

# Thermodynamik III

## 1 - Physikalischer Prozess des Energieaustausches

HS 2021

Prof. Reza S. Abhari

Dr. Ndaona Chokani



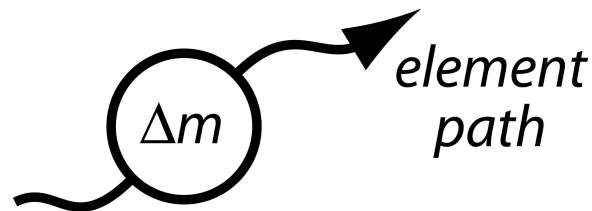
# Overview

Vorlesung		Übung/Beispiel	
Datum	Thema	Datum	Thema
09.11	Prozess des Energieaustausches	09.11	Geschwindigkeitsdreiecke
16.11	Dampfkraftprozesse	16.11	Rankine Zyklus
23.11	Gasarbeitsprozesse - Verbrennungsmotoren	23.11	Diesel / Otto Zyklus
30.11	Gasarbeitsprozesse - Gasturbinenprozesse	30.11	Brayton Zyklus
07.12	Gasarbeitsprozesse - Kombinierten Zyklen	07.12	Kombinierter Zyklus
14.12	Kältemaschinen und Wärmepumpen	14.12	Kältemaschine/Wärmepumpe
21.12	Kältemaschinen Oxyfuel, Carbon Capture and Storage	21.12	Wärmepumpe



## 1.1 Energieaustausch

- Energieaustausch zum und vom Arbeitsmedium in Rotationsmaschinen
- Betrachte Bewegung eines Flüssigkeitsteilchen:



- Zur Erinnerung: Substantielle Ableitung

$$\frac{D}{Dt}Q = \frac{\partial}{\partial t}Q + \vec{u} \cdot \nabla Q$$

- Zeitliche Änderung entlang der Teilchenbahn
- Bezieht sich auf Änderungen im Bezugssystem des Teilchens
- Q: Beliebige Eigenschaft des Fluids



- Erster Hauptsatz der Thermodynamik

$$\frac{De}{Dt} = \frac{Dq}{Dt} - P \cdot \frac{D}{Dt} \left( \frac{1}{\rho} \right)$$

- Annahme: Adiatat und nicht-viskos

$$\frac{Dq}{Dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{De}{Dt} = -P \cdot \frac{D}{Dt} \left( \frac{1}{\rho} \right) \quad (1)$$

- Newton's Bewegungsgesetz:

$$\vec{F} = -m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{u} \cdot \left( \rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla P \right)$$

$$\therefore \frac{D}{Dt} \left( \frac{\bar{u}^2}{2} \right) = - \frac{\bar{u} \cdot \nabla P}{\rho} \quad (2)$$



- Definition der Enthalpie:

$$h = e + \frac{p}{\rho}$$

$$\therefore \frac{Dh}{Dt} - \frac{1}{\rho} \frac{DP}{Dt} - P \frac{D}{Dt} \left( \frac{1}{\rho} \right) = \frac{De}{Dt}$$

- Mittels (1) folgt:

$$\frac{Dh}{Dt} - \frac{1}{\rho} \frac{DP}{Dt} - P \frac{D}{Dt} \left( \frac{1}{\rho} \right) + P \frac{D}{Dt} \left( \frac{1}{\rho} \right) = 0$$

$$\therefore \frac{Dh}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{DP}{Dt} \quad (3)$$



- Summierung von (2) und (3)

$$\frac{D}{Dt} \left( h + \frac{u^2}{2} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{DP}{Dt} - \frac{\bar{u} \cdot \nabla P}{\rho}$$

- Totale Enthalpie

$$h_T = h + \frac{u^2}{2}$$

- Einsetzen und Ausschreiben der substantiellen Ableitung ergibt:

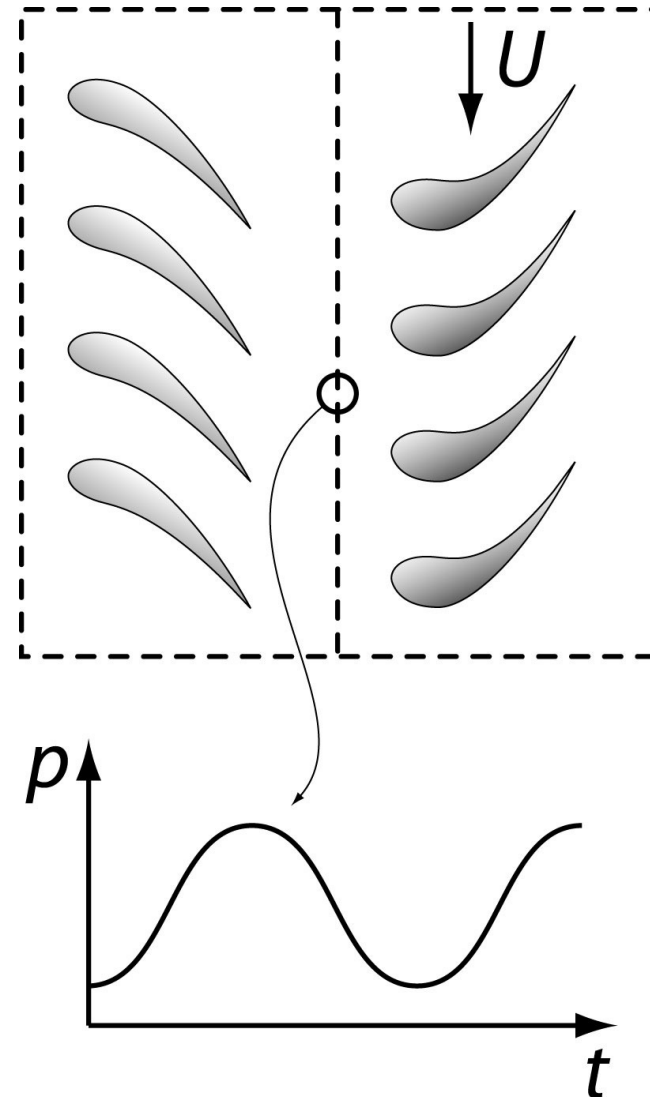
$$\frac{Dh_T}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\bar{u} \cdot \nabla P}{\rho} - \frac{\bar{u} \cdot \nabla P}{\rho}$$

$$\therefore \rho \frac{Dh_T}{Dt} = \frac{\partial P}{\partial t}$$

**Die Enthalpie einer adiabaten, nicht-viskosen Strömung kann nur verändert werden, wenn sich ihr statischer Druck zeitlich ändert.**

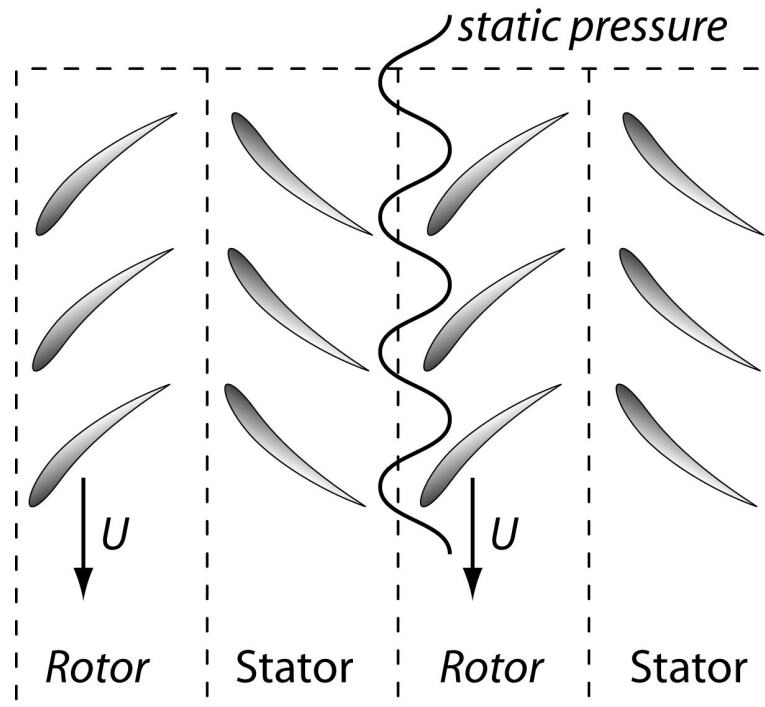


- Instationäre Berechnungen sind schwierig und unpraktisch für tägliches Design
- Lösung: Behandle einen instationären Prozess mit zwei stationären Prozessen und einer ‚Mischungsebene‘
- Annahme: Instationäre Strömung ist in der Mischungsebene konzentriert





- In Turbomaschinen:
  - Reihe stationärer Schaufeln gefolgt von Reihe rotierender Schaufeln
  - Relative Bewegung der Schaufeln erzeugt instationären Druckverlauf
  - Dieser erhöht (Kompressor) oder verringert (Turbine) die Enthalpie der Luft
- Für mehrere Reihen wird der Prozess wiederholt







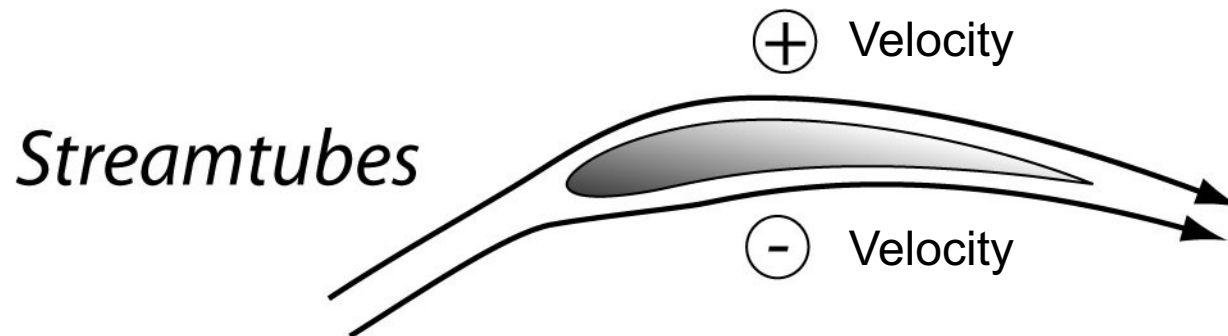
# Instationäre Strömung in der Mischungsebene (LEC Prüfstand LISA)



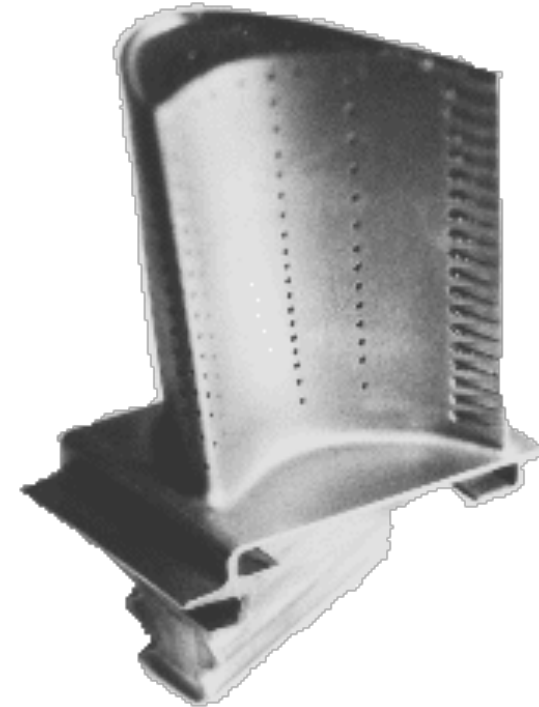
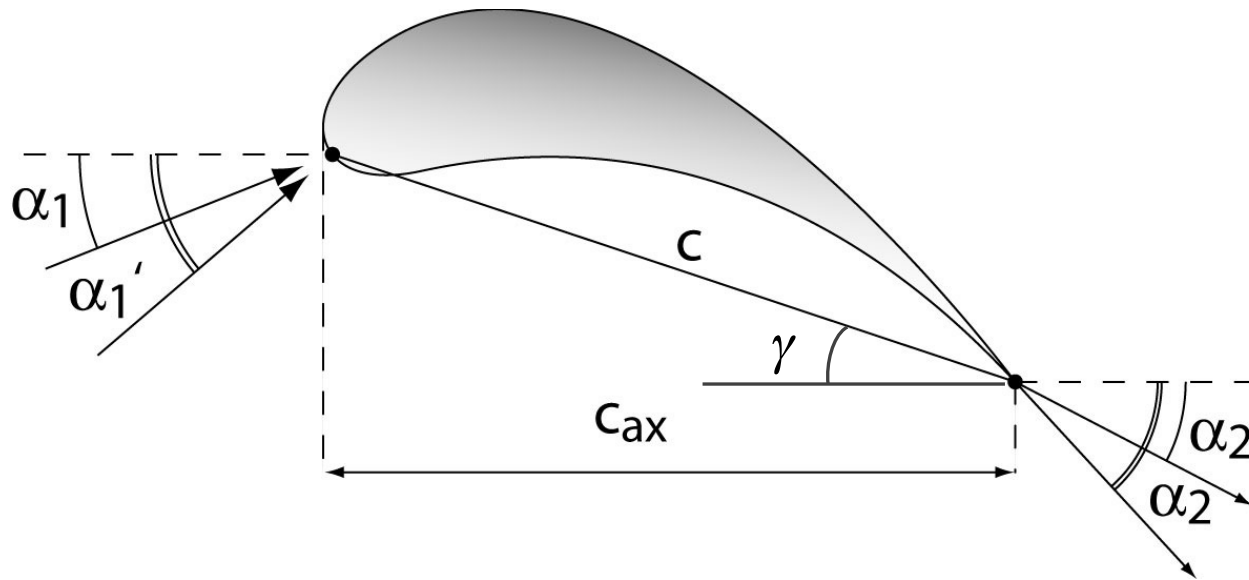


## 1.2 Flügelprofile

- Flügelprofile übertragen Energie:
  - Kompressor: Erhöhung der Enthalpie von der Welle zum Fluid
  - Turbine: Verringerung der Enthalpie vom Fluid zur Welle
- Wie funktioniert ein Flügelprofil? Erzeugung von Auftrieb durch Umlenken (Drehen) der Strömung



- Gedachte Stromröhre um das Profil herum: Massenstrom ist konstant



$C_{ax}$  axial chord

$\gamma$  stagger angle

$\alpha_1$  inlet blade angle

$\alpha_2$  outlet blade angle

$\alpha_1'$  inlet flow angle

$\alpha_2'$  outlet flow angle

$\theta = \alpha_1 + \alpha_2$  camber angle

$i = \alpha_1' - \alpha_1$  incidence angle

$\delta = \alpha_2 - \alpha_2'$  deviation angle

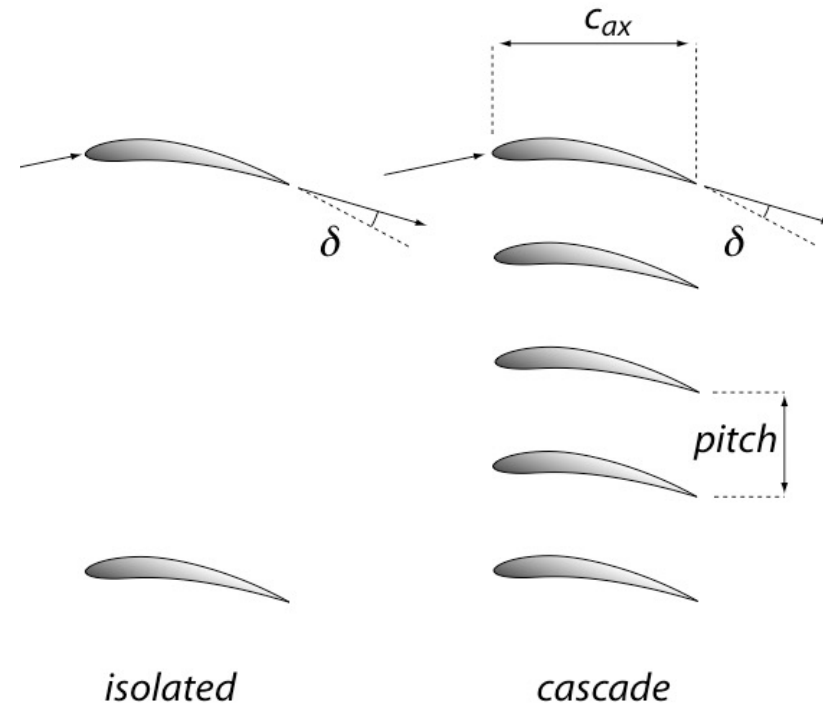
$\varepsilon = \alpha_1' - \alpha_2'$  turning angle



- Kaskade von Flügelprofilen
- Strömung wird beeinflusst vom danebenliegenden Profil
- In der Kaskade können viel höhere Drehwinkel erreicht werden als mit einem einzelnen Profil
- Solidity:

Typischerweise  $0.5 < \sigma < 1.5$

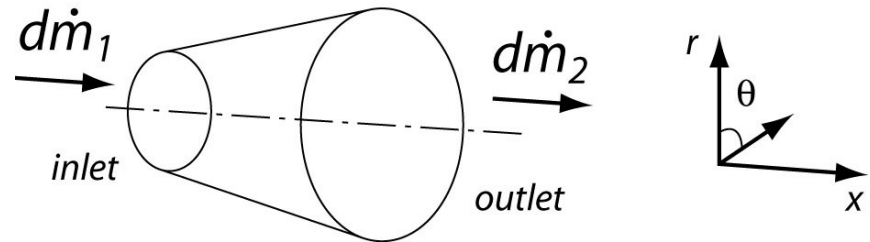
$$\sigma = \frac{C_{ax}}{pitch}, \text{ wenn } \sigma \uparrow \rightarrow \delta \downarrow$$





## 1.3 Euler Gleichung

- Impulsaustausch in einer Kaskade von Rotor- und Stator-Schaufelreihen



- Gerät mit Massenströmen 1 und 2
- Momenterhaltung

$$\int_{outlet} r_2 C_{\theta 2} d\dot{m}_2 - \int_{inlet} r_1 C_{\theta 1} d\dot{m}_1 = \text{Torque } T$$

- Multipliziere beide Seiten mit der Umdrehungsgeschwindigkeit

$$T\omega = \int_{outlet} (r_2\omega) C_{\theta 2} d\dot{m}_2 - \int_{inlet} (r_1\omega) C_{\theta 1} d\dot{m}_1$$

$$\text{Power} = \int_{outlet} U_2 C_{\theta 2} d\dot{m}_2 - \int_{inlet} U_1 C_{\theta 1} d\dot{m}_1$$



- Falls die Massenströme am Ein- und Ausgang gleich sind, gilt

$$Power = \dot{m}(U_2 C_{\theta 2} - U_1 C_{\theta 1})$$

$$h_{T2} - h_{T1} = \Delta h_T = \frac{Power}{\dot{m}}$$

$$\Delta h_T = U_2 C_{\theta 2} - U_1 C_{\theta 1} \quad \textit{Turbine Euler Equation}$$

- Wobei  $C_{\theta}$  Absolute Umfangsgeschwindigkeit, Swirl  
 $U$  Geschwindigkeit der Schaufel



## 1.4 Geschwindigkeitsdreiecke

Annahme:  
Massenerhaltung angewendet  
auf inkompressible Strömung

$$C_{x1} = C_{x2} = C_x$$

$$U = r\omega$$

$w_1$  rotor relative inlet vel.

$w_2$  rotor relative outlet vel.

$$\alpha'_1 = \alpha_1 - \delta_1$$

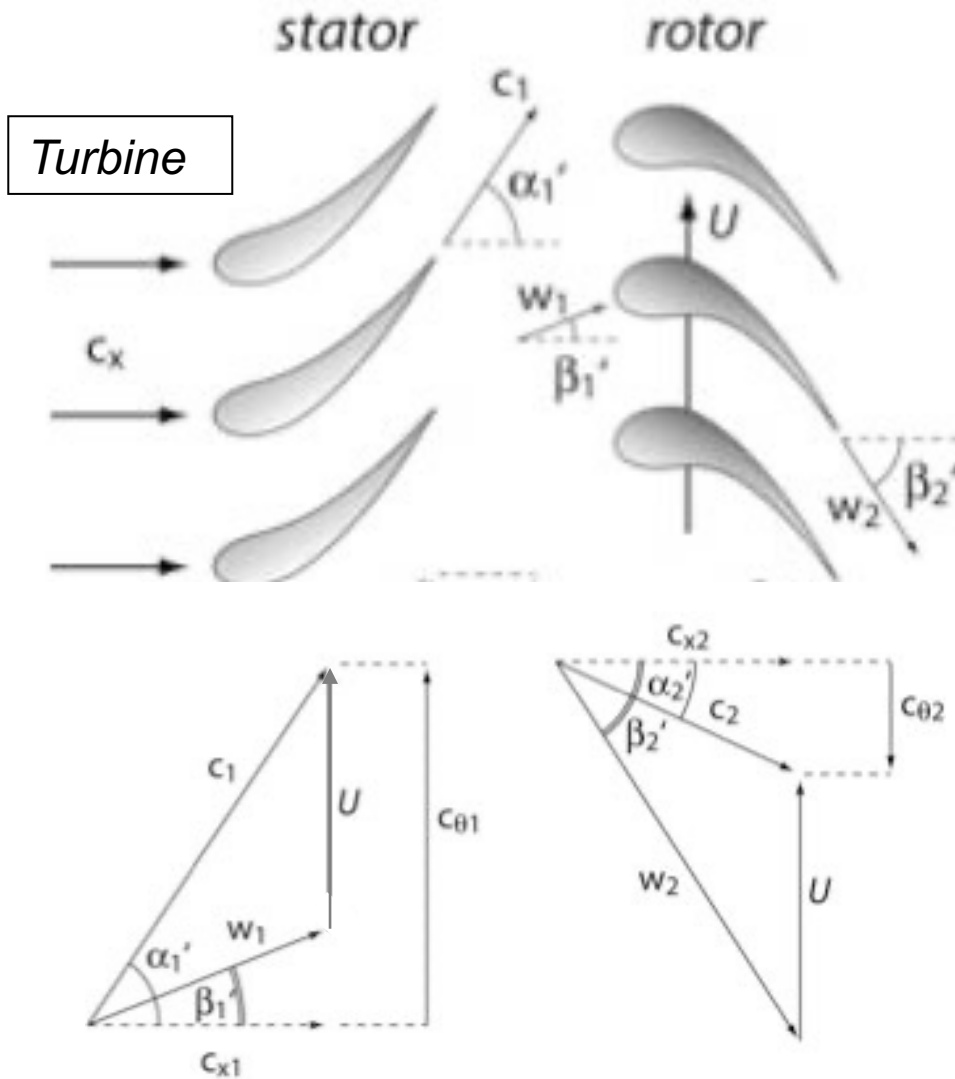
$$\beta'_1 = \beta_1 + i_2$$

$$\beta'_2 = \beta_2 - \delta_2$$

$\alpha_1$  = exit stator angle

$\beta_1$  = inlet rotor angle

$\beta_2$  = outlet rotor angle





## – Inlet Swirl

$$C_{\theta 1} = C_x \cdot \tan \alpha'_1$$

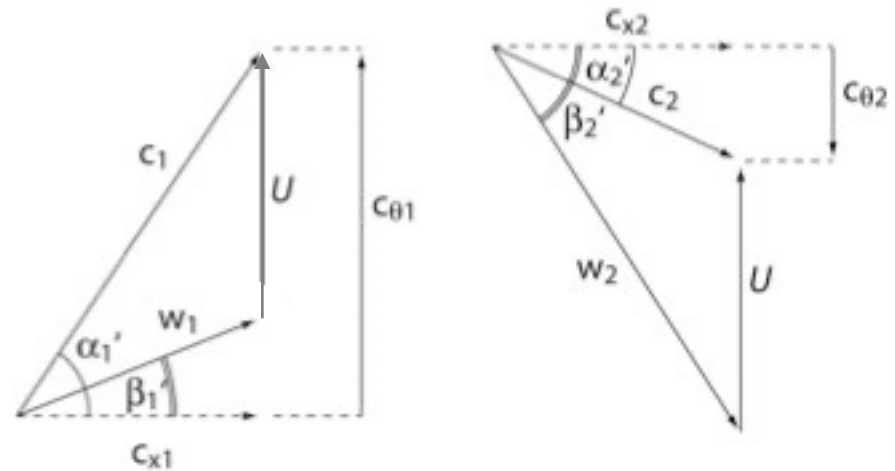
$$C_{\theta 2} = r_2 \omega - C_x \cdot \tan \beta'_2$$

$$\dot{m} = \rho C_x A$$

$$C_x = \frac{\dot{m}}{\rho A}$$

Annahme:  $i=\delta=0$

Profile mit Strömung ausgerichtet



$$\Delta h_T = r_2 \omega C_{\theta 2} - r_1 \omega C_{\theta 1}$$

Euler Equation

## – Weitere Annahme: $r_2=r_1=r$

$$\Delta h_T = r \omega \cdot (r \omega - C_x \cdot \tan \beta_2 - C_x \cdot \tan \alpha_1)$$

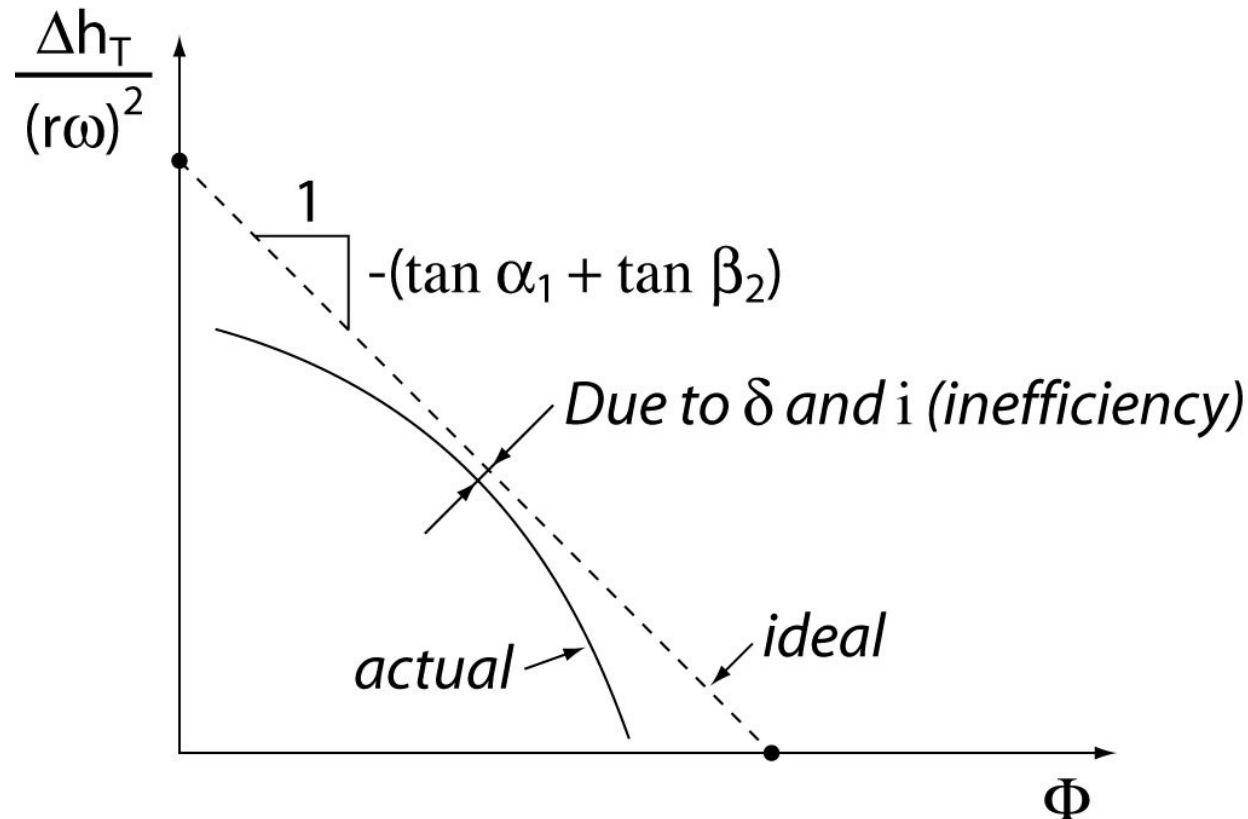
$$\Delta h_T = (r \omega)^2 \left[ 1 - \frac{C_x}{r \omega} (\tan \alpha_1 + \tan \beta_2) \right]$$





$$\therefore \frac{\Delta h_T}{(r\omega)^2} = 1 - \Phi \cdot (\tan \alpha_1 + \tan \beta_2)$$

– Wobei  $\Phi = \frac{C_x}{U} = \frac{C_x}{r\omega}$ ,  $\Phi = \text{flow coefficient}$





– 2. Hauptsatz der Thermodynamik

$$Tds = dh - \frac{dP}{\rho} \quad \text{Isentrop: } ds=0$$

$$\partial h = \frac{\partial P}{\rho}$$

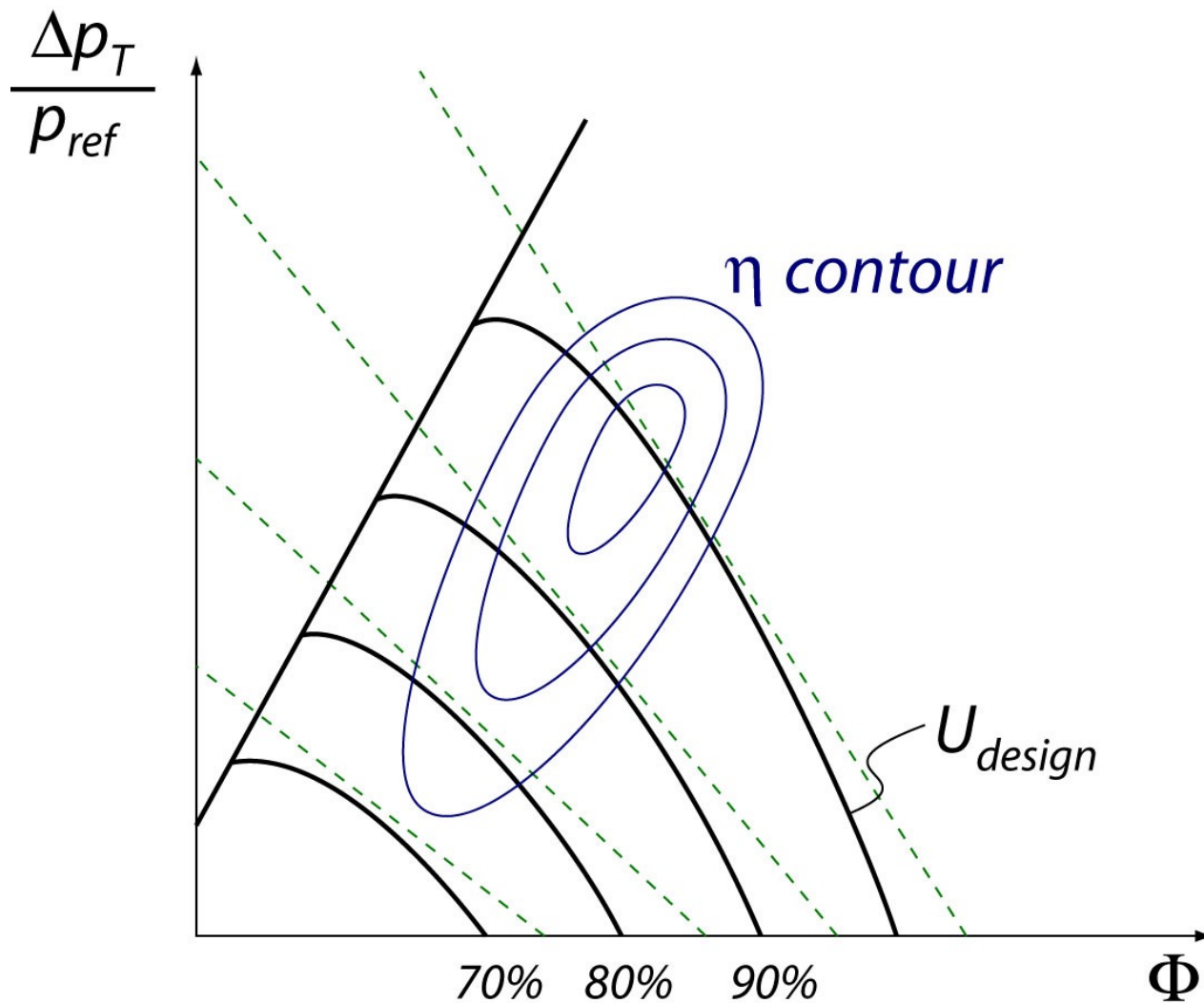
– Für inkompressible Fälle gilt

$$\Delta h_T \cong \frac{1}{\rho} \Delta P_T$$

$$\therefore \frac{\Delta P_T}{\rho(r\omega)^2} \cong 1 - \Phi \cdot (\tan \alpha_1 + \tan \beta_2)$$



# Kompressorkennfeld



# Reales Kompressorkennfeld (LEC Radialkompressor RIGI)

