



Ingeniería de Sistemas

Introducción IA
Bogotá, Colombia

Proyecto 3

Inferencia Bayesiana

Hecho por

María José Gómez García Y Juan Manuel

Octubre 2025

Contenido

I. Objetivo.....	2
II. Red de crepúsculo.....	3
Definición del grafo que representa la red Bayesiana	3
Definición de variables y estados posibles.....	3
1. Weather (W) – <i>Condición climática</i>	3
2. Time (T) – <i>Momento del día</i>	4
• Tipo: Variable independiente (sin padres)	4
• Descripción: Determina si es de día o de noche, lo cual afecta la posibilidad de movimiento de los vampiros y su visibilidad ante los humanos.....	4
• Estados posibles:	4
○ Day (Día): Menor libertad para los vampiros por exposición al sol.....	4
○ Night (Noche): Mayor actividad vampírica y libertad de acción.	4
3. Volturi (V) – <i>Presencia de los Volturi</i>	4
4. WolvesAlliance (WA) – <i>Alianza con los lobos</i>	4
5. VampireActivity (VA) – <i>Actividad vampírica en la zona</i>	4
6. ThreatToBella (TB) – <i>Nivel de amenaza hacia Bella</i>	5
7. HumanSuspicion (HS) – <i>Sospecha de los humanos</i>	5
8. EdwardDecision (ED) – <i>Decisión de Edward</i>	5
9. BellaState (BS) – <i>Estado final de Bella</i>	5
Definición de las tablas de probabilidades.....	6
Inferencia Bayesiana por enumeración	9

I.Objetivo

Utilizar una librería de representación de redes Bayesianas en Python para representar un proceso de inferencia Bayesiana. En particular, se espera que el estudiante pueda apropiar los conceptos necesarios del lenguaje y la librería para representar una red

Bayesiana y realizar preguntas de inferencia sobre ella. Adicionalmente, también se espera que el estudiante pueda demostrar el desarrollo del proceso de inferencia Bayesiana por enumeración, desde una red Bayesiana representada con un grafo y sus tablas de probabilidad.

II.Red de crepúsculo

Definición del grafo que representa la red Bayesiana

Para modelar el problema, se diseña una **red bayesiana** que describe las relaciones causales entre diferentes factores del universo de *Crepúsculo*, enfocándose en los elementos que influyen en la decisión final de Edward sobre Bella.

El grafo se estructura como un **modelo dirigido y acíclico (DAG)**, en el que cada nodo representa una variable aleatoria binaria y cada flecha indica una dependencia probabilística entre ellas.

La estructura de la red se define de la siguiente manera:

- **Weather** → **VampireActivity** ← **Time**
- **VampireActivity** → **ThreatToBella** ← **Volturi**
- **VampireActivity** → **HumanSuspicion** ← **Volturi**
- **ThreatToBella** → **EdwardDecision** ← **HumanSuspicion**
- **EdwardDecision** → **BellaState**

Adicionalmente, se incluye el nodo **WolvesAlliance** como una variable independiente que contextualiza la situación de seguridad general, aunque no interviene directamente en la consulta planteada.

De esta forma, el clima y la hora del día influyen en la **actividad vampírica**; la presencia de los **Volturi** y dicha actividad aumentan la **amenaza sobre Bella** y la **sospecha de los humanos**.

A partir de estos factores, **Edward** toma una decisión (protegerla o transformarla), la cual determina el **estado final de Bella**.

Definición de variables y estados posibles

1. Weather (W) – Condición climática

- **Tipo:** Variable independiente (sin padres)
- **Descripción:** Representa el clima predominante en Forks. El clima influye en la **actividad de los vampiros**, ya que pueden exponerse más fácilmente cuando está nublado.

- **Estados posibles:**
 - **Sunny (Soleado):** Menos actividad vampírica (riesgo bajo).
 - **Cloudy (Nublado):** Más actividad vampírica (riesgo alto).

2. Time (T) – *Momento del día*

- **Tipo:** Variable independiente (sin padres)
- **Descripción:** Determina si es de día o de noche, lo cual afecta la posibilidad de movimiento de los vampiros y su visibilidad ante los humanos.
- **Estados posibles:**
 - **Day (Día):** Menor libertad para los vampiros por exposición al sol.
 - **Night (Noche):** Mayor actividad vampírica y libertad de acción.

3. Volturi (V) – *Presencia de los Volturi*

- **Tipo:** Variable independiente (sin padres)
- **Descripción:** Indica si los Volturi (la autoridad vampírica) están presentes. Su aparición suele aumentar el peligro para Bella y los Cullen.
- **Estados posibles:**
 - **Yes:** Los Volturi están presentes en Forks o vigilando.
 - **No:** No hay presencia de Volturi.

4. WolvesAlliance (WA) – *Alianza con los lobos*

- **Tipo:** Variable independiente (sin padres)
- **Descripción:** Representa el nivel de apoyo que Bella y los Cullen reciben de la manada de lobos. Aunque no influye directamente en la decisión de Edward, es un factor de contexto sobre la seguridad en la historia.
- **Estados posibles:**
 - **Strong (Fuerte):** Cooperación activa de los lobos, mayor protección.
 - **Weak (Débil):** Alianza tensa o mínima colaboración.

5. VampireActivity (VA) – *Actividad vampírica en la zona*

- **Tipo:** Variable dependiente (padres: Weather, Time)
- **Descripción:** Refleja el nivel de actividad de los vampiros en Forks, afectada por el clima y la hora del día.
- **Influencia:**
 - Más nublado o de noche → más actividad.
 - Más soleado y de día → menos actividad.

- **Estados posibles:**
 - **High:** Alta actividad vampírica.
 - **Low:** Poca o nula actividad.

6. ThreatToBella (TB) – *Nivel de amenaza hacia Bella*

- **Tipo:** Variable dependiente (padres: VampireActivity, Volturi)
- **Descripción:** Mide el riesgo o peligro que enfrenta Bella, considerando la presencia de los Volturi y la intensidad de la actividad vampírica. A mayor actividad o presencia Volturi, mayor amenaza.
- **Estados posibles:**
 - **High:** Bella se encuentra en riesgo alto.
 - **Low:** Bella está relativamente a salvo.

7. HumanSuspicion (HS) – *Sospecha de los humanos*

- **Tipo:** Variable dependiente (padres: VampireActivity, Volturi)
- **Descripción:** Representa el grado de sospecha que tienen los humanos sobre la existencia de vampiros. La sospecha aumenta cuando hay más actividad vampírica o intervienen los Volturi.
- **Estados posibles:**
 - **High:** Los humanos están notando eventos extraños.
 - **Low:** No hay sospechas; todo parece normal.

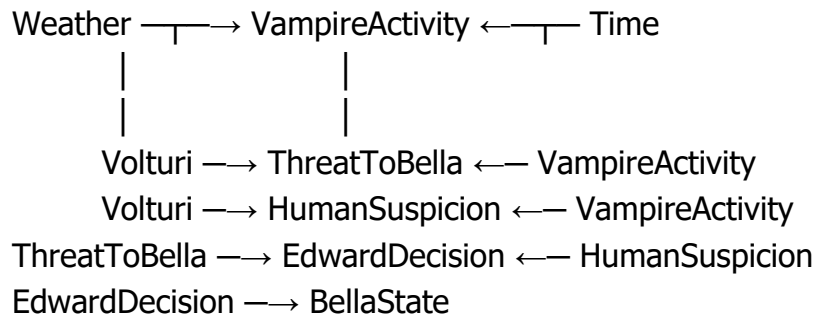
8. EdwardDecision (ED) – *Decisión de Edward*

- **Tipo:** Variable dependiente (padres: ThreatToBella, HumanSuspicion)
- **Descripción:** Modela la decisión que toma Edward para proteger a Bella. Si la amenaza o la sospecha aumentan, es más probable que Edward decida convertirla en vampiro para protegerla.
- **Estados posibles:**
 - **Turn:** Edward transforma a Bella en vampiro.
 - **Protect:** Edward la mantiene humana y trata de protegerla.

9. BellaState (BS) – *Estado final de Bella*

- **Tipo:** Variable dependiente (padre: EdwardDecision)
- **Descripción:** Indica el estado final de Bella, dependiendo directamente de la decisión de Edward. Es la **variable de salida principal** del modelo.
- **Estados posibles:**
 - **Vampire:** Bella se convierte en vampiro.

- **Human:** Bella permanece humana.



Definición de las tablas de probabilidades

Prios (Sin padres)			
Variable	Padres	Valor	Probabilidad
Weather (W)	-	Sunny	0.3
Weather (W)	-	Cloudy	0.7
Time (T)	-	Day	0.5
Time (T)	-	Night	0.5
Volturi (V)	-	Yes	0.2
Volturi (V)	-	No	0.8
WolvesAlliance (WA)	-	Strong	0.6
WolvesAlliance (WA)	-	Weak	0.4

VampireActivity (VA) Weather, Time (estados: High/Low)			
Variable	Padres	Valor	Probabilidad
VampireActivity (VA)	W=Cloudy, T=Day	High	0.8
VampireActivity (VA)	W=Cloudy, T=Day	Low	0.2
VampireActivity (VA)	W=Cloudy, T=Night	High	0.9
VampireActivity (VA)	W=Cloudy, T=Night	Low	0.1
VampireActivity (VA)	W=Sunny, T=Day	High	0.2
VampireActivity (VA)	W=Sunny, T=Day	Low	0.8
VampireActivity (VA)	W=Sunny, T=Night	High	0.6
VampireActivity (VA)	W=Sunny, T=Night	Low	0.4

ThreatToBella (TB) VampireActivity, Volturi (estados: High/Low)			
Variable	Padres	Valor	Probabilidad
ThreatToBella (TB)	VA=High, V=Yes	High	0.9
ThreatToBella (TB)	VA=High, V=Yes	Low	0.1
ThreatToBella (TB)	VA=Low, V=Yes	High	0.7
ThreatToBella (TB)	VA=Low, V=Yes	Low	0.3
ThreatToBella (TB)	VA=High, V=No	High	0.6
ThreatToBella (TB)	VA=High, V=No	Low	0.4
ThreatToBella (TB)	VA=Low, V=No	High	0.1
ThreatToBella (TB)	VA=Low, V=No	Low	0.9

HumanSuspicion (HS) VampireActivity, Volturi (estados: High/Low)			
Variable	Padres	Valor	Probabilidad
HumanSuspicion (HS)	VA=High, V=Yes	High	0.8
HumanSuspicion (HS)	VA=High, V=Yes	Low	0.2
HumanSuspicion (HS)	VA=Low, V=Yes	High	0.5
HumanSuspicion (HS)	VA=Low, V=Yes	Low	0.5
HumanSuspicion (HS)	VA=High, V=No	High	0.4
HumanSuspicion (HS)	VA=High, V=No	Low	0.6
HumanSuspicion (HS)	VA=Low, V=No	High	0.1
HumanSuspicion (HS)	VA=Low, V=No	Low	0.9

EdwardDecision (ED) ThreatToBella, HumanSuspicion (estados: Turn/Protect)			
Variable	Padres	Valor	Probabilidad
EdwardDecision (ED)	TB=High, HS=High	Turn	0.7
EdwardDecision (ED)	TB=High, HS=High	Protect	0.3
EdwardDecision (ED)	TB=High, HS=Low	Turn	0.5
EdwardDecision (ED)	TB=High, HS=Low	Protect	0.5
EdwardDecision (ED)	TB=Low, HS=High	Turn	0.3
EdwardDecision (ED)	TB=Low, HS=High	Protect	0.7
EdwardDecision (ED)	TB=Low, HS=Low	Turn	0.05
EdwardDecision (ED)	TB=Low, HS=Low	Protect	0.95

EdwardDecision (ED) ThreatToBella, HumanSuspicion (estados: Turn/Protect)			
Variable	Padres	Valor	Probabilidad
BellaState (BS)	ED=Turn	Vampire	0.95
BellaState (BS)	ED=Turn	Human	0.05
BellaState (BS)	ED=Protect	Vampire	0.05
BellaState (BS)	ED=Protect	Human	0.95

Inferencia Bayesiana por enumeración

Se responde a la siguiente pregunta: "¿Cuál es la probabilidad de que Bella termine convertida en vampiro si el clima está nublado, es de día y los Volturi están presentes?"

$$P(\text{BellaState} = \text{Vampire} \mid \text{Weather} = \text{Cloudy}, \text{Time} = \text{Day}, \text{Volturi} = \text{Yes})$$

- **Variables de la consulta, evidencia y ocultas**
- **Consulta:** $X = \text{BellaState (BS)}$.
- **Evidencia:** $E = \{W = \text{Cloudy}, T = \text{Day}, V = \text{Yes}\}$.
- **Ocultas:** $Y =$
 $\{\text{VampireActivity (VA)}, \text{ThreatToBella (TB)}, \text{HumanSuspicion (HS)}, \text{EdwardDecision (ED)}\}$

Factorización de la conjunta (por el DAG)

La distribución conjunta se factoriza como:

Forma de la inferencia por enumeración

$$P(BS \mid E) = \alpha \sum_{VA} \sum_{TB} \sum_{HS} \sum_{ED} P(VA \mid w, t) P(TB \mid VA, v) P(HS \mid VA, v) P(ED \mid TB, HS) P(BS \mid ED),$$

donde α es la constante de normalización.

Como w, t, v están fijados por la evidencia, $P(W), P(T), P(V)$ son factores comunes y se **cancelan** en la normalización.

• 3.5. Simplificación útil (sumatoria interna sobre ED)

Para cada par (TB, HS) se calcula:

$$S(TB, HS) = \sum_{ED} P(ED \mid TB, HS) P(BS = \text{Vampire} \mid ED).$$

Con las CPDs dadas:

- $S(\text{High}, \text{High}) = 0.7 \cdot 0.95 + 0.3 \cdot 0.05 = 0.68$
- $S(\text{High}, \text{Low}) = 0.5 \cdot 0.95 + 0.5 \cdot 0.05 = 0.50$
- $S(\text{Low}, \text{High}) = 0.3 \cdot 0.95 + 0.7 \cdot 0.05 = 0.32$
- $S(\text{Low}, \text{Low}) = 0.05 \cdot 0.95 + 0.95 \cdot 0.05 = 0.095$

Sustitución de probabilidades con la evidencia

Con $W = \text{Cloudy}, T = \text{Day}, V = \text{Yes}$:

- $P(VA = \text{High} \mid C, D) = 0.8$ y $P(VA = \text{Low} \mid C, D) = 0.2$.
- Si $VA = \text{High}$ y $V = \text{Yes}$:
 $P(TB = \text{High}) = 0.9, P(HS = \text{High}) = 0.8$.

- Si $VA = \text{Low}$ $V = \text{Yes}$:

$$P(TB = \text{High}) = 0.7, P(HS = \text{High}) = 0.5.$$

Se computa, para cada VA , la suma sobre TB, HS :

$$\sum_{TB, HS} P(TB | VA, v) P(HS | VA, v) S(TB, HS)$$

Caso 1: $VA = \text{High}$

$$0.9 \cdot 0.8 \cdot 0.68 + 0.9 \cdot 0.2 \cdot 0.50 + 0.1 \cdot 0.8 \cdot 0.32 + 0.1 \cdot 0.2 \cdot 0.095 = \mathbf{0.6071}$$

Caso 2: $VA = \text{Low}$

$$0.7 \cdot 0.5 \cdot 0.68 + 0.7 \cdot 0.5 \cdot 0.50 + 0.3 \cdot 0.5 \cdot 0.32 + 0.3 \cdot 0.5 \cdot 0.095 = \mathbf{0.47525}$$

- **3.7. Ponderación por $P(VA | w, t)$ y normalización**

$$\begin{aligned} \text{Num}(BS = \text{Vampire}) &= P(VA = \text{High} | C, D) \cdot 0.6071 \\ &+ P(VA = \text{Low} | C, D) \cdot 0.47525 \\ &= 0.8 \cdot 0.6071 + 0.2 \cdot 0.47525 \\ &= \mathbf{0.58073}. \end{aligned}$$

Análogamente, $\text{Num}(BS = \text{Human}) = 1 - 0.58073 = 0.41927$.

Tras normalizar:

$$P(BS = \text{Vampire} | W = C, T = D, V = \text{Yes}) \approx 0.58073$$

Se responden las siguientes preguntas

Q1: Probabilidad de que Edward decida convertir dado que es una noche soleada y Volturi está ausente: 0.29260

Q2: Probabilidad de que la amenaza sea alta dado que Volturi está presente (marginalizando W, T): 0.84300

Q3: Probabilidad de que la sospecha humana sea alta dado que es un día soleado y Volturi está ausente: 0.16000

Q4: Probabilidad de que Bella sea vampiro dado que es un día soleado y Volturi está ausente: 0.20948

Q5: Bella vampiro si se observa TB alta y HS alta (sin evidencia de $W/T/V$): 0.68000

DECLARACIÓN IA:

Se utiliza IA primero para que nos de ejemplos de redes bayesianas, usando la presentación que tenemos en la clase,

utilizando el ejemplo de Rain, Maintenance, Train, Appointment. Después nos ya con el tema seleccionado, las variables y CPDs construidos

manualmente, le pedimos que nos explique las librerías `pomegranate` y `DiscreteDistribution` para poder a empezar a implementar la red bayesiana de `crepusculo`.