

Группа **M3215**_____ К работе допущен_____

Студент **Каримов Максим Дмитриевич**_____ Работа выполнена 9.09.2024г_____

Преподаватель **Хвастунов Н.Н.**_____ Отчет принят_____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1

Исследование распределения случайной величины

1. Цель работы.

Исследование распределения случайной величины на примере многократных измерений определённого интервала времени.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

- 1. Провести многократные измерения определенного интервала времени.
- 2. Построить гистограмму распределения результатов измерения.
- 3. Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
- 4. Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.

3. Объект исследования.

Случайное распределение реальных значений временных интервалов при замере интервалов в 10 секунд.

4. Метод экспериментального исследования.

Многократные прямые измерения. Выбирается устанавливаемый по часам или секундомеру промежуток времени $T = 10\text{с}$. Многократно устанавливая этот промежуток времени, проведено $N = 50$ измерений. Результат каждого измерения (показания цифрового хронометра) занесены во второй столбец Табл.1.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

$$p(t) = \lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ \Delta t \rightarrow 0}} \frac{\Delta N}{N \Delta t} = \frac{1}{N} \frac{dN}{dt} \quad (1) - \text{функция плотности}$$

$$p(t) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{(t - \langle t \rangle)^2}{2\sigma^2} \right) \quad (2) - \text{функция плотности вероятности от } (\sigma, t)$$

$$\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} (t_1 + t_2 + \dots + t_N) \quad (3) - \text{матожидание замера времени } t \text{ от } N$$

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2} \quad (4) - \text{выборочное среднеквадратичное отклонение от } t$$

$$\rho_{max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \quad (5) - \text{максимальное значение плотности вероятности}$$

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2} \quad (6) - \text{среднеквадратичное отклонение среднего значения}$$

$$\Delta t = t_{\alpha, N} * \sigma_{\langle t \rangle} \quad (7) - \text{доверительный интервал для измеряемого в работе промежутка времени.}$$

$t_{\alpha, N} = 2,01$ значение коэффициента Стьюдента при доверительной вероятности $\alpha = 0,95$ и количестве измерений $N = 50$.

6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Цифровой секундомер			0,01с
2	Часы		Весь циферблат	

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1)

Не требуется

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

Таблица 1. Результаты прямых измерений и отличие от среднего результата.

№	t_i, c	$t_i - \langle t \rangle_N, c$	$(t_i - \langle t \rangle_N)^2, c^2$
1	9,93	-0,03	0
2	9,97	0,01	0
3	10,08	0,12	0,01
4	9,94	-0,02	0
5	10,01	0,05	0
6	9,83	-0,13	0,02
7	9,75	-0,21	0,04
8	9,94	-0,02	0
9	9,88	-0,08	0,01
10	10	0,04	0
11	9,88	-0,08	0,01
12	9,94	-0,02	0
13	9,79	-0,17	0,03
14	10,13	0,17	0,03
15	10,2	0,24	0,06
16	9,93	-0,03	0
17	10,13	0,17	0,03
18	10	0,04	0
19	9,94	-0,02	0
20	9,74	-0,22	0,05
21	10	0,04	0
22	9,71	-0,25	0,06
23	9,94	-0,02	0
24	9,94	-0,02	0
25	10	0,04	0
26	10,06	0,1	0,01
27	9,94	-0,02	0
28	9,95	-0,01	0
29	10,07	0,11	0,01
30	10,06	0,1	0,01
31	9,68	-0,28	0,08
32	10,01	0,05	0
33	10	0,04	0
34	10,07	0,11	0,01
35	9,87	-0,09	0,01
36	10,07	0,11	0,01
37	10	0,04	0
38	9,93	-0,03	0
39	9,94	-0,02	0
40	9,95	-0,01	0

41	10,06	0,1	0,01
42	9,93	-0,03	0,00
43	9,67	-0,29	0,08
44	9,87	-0,09	0,01
45	10,2	0,24	0,06
46	9,94	-0,02	0
47	10,27	0,31	0,10
48	10,01	0,05	0
49	10,06	0,1	0,01
50	9,8	-0,16	0,03
	$\langle t \rangle n = 9,96c$	$\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N) = 0,01c$	$\sigma_N = 0,13c$ $\rho_{max} = 3.06c^{-1}$

σ_N посчитана исходя из уравнения(4), уравнения(3) и результатов измерений t . N
 ρ_{max} посчитано исходя из уравнения(5) и значения.

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

Таблица 2. Данные для построения гистограммы.

Границы Интервалов, с	ΔN	$\Delta N/N \cdot \Delta T, c^{-1}$	t, c	ρ, c^{-1}
9,6	2	0,4	9,65	0,18
9,7				
9,7	4	0,8	9,75	0,83
9,8				
9,8	6	1,2	9,85	2,14
9,9				
9,9	16	3,2	9,95	3,05
10				
10	17	3,4	10,05	2,41
10,1				
10,1	4	0,8	10,15	1,05
10,2				
10,2	1	0,2	10,25	0,25
10,3				

- 1) Разделил на 7 интервалов от $t(\min)$ до $t(\max)$
- 2) Посчитал сколько измерений попадает в каждый интервалов
- 3) Посчитал значение плотности вероятности по формуле 3 столбец
- 4) 4 столбец это середины интервалов
- 5) Посчитал значения плотности вероятности по формуле (2) в точках взятых в 4 столбце - 5 столбец

Таблица 3. Стандартные доверительные интервалы.

	Интервал, с		ΔN	$\Delta N/N$	P
	от	до			
$\langle t \rangle N \pm \sigma n$	9,83	10,09	38	0	0,68
$\langle t \rangle N \pm 2\sigma n$	9,7	10,22	47	0,94	0,95

$\langle t \rangle N \pm 3\sigma n$	9,57	10,35	50	1	1
-------------------------------------	------	-------	----	---	---

В Табл.(3) построчно рассматриваются доверительные интервалы с произвольным радиусом, зависящим от σ и с центром в среднем арифметическом замеров .

- 1) 2 столбец это выбранные интервалы
- 2) кол-во результатов измерений, попадавших в эти интервалы 4 столбец
- 2) 4 столбец - отношения соответствующих "попаданий" к общему числу замеров.
- 3) 5 столбец - значения вероятностей попадания в данные интервалы. (Результаты эксперимента практически в точности воплощают теорию, описывающие значения вероятностей попадания в данные интервалы)

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

Из формулы(7): $\sigma \langle t \rangle = 0.02\text{с}$

Зная значение коэффициента Стьюдента для данного эксперимента (8) и среднеквадратичное отклонение от среднего, можно рассчитать радиус доверительного интервала случайной погрешности:

$$\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma \langle t \rangle = 0.04\text{с}$$

Зная значения обеих погрешностей, можно вычислить абсолютную погрешность результата измерений:

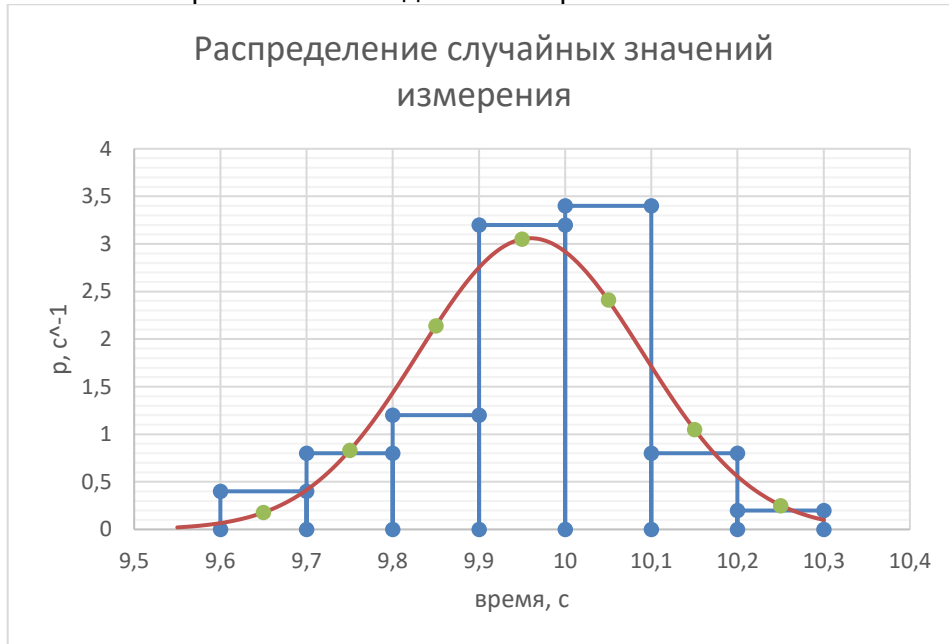
$$\Delta_t = \sqrt{(\Delta t)^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta t\right)^2} = 0.04\text{с}$$

Отсюда следует значение относительной погрешности:

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta_t}{\langle t \rangle_N} * 100\% = 0.4\%$$

11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).

Плотность вероятности попадания измерения в область значений.



12. Окончательные результаты.

$$\langle t \rangle_N = (9.96 \pm 0.04) \text{ с}; \quad \varepsilon_t = 0.4\%; \quad \alpha = 0.95$$

13. Выводы и анализ результатов работы.

В ходе данного эксперимента, было подтверждено, что теория, описывающая нормально распределение измеряемых случайных величин вполне соответствуют действительности: теоретическая вероятность попадания замера в доверительные интервалы совпала с реальным соотношением попавших замеров ко всем замерам.

На Графике Гистограммы, есть соответствие с кривой распределения Гаусса, но есть небольшая погрешность, вероятней всего причиной этому послужила методика эксперимента: имея ориентир в виде секундной стрелки, и человек, который не всегда может остановить таймер вовремя, а именно в 10 секунд, немного нажимает заранее или позднее.

14.Дополнительные задания.

15.Выполнение дополнительных заданий.

16.Замечания преподавателя (*исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещают в этот пункт*).

Примечание:

1. Пункты 1-13 Протокола-отчета обязательны для заполнения.
2. Необходимые исправления выполняют непосредственно в протоколе-отчете.
3. Для построения графиков используют только миллиметровую бумагу.
4. Приложения 1 и 2 вкладывают в бланк протокола-отчета.