

Wielokryterialne inteligentne metody optymalizacji

Andrzej Jaskiewicz

Problem optymalizacji wielokryterialnej

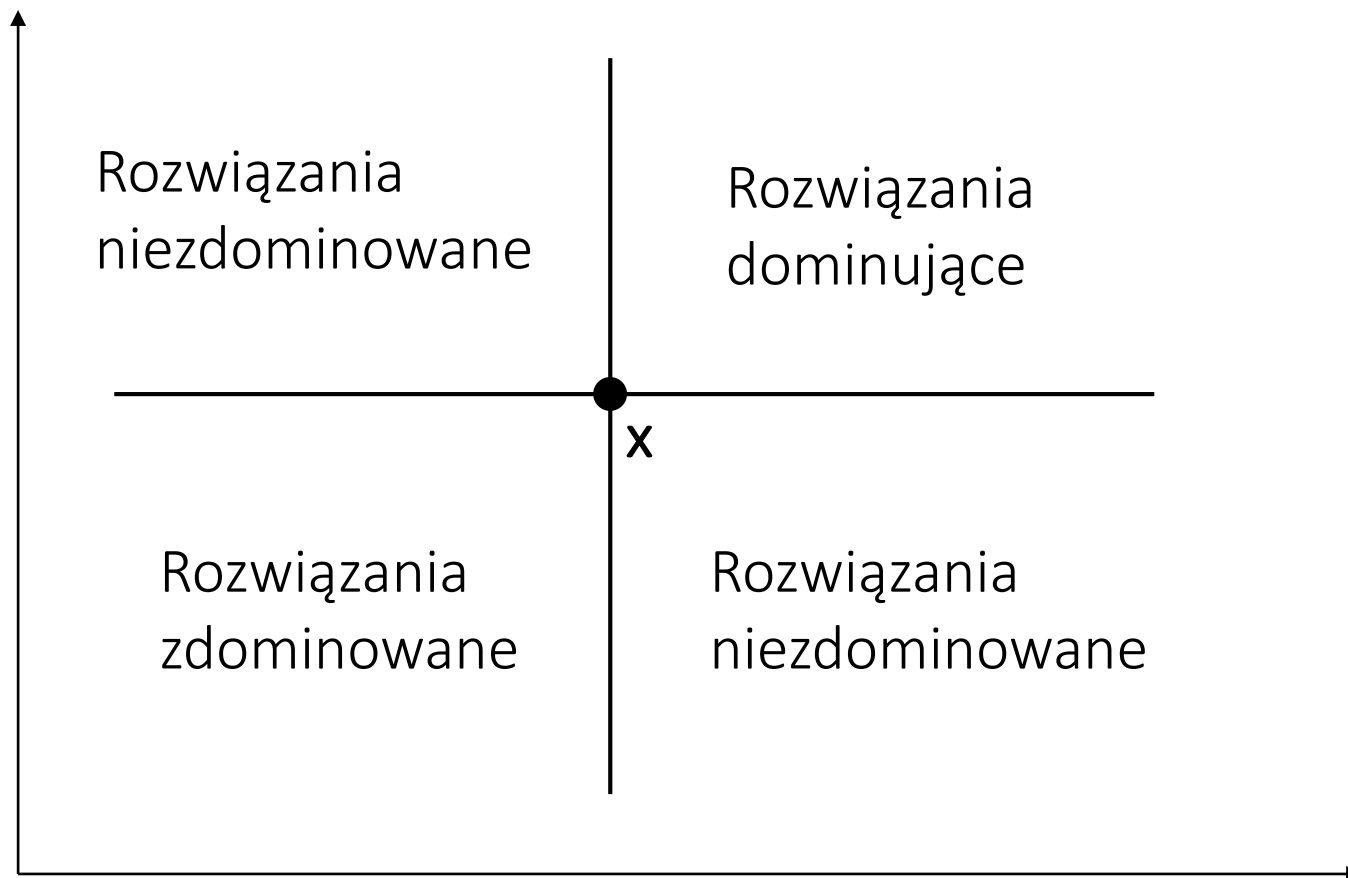
Maksymalizuj/minimalizuj $z_1 = f_1(\mathbf{x})$

...

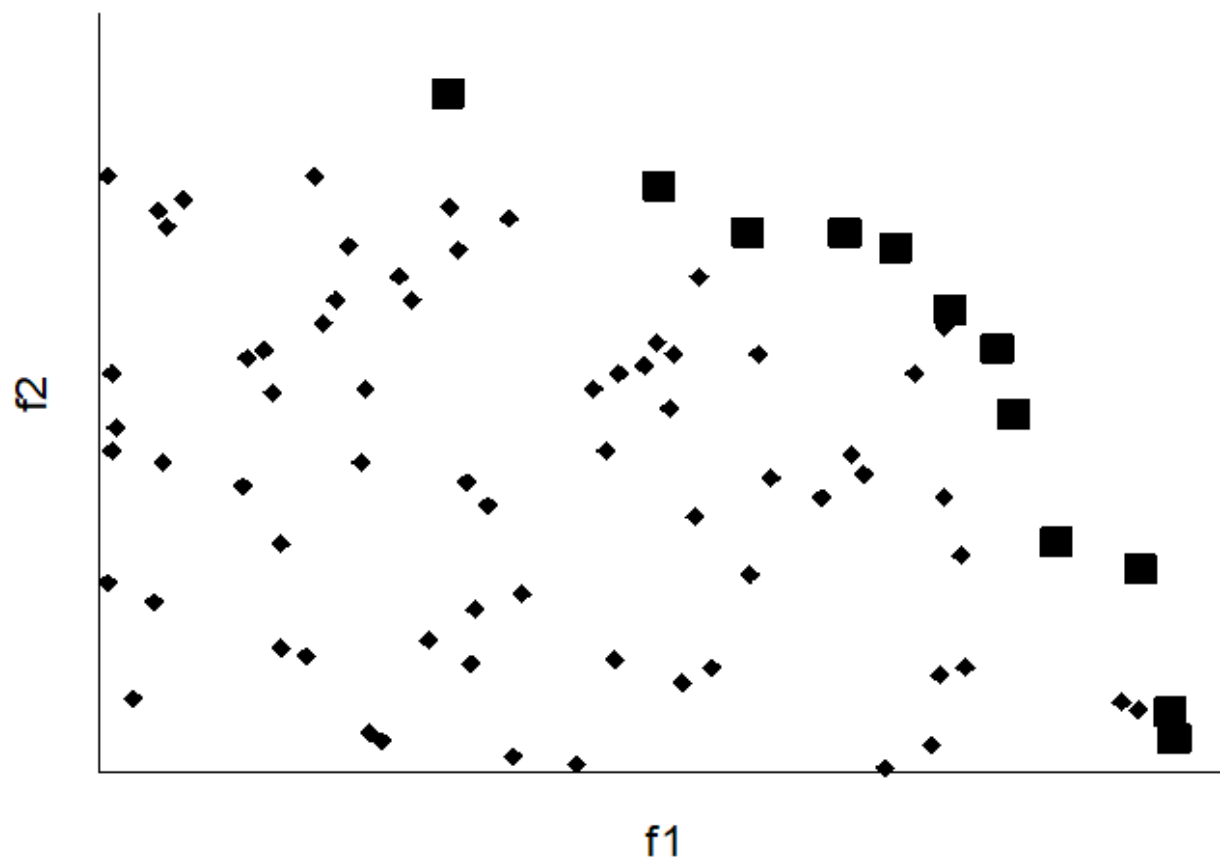
Maksymalizuj/minimalizuj $z_j = f_j(\mathbf{x})$

p.o. $\mathbf{x} \in D$

Relacja dominacji (maksymalizacja)



Rozwiązania Pareto-optymalne – obraz w przestrzeni kryteriów



Dlaczego rozwiązania Pareto-optymalne?

- Ostateczny cel wybór jednego rozwiązania
- Przy ogólnie akceptowanym założeniu:
Decydent zawsze preferuje poprawę jednego kryterium bez pogorszenia pozostałych – zgodność preferencji z relacją dominacji
⇒ najlepsze rozwiązanie należy do zbioru rozwiązań Pareto-optimalnych

Klasyfikacja metod rozwiązywania problemów optymalizacji wielokryterialnej

- Specyfikacja preferencji **a priori**
 - Np. budowa funkcji użyteczności a potem jej optymalizacja
- **Dialogowa** specyfikacja preferencji
 - Np. kolejne funkcje skalaryzujące w kolejnych iteracjach
- Specyfikacja preferencji **a posteriori**
 - Najpierw generowanie rozwiązań (w przybliżeniu) Pareto-optymalnych, potem wybór

Jednokryterialne IMO w optymalizacji wielokryterialnej

- Specyfikacja preferencji **a priori**
 - Np. zastosowanie do optymalizacji funkcji użyteczności
- **Dialogowa** specyfikacja preferencji
 - Np. zastosowanie do optymalizacji funkcji skalaryzujących
- Specyfikacja preferencji **a posteriori**
 - Np. seria problemów optymalizacji dla różnych funkcji skalaryzujących rozwiązywanych przy pomocy metaheurystyki

Cel metaheurystyk wielokryterialnych

- Wygenerować w jednym przebiegu zbiór rozwiązań będących przybliżeniem całości lub części zbioru rozwiązań Pareto-optimalnych (podejście a posteriori lub dialogowe)
- Przybliżenie:
 - Nie wszystkie rozwiązania Pareto-optimalne muszą się znaleźć w przybliżeniu
 - Rozwiązania z przybliżenia mogą być zdominowane, ale bliskie Pareto-optimalnym

Presja selekcyjna w przypadku wielokryterialnym

Zainicjuj pamięć **M**

Wygeneruj i oceń początkową populację **X**

Uaktualnij **M** na podstawie **X**

Powtarzaj

*Jak oceniać rozwiązania
w przypadku wielu kryteriów*

Na podstawie populacji **X**, jej ocen oraz pamięci **M** wygeneruj i oceń populację **X'**

Uaktualnij **M** na podstawie **X'**

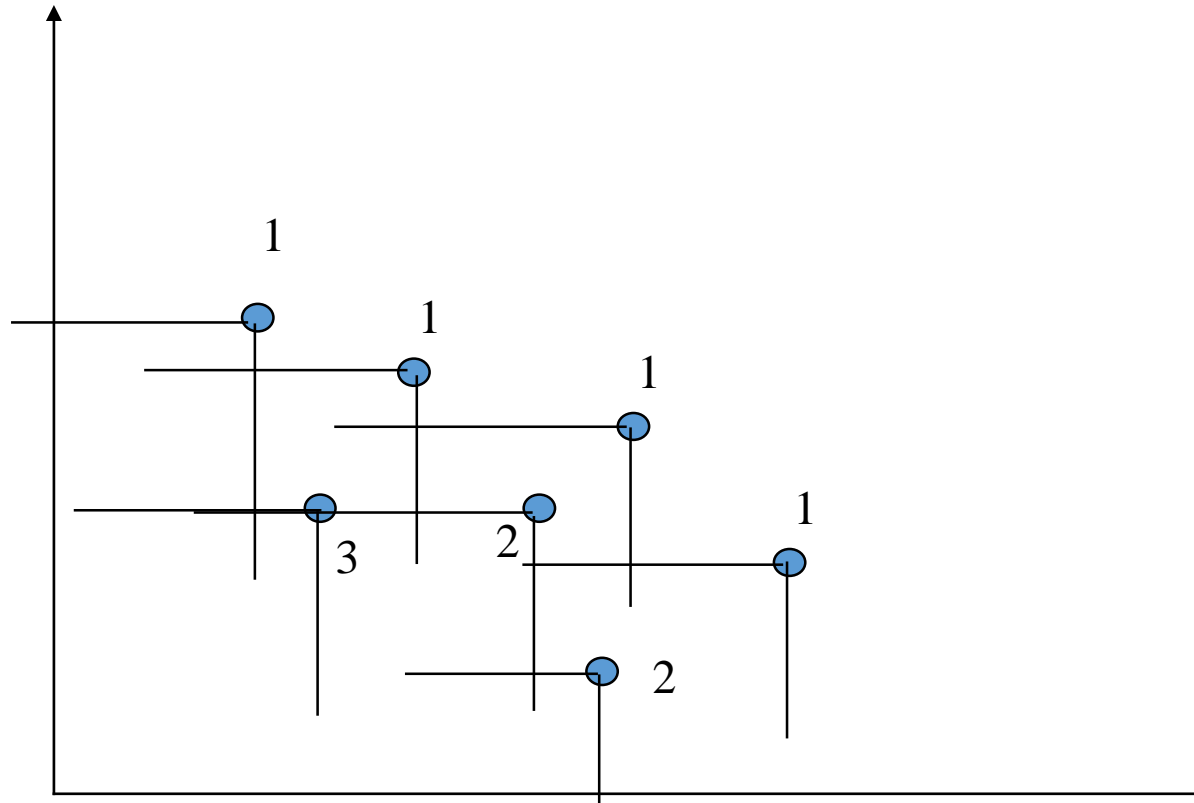
Z $X \cup X'$ wybierz nową populację **X**

Do momentu spełnienia warunków stopu

Klasyfikacja metod

- Metody oparte na relacji dominacji
 - Algorytmy ewolucyjne z rankingiem Pareto – NSGA-II
 - Pareto local search – przeszukiwanie lokalne Pareto
- Algorytmy oparte na dekompozycji/skalaryzacji
 - MOEA/D, MOGLS
- Algorytmy bazujące na wskaźnikach jakości – indicator-based
 - HypE, SMS-EMOA, FV-MOEA

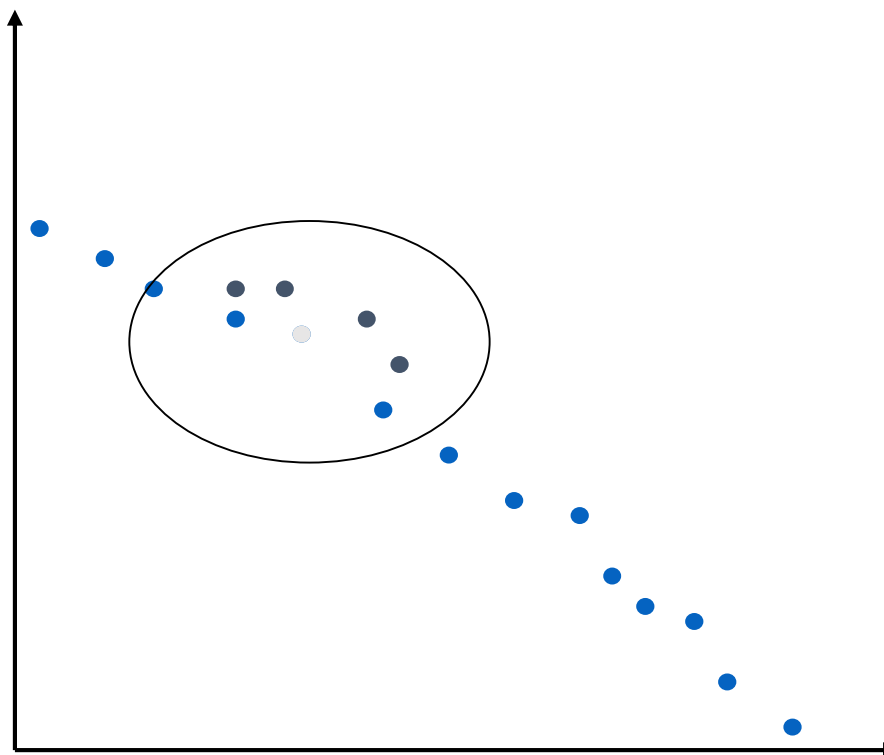
Ranking Pareto



Cechy presji selekcyjnej opartej na relacji dominacji

- + Niezależność od skalowania kryteriów
- + Brak lub niewielka liczba parametrów
- Wszystkie (lokalnie) Pareto-optymalne rozwiązania mają ten sam ranking – brak presji selekcyjnej do rozpraszania/równomiernego rozmieszczenia rozwiązań
- Wiele lokalnych ruchów może nie zmieniać rankingu
- Ranking stają się „płaskie” przy wzroście liczby kryteriów
- Ocena może być stosunkowo kosztowna czasowo

Przeszukiwanie lokalne Pareto

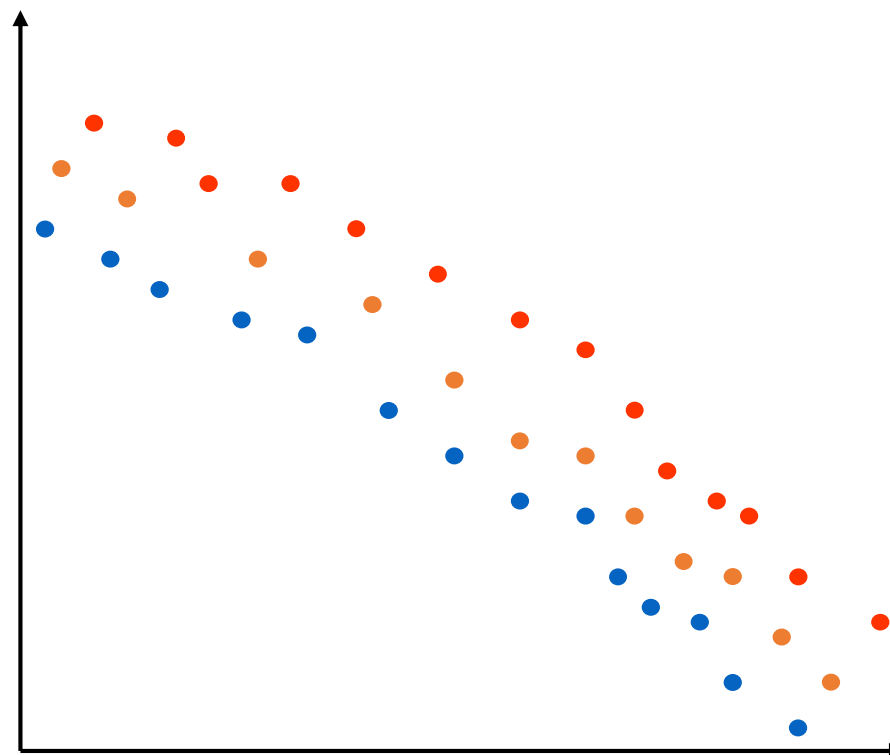


Przeszukiwanie lokalne Pareto

W każdej iteracji

Dla każdego potencjalnie Pareto-
optymalnego (*PPO*) rozwiązania \mathbf{x}

Znajdź wszystkie lokalnie
niezdominowane rozwiązania w $N(\mathbf{x})$ i
zaktualizuj zbiór *PPO*

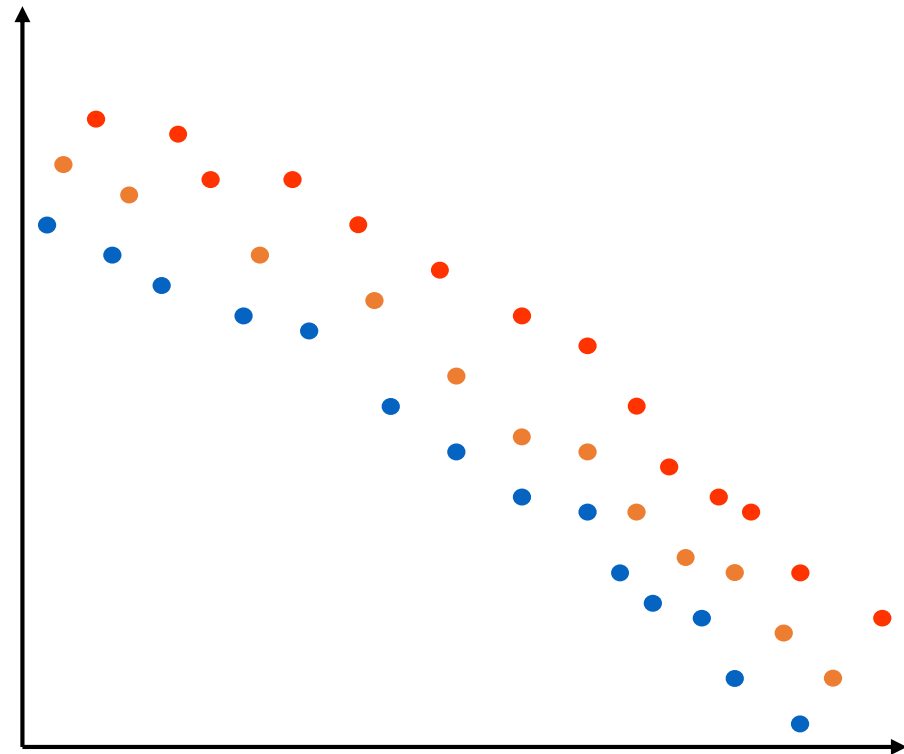


Inny punkt widzenia – lokalne przeszukiwanie na zbiorze

Wygeneruj początkowy zbiór *PPO*
powtarzaj

Przejrzyj sąsiedztwo *PPO* i
zaktualizuj *PPO*

dopóki *PPO* nie został poprawiony

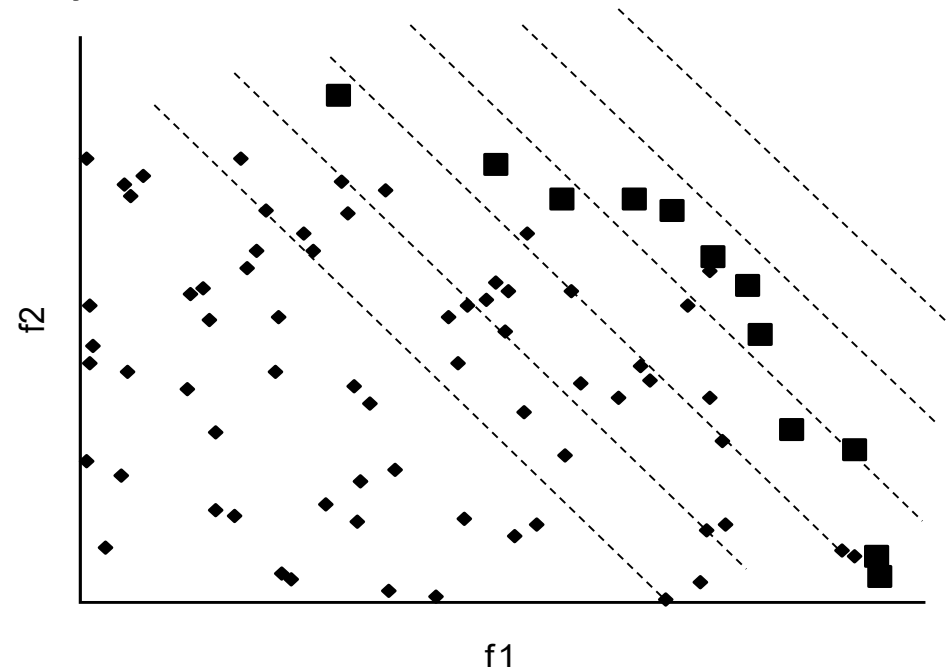


Przeszukiwanie lokalne Pareto - cechy

- Bardzo nieefektywne przy startowaniu ze słabych rozwiązań
- Bardzo efektywne (najlepsze wyniki dla wielu dwukryterialnych problemów) przy startowaniu z próby rozwiązań bliskich Pareto-optymalnym
- Szybki spadek efektywności dla trzech i więcej kryteriów
 - Lokalne przeszukiwane Pareto dla więcej niż dwóch kryteriów – wybór obiecujących rozwiązań do eksploracji sąsiedztwa, zastosowanie ND-Tree
 - Many-objective Pareto local search, A Jaskiewicz, European Journal of Operational Research 271 (3), 1001-1013, 2018

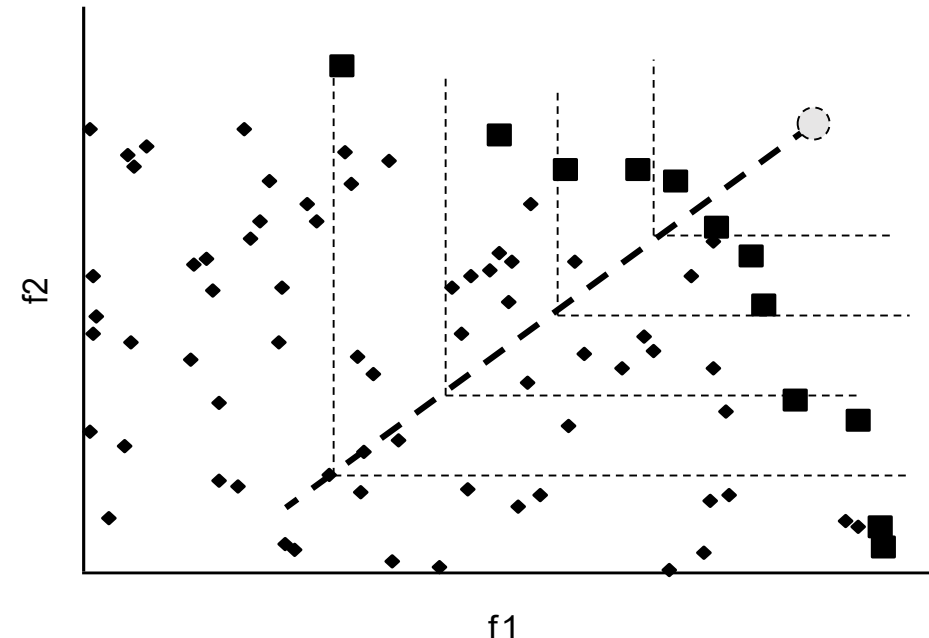
Liniowa funkcja skalaryzująca

- $s_1(\mathbf{z}, \Lambda) = \sum_{j=1}^J \lambda_j z_j$
- Każda liniowa funkcja skalaryzująca ma co najmniej jedno optimum w zbiorze rozwiązań Pareto-optimalnych



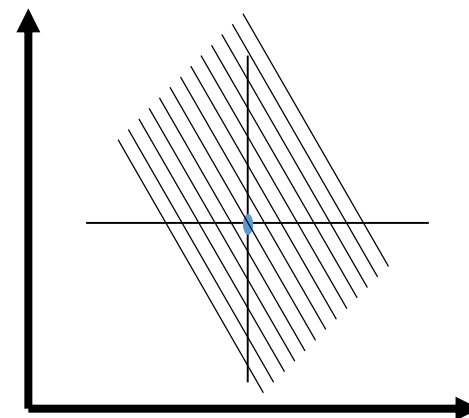
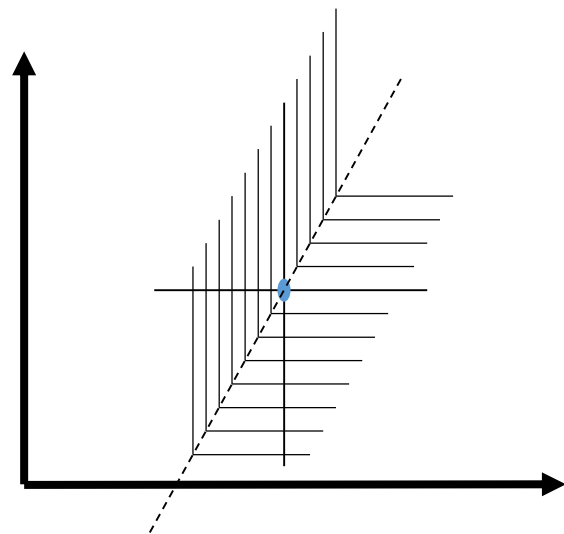
Funkcja skalaryzująca Czebyszewa

- $s_{\infty}(\mathbf{z}, \mathbf{z}^0, \Lambda) = \max_j \{\lambda_j (z_j^0 - z_j)\}$
- Dla każdego rozwiązania Pareto-optimalnego istnieje funkcja skalaryzująca Czebyszewa, dla której rozwiązanie to jest optimum
- Każda funkcja skalaryzująca Czebyszewa ma co najmniej jedno optimum w zbiorze rozwiązań Pareto-optimalnych

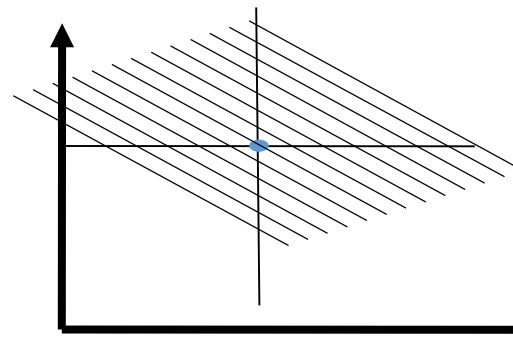
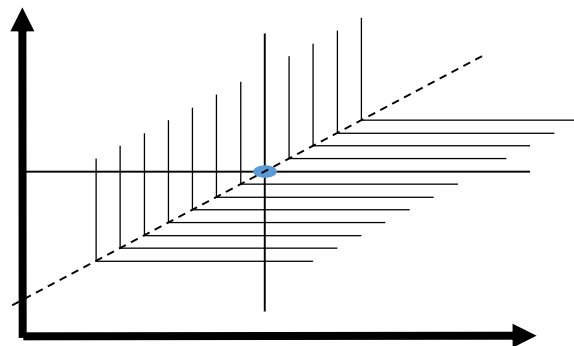


Rola wag w funkcjach skalaryzujących

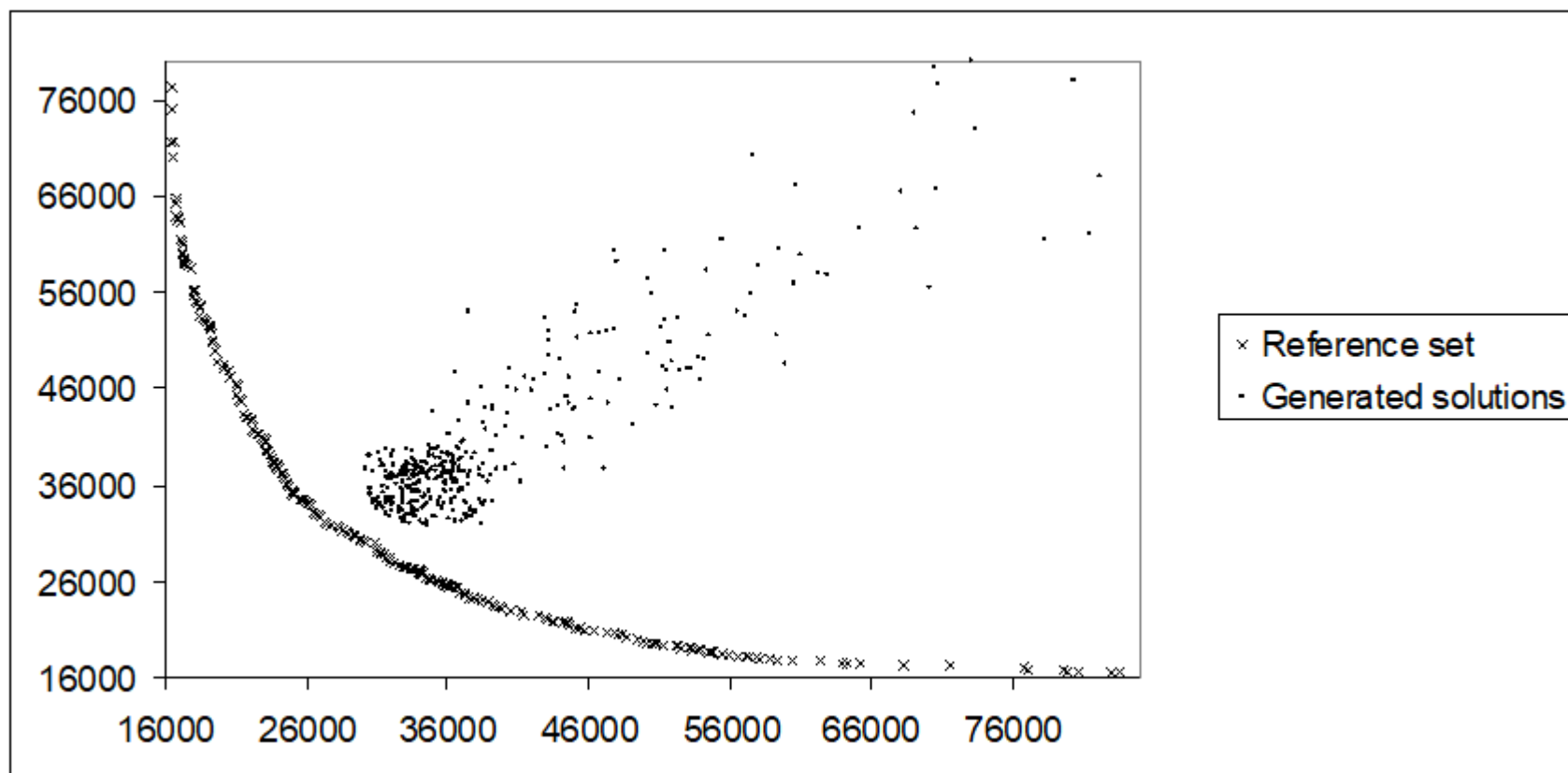
$$\lambda_1 > \lambda_2$$



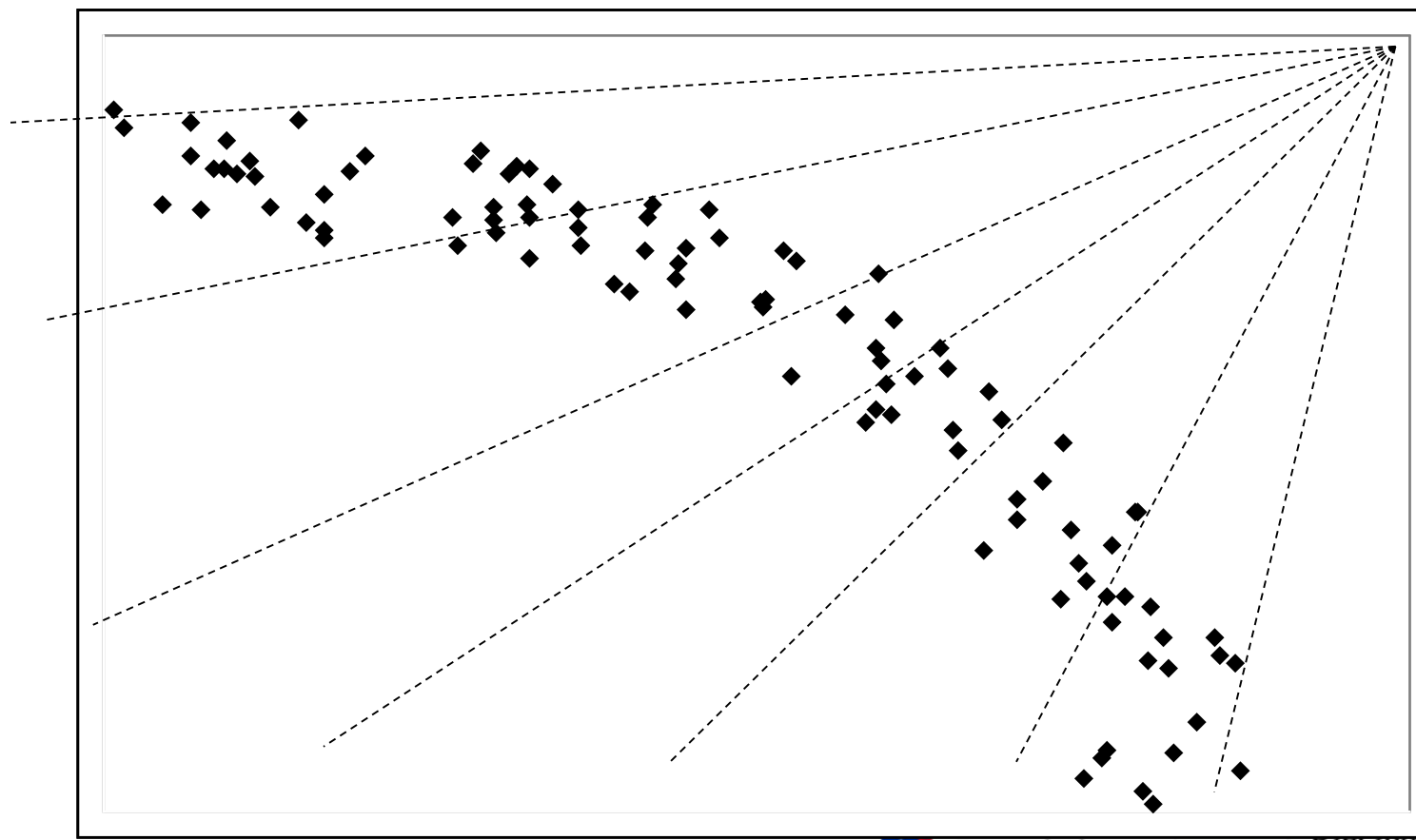
$$\lambda_1 < \lambda_2$$



Optymalizacja pojedynczej funkcji skalaryzującej



Różne kierunki (wektory wag) pozwalają pokryć cały zbiór Pareto



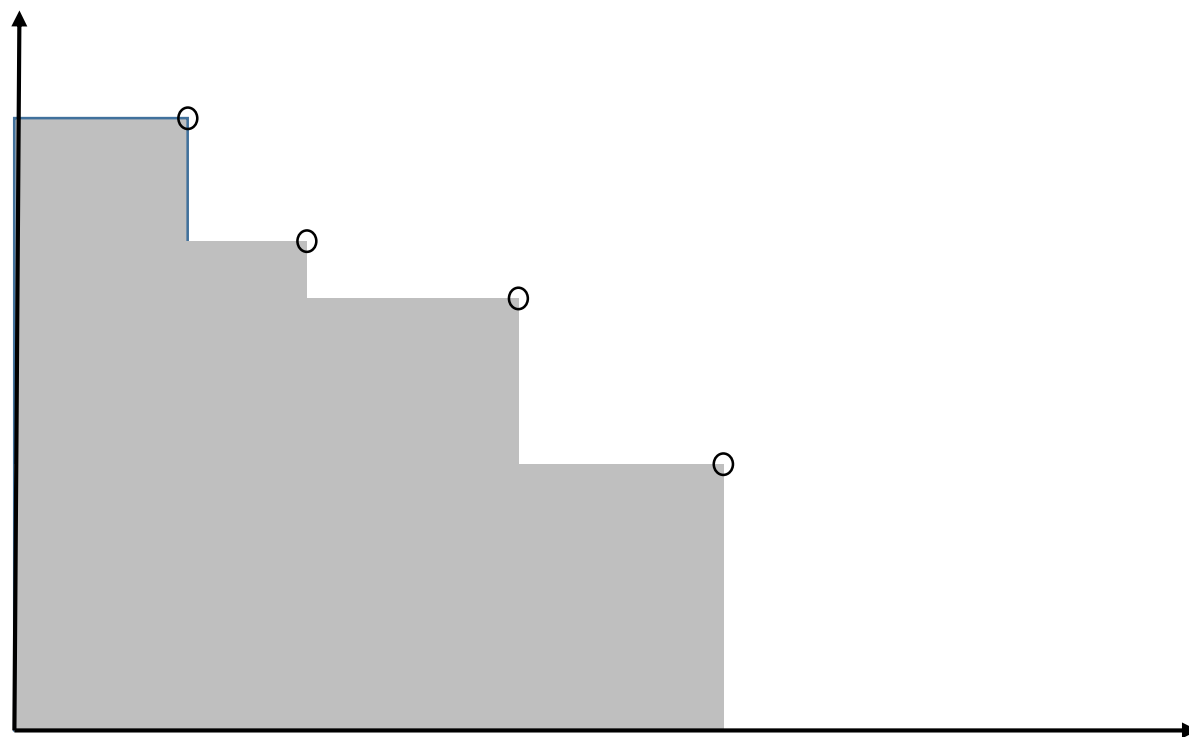
Algorytmy oparte na dekompozycji/skalaryzacji

- Predefiniowane kierunki
 - MOSA, MOEA/D
- Losowy wybór kierunku dla danej iteracji
 - MOGLS
- Wspólna populacja dla wszystkich kierunków – efekt powinien być lepszy od niezależnej optymalizacji pewnej liczby funkcji skalaryzujących
 - MOEA/D, MOGLS

Algorytmy bazujące na wskaźnikach jakości – indicator-based

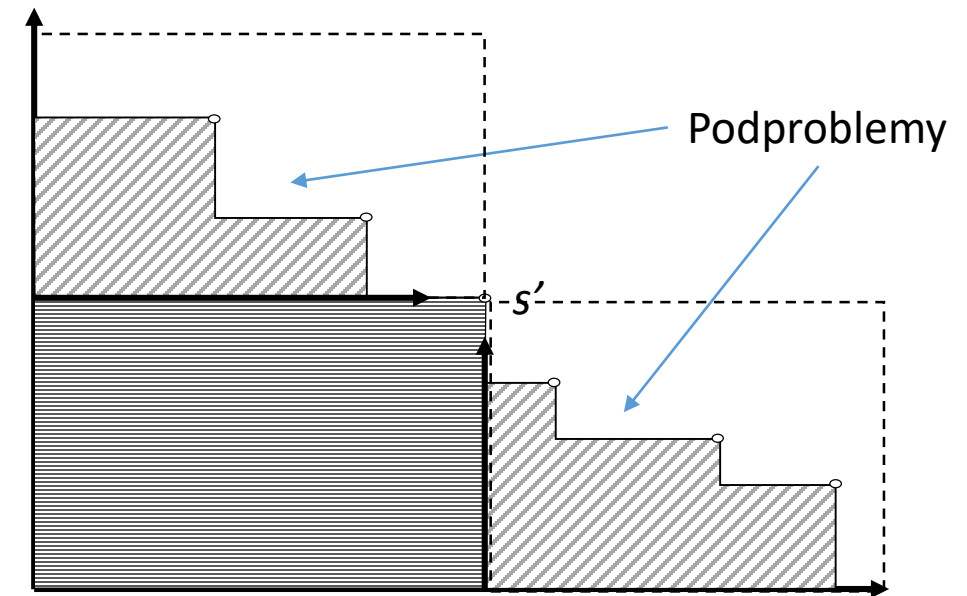
- Wskaźnik jakości – miara jakości przybliżenia zbioru Pareto przez zbiór rozwiązań (np. przez bieżącą populację)
- Nowe rozwiązania oceniane pod względem wpływu a ten wskaźnik
- Najpopularniejszy wskaźnik – hypervolume obszaru zdominowanego przez co najmniej jedno rozwiązanie
 - Zaleta – zgodność z relacją dominacji – dodanie nowego dominującego lub niezdominowanego rozwiązania zawsze poprawie ten wskaźnik
 - Problemy – duża złożoność obliczeniowa – wzrost wykładniczy wraz ze wzrostem liczby kryteriów
- Powszechnie stosowany także do oceny wyników innych algorytmów wielokryterialnych

Hypervolume

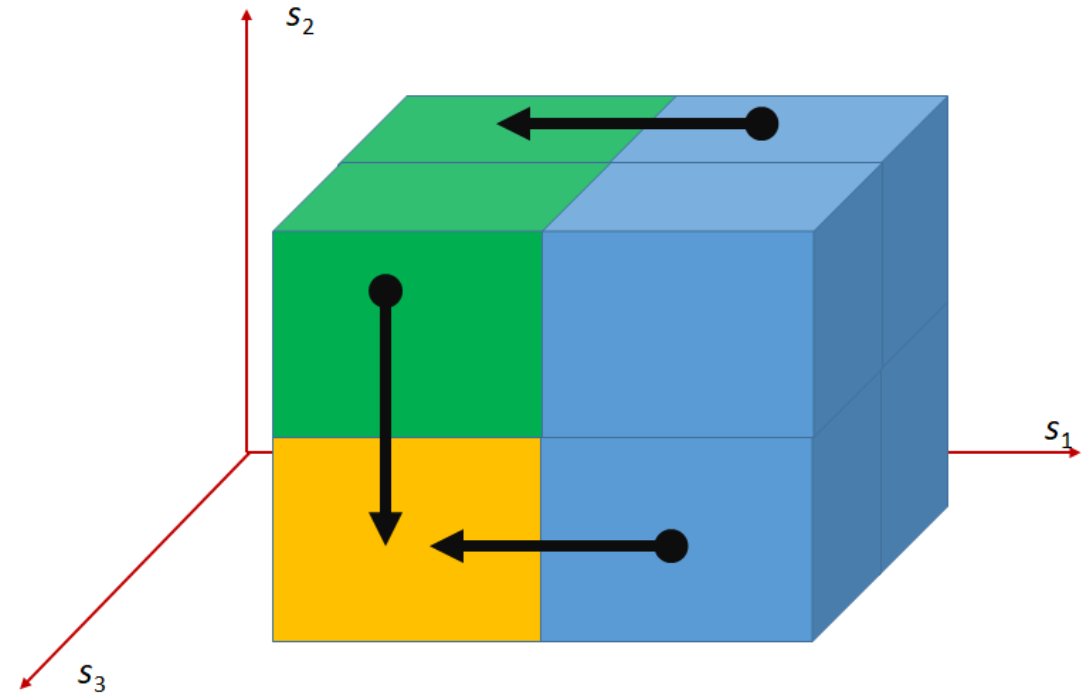
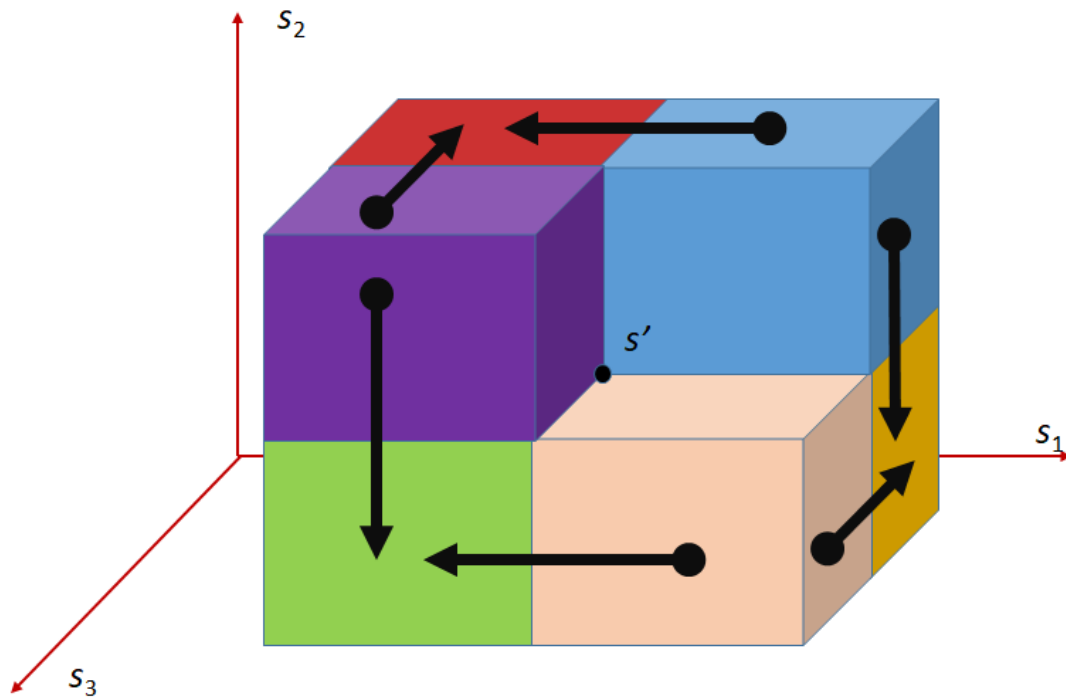


Improved quick hypervolume algorithm

- Jeden z najszybszych algorytmów dokładnych dla obliczania hypervolume typu dziel i rządź (divide and conquer)
- Hypervolume zbioru punktów to hypervolume obszaru zdominowanego przez jeden punkt + hypervolume dla pewnej liczby mniejszych podproblemów



Quick hypervolume vs improved quick hypervolume algorithm



Główne prace własne w tym zakresie

- Pareto simulated annealing – jedna z pierwszych metod oparta na symulowanym wyżarzaniu, pierwsza populacyjna
 - Pareto simulated annealing—a metaheuristic technique for multiple-objective combinatorial optimization. P Czyżak, A Jaskiewicz, Journal of Multi-Criteria Decision Analysis 7 (1), 34-47, 1998.
- Jedna z pierwszych prac nt. oceny zbiorów rozwiązań będących przybliżeniami zbiorów Pareto
 - Evaluating the quality of approximations to the non-dominated set, MP Hansen, A Jaskiewicz, IMM, Department of Mathematical Modelling, Technical University of Denmark
- Jeden z pierwszych hybrydowych algorytmów ewolucyjnych opartych na skalaryzacji/dekompozycji (pierwszy efektywny)
 - Genetic local search for multi-objective combinatorial optimization, A Jaskiewicz, European journal of operational research 137 (1), 50-71, 2002.
 - On the performance of multiple-objective genetic local search on the 0/1 knapsack problem—a comparative experiment, A Jaskiewicz, IEEE Transactions on Evolutionary Computation 6 (4), 402-412, 2002

Główne prace własne w tym zakresie

- Lokalne przeszukiwane Pareto – najlepsze (w swoim czasie) wyniki dla dwukryterialnego TSP
 - Speed-up techniques for solving large-scale biobjective TSP, T Lust, A Jaskiewicz, Computers & Operations Research 37 (3), 521-533, 2010
 - Proper balance between search towards and along Pareto front: biobjective TSP case study, A Jaskiewicz, T Lust, Annals of Operations Research 254 (1), 111-130, 2017
- Efektywne filtrowanie rozwiązań potencjalnie Pareto-optimalnych
 - ND-tree-based update: a fast algorithm for the dynamic nondominance problem, A Jaskiewicz, T Lust, IEEE Transactions on Evolutionary Computation 22 (5), 778-791, 2018
- Lokalne przeszukiwane Pareto dla więcej niż dwóch kryteriów – wybór obiecujących rozwiązań do eksploracji sąsiedztwa, zastosowanie ND-Tree
 - Many-objective Pareto local search, A Jaskiewicz, European Journal of Operational Research 271 (3), 1001-1013, 2018

Główne prace własne w tym zakresie

- Algorytmy obliczania hypervolume
 - Improved quick hypervolume algorithm, A Jaskiewicz, Computers & Operations Research 90, 72-83, 2018
 - Approximate Hypervolume Calculation with Guaranteed or Confidence Bounds, A Jaskiewicz, R Susmaga, P Zielniewicz, International Conference on Parallel Problem Solving from Nature, 215-228, 2020
 - Quick Extreme Hypervolume Contribution Algorithm, A Jaskiewicz, P Zielniewicz, GECCO 2021.
 - Andrzej Jaskiewicz and Piotr Zielniewicz. 2022. Greedy Decremental Quick Hypervolume Subset Selection Algorithms. PPSN XVII, 164–178.
 - A. Jaskiewicz and P. Zielniewicz, "Improving the Efficiency of the Distance-Based Hypervolume Estimation Using ND-Tree," in IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2024
- Dokładny algorytm obliczania wskaźnika R2
 - A. Jaskiewicz and P. Zielniewicz, "Exact calculation and properties of the R2 multiobjective quality indicator," in IEEE Transactions on Evolutionary Computation, (accepted)