

Całkowanie: Metoda trapezów i Sipsona

Michał Saturczak

Informatyka Stosowana, Akademia Górniczo-Hutnicza

Metody Numeryczne

8 czerwca 2024

1 Wstęp teoretyczny

Całkowanie numeryczne stanowi nieodzowny element analizy numerycznej, oferując narzędzia do przybliżonego obliczania całek oznaczonych, których analityczne rozwiązanie jest często trudne, czasochłonne, a nawet niemożliwe do uzyskania. Metody te znajdują szerokie zastosowanie w różnych dziedzinach nauki i inżynierii, gdzie dokładne obliczenie całek jest niezbędne, ale tradycyjne metody całkowania zawodzą.

Metoda trapezów oraz metoda Simpsona to dwie popularne metody całkowania numerycznego, które opierają się na aproksymacji funkcji podcałkowej za pomocą wielomianów interpolacyjnych. Metoda trapezów wykorzystuje wielomiany pierwszego stopnia (funkcje liniowe), dzieląc obszar pod krzywą na szereg trapezów. Z kolei metoda Simpsona stosuje wielomiany drugiego stopnia (funkcje kwadratowe), co pozwala na dokładniejszą aproksymację krzywej i uzyskanie lepszych wyników.

Obie metody charakteryzują się prostotą implementacji oraz stosunkowo niewielkim kosztem obliczeniowym, co czyni je atrakcyjnymi narzędziami w praktycznych zastosowaniach. Jednakże, różnią się one dokładnością i złożonością obliczeń. Metoda Simpsona, dzięki zastosowaniu wielomianów wyższego rzędu, zazwyczaj oferuje większą dokładność niż metoda trapezów, ale wymaga większej liczby obliczeń.

2 Problem

2.1 Rozwiązanie problemu

- Napisano program w języku C++ z do rozwiązania problemów związanych z całkowaniem metodą trapezów i Simpsona
- Zapisanie wyników dla funkcji f_1 oraz f_2 do pliku CSV
- Wygenerowanie wykresów dla obu funkcji

2.2 Funkcje użyte do rozwiązania problemu

$$f_1(x) = \sin(x)$$
$$f_2(x) = x \sin(5x)$$

```
// Metoda trapezów
double trapezoidal(double a, double b, int n, double (*f)(double))
{
    double h = (b - a) / (n - 1);
    double sum = 0.0;
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        double x = a + i * h;
        if (i == 0 || i == n - 1)
        {
            sum += f(x) / 2;
        }
        else
        {
            sum += f(x);
        }
    }
    return sum * h;
}
```

```
// Metoda Simpsona
double simpson(double a, double b, int n, double (*f)(double))
{

```

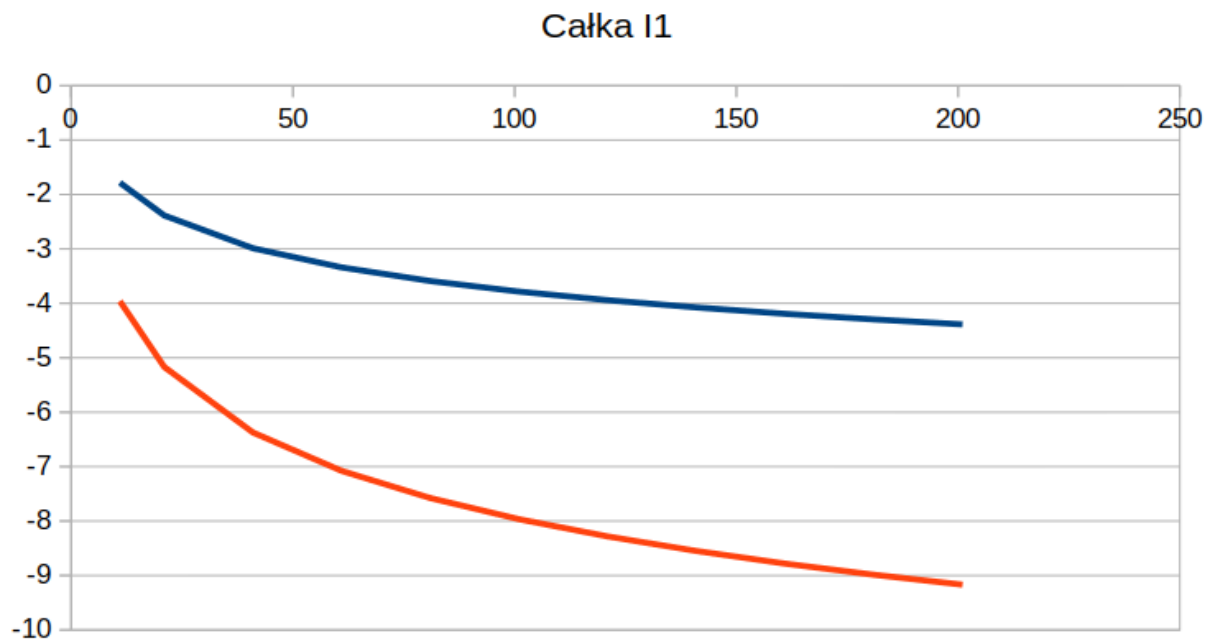
```

double h = (b - a) / (n - 1);
double sum = 0.0;
for (int i = 0; i < n; i++)
{
    double x = a + i * h;
    if (i == 0 || i == n - 1)
    {
        sum += f(x);
    }
    else if (i % 2 == 0)
    {
        sum += 2 * f(x);
    }
    else
    {
        sum += 4 * f(x);
    }
}
return sum * h / 3.0;
}

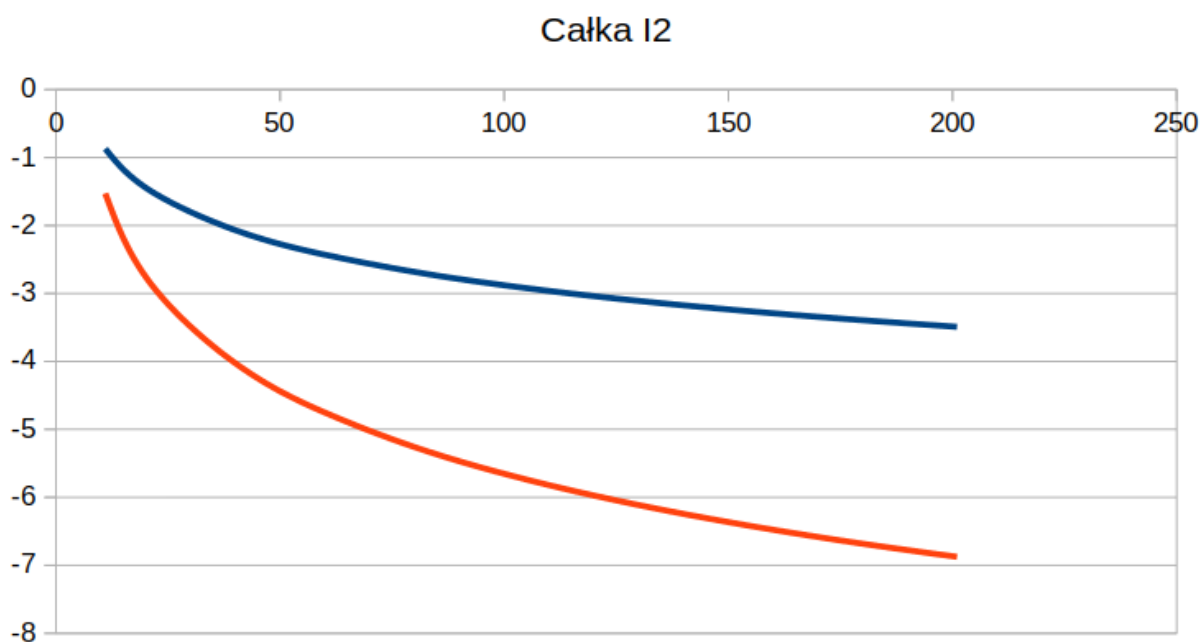
```

3 Wyniki

3.1 Wykres całki I_1 dla metody Trapezowej i Simpsona



3.2 Wykres całki I_2 dla metody Trapezowej i Simpsona



4 Wnioski

Metoda trapezów, jak i metoda Simpsona stanowią efektywne narzędzia do numerycznego przybliżania całek oznaczonych. Wybór odpowiedniej metody zależy od konkretnego problemu, charakteru funkcji podcałkowej oraz wymaganej dokładności.

Metoda trapezów, choć prostsza w implementacji, może wymagać większej liczby podziałów przedziału całkowania dla osiągnięcia zadowalającej dokładności, szczególnie w przypadku funkcji o dużej zmienności. Z kolei metoda Simpsona, wykorzystując wielomiany wyższego rzędu, zazwyczaj oferuje lepszą dokładność przy mniejszej liczbie podziałów, jednak jej implementacja jest nieco bardziej złożona.

W praktyce, warto rozważyć zastosowanie obu metod i porównać uzyskane wyniki, aby wybrać tę, która najlepiej spełnia wymagania danego problemu. Dodatkowo, należy pamiętać, że dokładność obu metod zależy od liczby podziałów przedziału całkowania, a zwiększanie tej liczby może prowadzić do zwiększenia dokładności, ale również do wzrostu kosztu obliczeniowego.