media

$$v_m(t_1,t_2) \equiv \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$[v_m] = m \cdot s^{-1}$$

$$v_m = \tan(\alpha)$$

(si osservi che questa non è una legge fisica poiché dimensionalmente scorretta!)

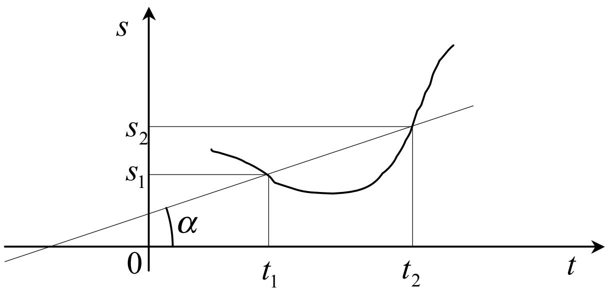

Diagramma orario

La velocità media è pari al coefficiente angolare della congiungente i due estremi dell'intervallo considerato nel diagramma orario. Può anche essere negativa (o nulla).

Nel caso in cui risulti v_m = cost. = v il moto si dice ***uniforme*** (indipendentemente dalla traiettoria). Avremo in questo caso, per ogni valore di t,

$$\frac{s(t) - s(0)}{t - 0} = v \quad \Rightarrow \quad \boxed{s(t) = s(0) + v \cdot t}$$

Legge oraria del moto uniforme

Velocità scalare istantanea

Se la velocità media tra due istanti di tempo non è costante, il moto si dice "vario" (in generale) e si definisce allora la *velocità scalare istantanea* come

$$v(t) \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Risulta anche:

$$v = v(t) = \tan(\alpha(t))$$

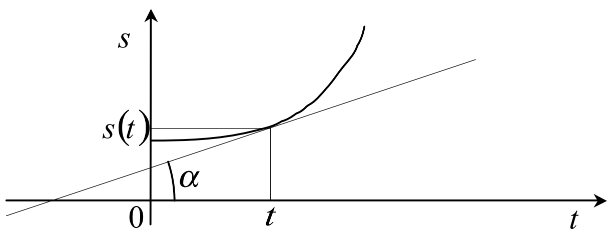

Diagramma orario

cioè la velocità scalare istantanea, nel diagramma orario, è pari al coefficiente angolare della retta tangente alla curva nel punto $(t, s(t))$.

Calcolo della legge oraria a partire dall'andamento della velocità

$$s_n - s_0 = \sum_{i=1}^{n} s_i - s_{i-1} = \sum_{i=1}^{n} v_m(t_{i-1},t_i) \cdot (t_{i-1} - t_i) = \sum_{i=1}^{n} v_{mi} \cdot \Delta t_i$$

Passando al limite per $\Delta t_i \to 0$ si ottiene:

$$\boxed{s(t) = s(t_0) + \int_{t_0}^{t} v(t')dt'}$$

Accelerazione scalare media

$$a_m(t_1, t_2) \equiv \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad \text{(accelerazione scalare media)}$$

Nel caso in cui risulti a_m = cost. = a il moto si dice ***uniformemente accelerato*** (indipendentemente dalla traiettoria). Avremo in questo caso, per ogni valore di *t*,

$$\frac{v(t) - v(0)}{t - 0} = a \quad \Rightarrow \quad v(t) = v(0) + a \cdot t \quad \Rightarrow \quad \boxed{s(t) = s(0) + v(0) \cdot t + \frac{1}{2} a t^2}$$

(*Legge oraria del moto uniformemente accelerato*)

Accelerazione scalare istantanea

Se l'accelerazione media tra due istanti di tempo non è costante, occorre definire una accelerazione scalare istantanea per descriverlo più precisamente:

$$a(t) \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t + \Delta t) - v(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

Analogamente a come fatto per ricavare la legge oraria dall'andamento temporale della velocità, si può determinare la velocità istantanea a partire dall'andamento temporale dell'accelerazione integrando nel tempo, noto il valore della velocità ad un dato istante:

$$\boxed{v(t) = v(t_0) + \int_{t_0}^{t} a(t')\,dt'}$$