Problem 2, 29 вариант

Дианов Максим

26 октября 2021 г.

1 Дано

$u'' + u = 2x^2$, $u(0) = 3$, $u(1) = 1$.

Вложить метод Ритца решения краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения $A_u u + q(x)u = f(x)$ с заданными граничными условиями в общую схему приближенных методов, т. е. конкретно описать пространства U, F, U_n, F_n, и операторы $A, A_n, \varphi_n, \overline{\varphi}_n, \psi_n$ и области их определения и по каким формулам они работают (указать их явный вид). Описать энергетическое пространство оператора A

2 Решение

$domA = \{u \in C^2[0,1] : u(0) = 3, u(1) = 1\}$

$H = L_2(0,1), domA \subset H_A \subset H$

$F = L_2(0,1), f(x) = 2x^2$

$U_n =< w_1, ..., w_n >\subset H_A$

$F_n = \mathbb{R}^n$

$A : domA \to L_2(0,1) \quad A_u = -u'' + u$

$A_n : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n \quad A_n = [w_i, w_j]_{i,j=1}^n$

$\varphi_n : H_A \to< w_1, ..., w_n > \quad \varphi_n u_n = (c_1, ..., c_n)$

$\overline{\varphi}_n : \mathbb{R}^n \to L_2(0,1) \quad \overline{\varphi}_n u_n = \sum\limits_{i=1}^{n} c_i w_i$

$\psi_n : L_2(0,1) \to \mathbb{R}^n \quad \psi_n f = ((f, w_1), ..., (f, w_n))$

$H_A = \{u : u(0) = 3, u(1) = 1, u' \in L_2(0,1)\}$