

Задание 2

Реализовать метод решения СЛАУ, на выбор: LU-разложение или метод квадратного корня.

Для нескольких плохо обусловленных матриц (например, для матриц Гильберта разного порядка) дополнительно реализовать метод регуляризации:

- параметр α варьировать в пределах от 10^{-12} до 10^{-1} ;
- системы решать с помощью построенного разложения;
- для каждого конкретного значения α найти число обусловленности (скалярное) (матриц A и $A + \alpha E$) и норму погрешности получившегося решения;
- понять, какое значение $\alpha = \bar{\alpha}$ в каждом конкретном случае (= для каждой конкретной матрицы) кажется наилучшим.

Наилучшее $\bar{\alpha}$ находить из предположений, что точным решением является вектор $x_0 = (1, 1, \dots, 1)^T$. Затем проверить этот результат на случайном векторе x_0 (т.е. найти и сравнить решения систем $Ax = b$, $(A + \bar{\alpha}E)x = b$, $(A + 10\bar{\alpha}E)x = b$, $(A + 0,1\bar{\alpha}E)x = b$; здесь $b = Ax_0$).

Литература

Упорядочены по уменьшению полезности, с моей точки зрения.

К.Ю.Богачев, “Практикум на ЭВМ. Методы решения линейных систем и нахождения собственных значений” (LU и QR разложения)

В.М.Рябов, И.Г.Бурова и др., методичка “О численном решении систем линейных алгебраических уравнений с плохо обусловленными матрицами”. (про регуляризацию)

И.С.Березин, Н.П.Жидков, учебник “Методы вычислений”, том 2. (про метод квадратного корня)