

Wstęp

Celem zadania było rozwiązanie dwóch układów równań liniowych $A_1y = B$ oraz $A_2y = B$. Zadanie zostało zrealizowane za pomocą biblioteki numpy w języku Python. Zbadano wrażliwość obu układów na zaburzenie wektora prawej strony układów (B). Przeanalizowano, w jakim stopniu małe zakłócenie wartości B wpływa na zmiany wyników.

Analiza problemu

Problem polegał na rozwiązaniu układów równań liniowych:

$$A_1y = B$$

$$A_2y = B$$

gdzie macierze A_1 i A_2 to macierze symetryczne dodatnio określone, a B jest wektorem prawych stron. Do rozwiązania tych równań zastosowano funkcję `numpy.linalg.solve`, która umożliwia rozwiązanie układów równań liniowych.

Następnie do wektora B dodano losowe zaburzenie δ_B o bardzo małej normie (rzędu 10^{-6}), a więc takie, które symuluje drobne zakłócenie danych wejściowych. Rozwiązano układy równań dla nowej prawej strony $B + \delta_B$ dla macierzy A_1 i A_2 , uzyskując nowe wektory rozwiązań y .

Analiza wyników

Wynikiem pierwszej części obliczeń były wartości y uzyskane dla pierwotnego wektora B . Następnie, po dodaniu zaburzenia δ_B rozwiązano układy z macierzami A_1 i A_2 ponownie, uzyskując nowe

wyniki y . Dla układu z macierzą $A1$, różnice te były rzędu 10^{-7} , 10^{-8} , co świadczy o wysokiej stabilności tego układu na małe zakłócenia. Natomiast w przypadku układu z macierzą $A2$, różnice były znacznie większe, rzędu nawet setek lub tysięcy (np. wartości około 900, a czasem nawet 4000). Oznacza to, że układ z macierzą $A2$ jest znacznie bardziej wrażliwy na zaburzenia, co sugeruje, że macierz $A2$ ma zdecydowanie gorszą kondycję numeryczną.

Wnioski

Przeprowadzona analiza wykazała, że układ z macierzą $A1$ jest odporny na małe zaburzenia prawej strony, co świadczy o jego dobrej kondycji numerycznej i stabilności rozwiązania. W przypadku układu $A2$, zaobserwowano znacznie większą podatność na zakłócenia Δ_B co sugeruje, że macierz $A2$ ma zdecydowanie gorszą kondycję numeryczną

Podsumowanie

Zadanie pokazuje, że kondycja macierzy wpływa na stabilność rozwiązań układów równań liniowych. Układ z macierzą $A1$ jest stabilny i odporny na zakłócenia, natomiast układ z macierzą $A2$ wykazuje dużą wrażliwość na zmiany prawej strony, co może prowadzić do istotnych błędów w rozwiązaniach.