Wstęp

Celem zadania było rozwiązanie dwóch układów równań liniowych A1y = B oraz A2y = B. Zadanie zostało zrealizowane za pomocą biblioteki numpy w języku Python. Zbadano wrażliwość obu układów na zaburzenie wektora prawej strony układów (B). Przeanalizowano, w jakim stopniu małe zakłócenie wartości B wpływa na zmiany wyników.

Analiza problemu

Problem polegał na rozwiązaniu układów równań liniowych:

A1y = B
A2y = B

gdzie macierze A1 i A2 to macierze symetryczne dodatnio określone, a B jest wektorem prawych stron. Do rozwiązania tych równań zastosowano funkcję numpy.linalg.solve, która umożliwia rozwiązanie układów równań liniowych.

Następnie do wektora B dodano losowe zaburzenie delta_B o bardzo małej normie (rzędu 10^-6), a więc takie, które symuluje drobne zakłócenie danych wejściowych. Rozwiązano układy równań dla nowej prawej strony B + delta_B dla macierzy A1 i A2, uzyskując nowe wektory rozwiązań y.

Przebieg zadania

Na początku obliczono A1y = B:

y = [0.02556195]

[-1.35714283]

[-3.94075752]

[-0.48893629]

[0.10097805]

Następnie rozwiązano układ z zaburzoną prawą stroną A1y2 = B + delta_B:

y2 = [0.02556191]

[-1.3571429]

[-3.94075761]

[-0.48893645]

[0.100978]

Różnica między tymi wynikami wynosiła:

[-3.14218270e-08]

[-6.76258993e-08]

[-8.85184965e-08]

[-1.52062341e-07]

[-4.94124810e-08]

Analogiczne obliczenia przeprowadzono dla drugiego równania, otrzymując następujące wyniki:

Dla równania bez zaburzonej prawej strony A2y = B:

y = [-0.40875861]

[-0.56030137]

[-4.11200026]

[-1.52420117]

[-0.77520141]

Dla równania z zaburzeniem A2y2 = B + delta_B:

y2 = [-2357.13654573]

[4323.29313644]

[-933.31625865]

[-5619.12039343]

[-4755.13569813]

Różnica między tymi wynikami wynosiła:

[-2356.72778711]

[4323.8534378]

[-929.20425839]

[-5617.59619226]

[-4754.36049671]

Analiza wyników

Wynikiem pierwszej części obliczeń były wartości y uzyskane dla pierwotnego wektora B. Następnie, po dodaniu zaburzenia delta_B rozwiązano układy z macierzami A1 i A2 ponownie, uzyskując nowe wyniki y. Dla układu z macierzą A1 , różnice te były rzędu 10^-7, 10^-8, co świadczy o wysokiej stabilności tego układu na małe zakłócenia. Natomiast w przypadku układu z macierzą A2, różnice były znacznie większe, rzędu nawet setek lub tysięcy (np. wartości około 900, a czasem nawet 4000). Oznacza to, że układ z macierzą

A2 jest znacznie bardziej wrażliwy na zaburzenia, co sugeruje, że macierz A2 ma zdecydowanie gorszą kondycję numeryczną.

Wnioski

Przeprowadzona analiza wykazała, że układ z macierzą A1 jest odporny na małe zaburzenia prawej strony, co świadczy o jego dobrej kondycji numerycznej i stabilności rozwiązania. W przypadku układu A2, zaobserwowano znacznie większą podatność na zakłócenia delta_B co sugeruje, że macierz A2ma zdecydowanie gorszą kondycję numeryczną

Podsumowanie

Zadanie pokazuje, że kondycja macierzy wpływa na stabilność rozwiązań układów równań liniowych. Układ z macierzą A1 jest stabilny i odporny na zakłócenia, natomiast układ z macierzą A2 wykazuje dużą wrażliwość na zmiany prawej strony, co może prowadzić do istotnych błędów w rozwiązaniach.