In [1]:

```
import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import scipy.stats as sts
%matplotlib inline
```

Считывание данных

In [2]:

```
file_obj = open('6.csv', 'r')
# массив данных
date = np.array([])
# значение лямбда
lam true = file obj.readline().split(' ')
lam true = 1/float(lam true[-1])
# t0
t0 = file obj.readline().split(' ')
t0 = float(t0[-1])
# t
t = file obj.readline().split(' ')
t = float(t[-1])
# приведение данных к float
for line in file obj:
    line = line[:-1]
    date = np.append(date, float(line))
file obj.close()
# сортировка данных по возрастанию
date.sort()
```

```
In [3]:
```

```
print lam_true
```

0.00952380952381

Вывод формулы $E(N_t|N_s)$

```
E(N_t|N_s) = E(N_t - N_s|N_s) + E(N_s|N_s) =  по св-ву условного матожидания | = E(N_t - N_s|N_s) + E(N_s) =  из независимости | (N_t - N_s) и N_s и т.к. рассматривается ситуация в момент времени s | = E(N_t - N_s) + N_s
```

$$E(N_t - N_s) = \lambda * (t - s)$$

Таким образом:

$$E(N_t|N_s) = \lambda * (t - s) + N_s$$

Построение прогноза

In [4]:

```
def bayesian_estimation(sample, alpha, beta):
    sum_sample = sample[-1] - sample[0]
    conditional_expectation = (sample.size + alpha)/(sum_sample + beta)
    return conditional_expectation
```

In [5]:

```
def get forecast with est(t, t0, date, alpha, beta):
    # прогноз количества серверов, которые сломаются в момент времени t
    # в i-ой ячейке хранится предсказание, данное в i*t0 момент времени
    break servers = np.zeros(int(t/t0))
    lam = 0
    # количество серверов, сломавшихся к данному моменту
    cur_broke_servers = 0
    for time in np.arange(t0, t, t0):
        # обновляем количество сломавшихся серверов к моменту времени time
        while cur broke servers < date.size and date[cur broke servers] <= tin</pre>
            cur broke servers += 1
        # обновляем значение lam
        lam = bayesian estimation(date[:cur broke servers], alpha, beta)
        # прогноз, полученный в момент времени time
        break servers[int(time/t0)] = lam*(t - time) + cur broke servers
    return break_servers
```

In [6]:

```
def get_forecast_with_true_lambda(t, t0, date, lam):
    # прогноз количества серверов, которые сломаются в момент времени t
    # в i-ой ячейке хранится предсказание, данное в i*t0 момент времени
    break_servers = np.zeros(int(t/t0))

# количество серверов, сломавшихся к данному моменту
    cur_broke_servers = 0

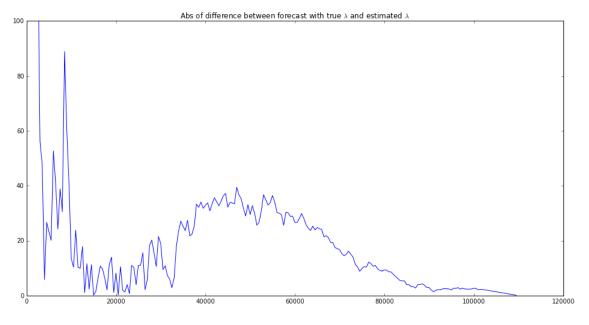
for time in np.arange(0, t, t0):
    # обновляем количество сломавшихся серверов к моменту времени time
    while cur_broke_servers < date.size and date[cur_broke_servers] <= tin
        cur_broke_servers += 1

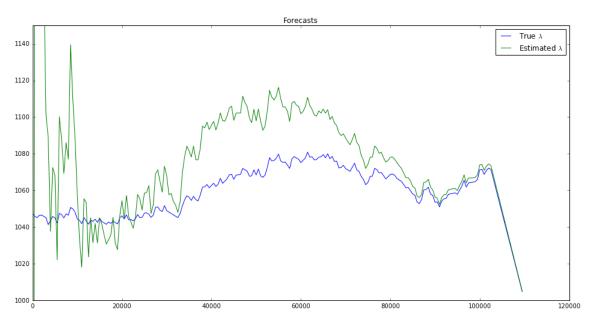
# прогноз, полученный в момент времени time
    break_servers[int(time/t0)] = lam*(t - time) + cur_broke_servers</pre>
return break_servers
```

 $\alpha=1$ потому что мы не знаем ничего о распределении λ а при $\alpha>1$ появляется горб в окрестности какого-то числа. $\beta=1$ - чтобы график плотности был достаточно плавный.

In [7]:

```
# строим график прогноза от времени
# время
time = np.arange(0, t, t0)
# параметры априорного распределения
alpha = 1
beta = 1
# прогнозы
true forecast = get forecast with true lambda(t, t0, date, lam true)
est forecast = get forecast with est(t, t0, date, alpha, beta)
# построение графиков
plt.figure(figsize=(16, 18))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(time, np.abs(true forecast - est forecast))
plt.vlim(0, 100)
plt.title('Abs of difference between forecast with true $\\lambda$ and estimat
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(time, true forecast, label = 'True $\\lambda$')
plt.plot(time, est forecast, label = 'Estimated $\\lambda$')
plt.ylim(1000, 1150)
plt.legend()
plt.title('Forecasts')
plt.show()
```





In [8]:

на всякий случай печать прогноза с данным лямбда print true_forecast

03.05.2016		7.4		
[1047.61904762 046.57142857	1045.85714286	1045.0952381	1046.33333333	1
1045.80952381 045.76190476	1045.04761905	1041.28571429	1043.52380952	1
1045. 044.95238095	1042.23809524	1047.47619048	1046.71428571	1
1047.19047619	1046.42857143	1050.66666667	1049.9047619	1
048.14285714 1044.38095238	1043.61904762	1041.85714286	1045.0952381	1
043.3333333 1041.57142857	1043.80952381	1043.04761905	1044.28571429	1
042.52380952 1044.76190476	1043.	1042.23809524	1041.47619048	1
042.71428571 1041.95238095	1043.19047619	1042.42857143	1041.66666667	1
044.9047619 1046.14285714	1044.38095238	1046.61904762	1043.85714286	1
044.0952381 1043.333333333	1044.57142857	1046.80952381	1045.04761905	1
045.28571429 1047.52380952	1047.76190476	1047.	1045.23809524	1
046.47619048 1050.71428571	1050.95238095	1049.19047619	1048.42857143	1
051.66666667 1048.9047619	1048.14285714	1047.38095238	1046.61904762	1
045.85714286 1045.0952381	1047.33333333	1051.57142857	1054.80952381	1
057.04761905 1056.28571429	1054.52380952	1056.76190476	1055.	1
054.23809524 1057.47619048	1061.71428571	1061.95238095	1063.19047619	1
061.42857143 1062.66666667	1063.9047619	1062.14285714	1063.38095238	1
066.61904762 1063.85714286	1065.0952381	1066.33333333	1068.57142857	1
068.80952381 1066.04761905	1068.28571429	1068.52380952	1068.76190476	1
072. 1071.23809524	1070.47619048	1067.71428571	1067.95238095	1
071.19047619 1068.42857143	1071.66666667	1067.9047619	1067.14285714	1
068.38095238 1072.61904762	1077.85714286	1076.0952381	1076.33333333	1
077.57142857 1079.80952381	1076.04761905	1075.28571429	1075.52380952	1
073.76190476 1072.	1077.23809524	1078.47619048	1077.71428571	1
076.95238095 1075.19047619	1076.42857143	1077.66666667	1080.9047619	1
078.14285714 1078.38095238	1076.61904762	1076.85714286	1078.0952381	1
078.33333333 1079.57142857	1077.80952381	1080.04761905	1077.28571429	1
078.52380952 1075.76190476	1076.	1072.23809524	1072.47619048	1
073.71428571 1071.95238095	1071.19047619	1070.42857143	1072.66666667	1

074.9047619				
1071.14285714	1070.38095238	1067.61904762	1065.85714286	1
063.0952381				
1064.33333333	1067.57142857	1067.80952381	1072.04761905	1
071.28571429	1000 70100470	1000	1000 22000524	1
1069.52380952 067.47619048	1069.76190476	1068.	1066.23809524	1
1068.71428571	1068.95238095	1068.19047619	1066.42857143	1
065.66666667	1000.93230093	1000.1904/019	1000.4203/143	
1064.9047619	1063.14285714	1061.38095238	1061.61904762	1
059.85714286	1000111200711	1001.50055250	1001101301701	_
1058.0952381	1057.33333333	1053.57142857	1052.80952381	1
055.04761905				
1060.28571429	1060.52380952	1061.76190476	1058.	1
057.23809524				
1053.47619048	1053.71428571	1050.95238095	1054.19047619	1
055.42857143	1057 0047610	1050 14205714	1050 20005220	1
1055.66666667 058.61904762	1057.9047619	1058.14285714	1058.38095238	1
1057.85714286	1060.0952381	1062.33333333	1065.57142857	1
061.80952381	1000.0932301	1002.3333333	1005.57142057	_
1064.04761905	1064.28571429	1064.52380952	1064.76190476	1
066.				_
1071.23809524	1071.47619048	1068.71428571	1070.95238095	1
072.19047619				
1071.42857143	1066.6666667	1061.9047619	1057.14285714	1
052.38095238				
1047.61904762	1042.85714286	1038.0952381	1033.33333333	1
028.57142857 1023.80952381	1019.04761905	1014.28571429	1009.52380952	1
004.76190476]	1019.04/01905	1014.203/1429	1009.32300932	Т
007.70130470]				

In [9]:

на всякий случай печать прогноза с оцениваемым лямбда print est_forecast

03.05.2010		7.4		
[0. 170.31757064	1479.10628774	1211.2096518	1210.26440453	1
1178.84865163 072.4509195	1101.36295454	1088.98037259	1037.64854652	1
1068.30417418 069.22802656	1022.12261205	1100.18361654	1087.70656246	1
1086.08604931 088.46302841	1077.02851314	1139.5331691	1110.0660757	1
1057.80007434 053.29429447	1033.19729409	1018.04617081	1055.40379353	1
1023.71008331	1044.95173182	1031.39922629	1041.94967117	1
031.25766651 1044.96254911	1041.40624396	1035.69756708	1030.65366156	1
032.9926001 1035.68724459	1045.27389222	1030.97312936	1027.68482266	1
046.06698077 1054.35995963	1044.65205492	1057.15290725	1045.8331163	1
042.76059052 1039.31199554	1045.34183017	1057.80270055	1055.25622063	1
049.24521497 1058.49952657	1058.86209064	1062.59648815	1047.39520433	1
052.25862444 1068.95295885	1071.21160848	1064.79110299	1059.07190833	1
073.18524457 1067.92021829	1057.60044889	1058.28722911	1053.90975756	1
051.89004812 1047.97940304	1053.74465722	1069.52129165	1078.31831212	1
084.17649595 1081.518681	1078.23593928	1084.20263106	1076.7299886	1
076.70048568 1082.75191729	1095.04655381	1094.11926555	1097.27922761	1
093.22563941 1095.54675009	1097.69315206	1093.01518803	1096.82255093	1
102.29374919 1098.0786652	1097.83467193	1100.66966948	1104.93906029	1
106.01576367 1098.28123738	1102.14085354	1102.29147495	1102.24702616	1
111.46070349 1107.92841144	1105.74566828	1099.5071211	1096.98016065	1
104.30151638 1097.954029	1104.43615093	1097.88722951	1092.83642792	1
095.08150169 1103.53158557	1114.60686374	1110.99998015	1109.32242354	1
111.45059176 1116.25280435	1110.10706772	1105.56352665	1105.53901038	1
103.22499806 1097.6408516	1107.62601597	1108.60105661	1106.54891699	1
105.87586173 1101.83372785	1103.10653676	1105.72157012	1110.80222525	1
106.27116125 1104.26453762	1101.15770375	1100.58297275	1103.41002836	1
102.24507402 1104.37308112	1102.20021454	1104.09789888	1098.69999535	1
100.37068034 1096.85248697	1095.40264116	1091.53312076	1089.94899967	1
090.84646756 1088.69547769	1086.51126059	1084.9496623	1087.74748818	1

091.11769569 1086.22151993	1084.45839823	1079.09112613	1076.38905959	1
071.95322006 1074.2375548	1078.14873156	1078.20629345	1084.25518039	1
082.95246336 1080.23231315 076.38409995	1080.79568344	1077.77442767	1075.42107411	1
1078.11986479 073.4312389	1078.23175491	1076.87174248	1075.0766411	1
1071.95012451 065.24304731	1069.40970334	1066.90110214	1067.02884664	1
1062.1024103 057.80968762	1061.29404056	1056.8878258	1056.10563149	1
1064.31129078 060.17021687	1064.56176232	1066.06676821	1061.75504198	1
1056.42707985 057.62973192	1055.75034369	1052.39099468	1056.13558671	1
1057.80517169 061.02355389	1060.33520659	1060.64738889	1060.8621798	1
1059.94872997 064.14342056	1062.79873729	1064.98104498	1068.5018951	1
1066.76865481 068.39805504	1066.71060511	1066.89505194	1067.15844202	1
1073.91237272 074.43250599	1074.08645994	1070.89092881	1073.24308102	1
1073.54304361 053.93156532	1068.64017404	1063.73730446	1058.83443489	1
1049.02869574 029.41721744	1044.12582617	1039.22295659	1034.32008702	1
1024.51434787 004.90286957]	1019.6114783	1014.70860872	1009.80573915	1

In [10]:

на всякий случай печать исходных данных print lam_true, '\n', t0, '\n', t, '\n', date

	095238095238	31			
500 110	0000.0				
[633	198.4406 3.9109	460.8092	494.1672	517.8483	560.4
48	921.567	1158.8588	1274.4149	1287.2666	1328.93
89	1360.5433	1466.1662	1581.8253	1592.6818	1821.16
37	1821.574	1978.1997	2041.0241	2080.241	2267.94
	2334.7124	2515.4969	2797.2978	2827.6293	2883.97
54	3005.4021	3518.4422	3640.7351	3677.105	3701.69
48	3836.6024	3874.7631	3893.9537	4061.5291	4198.89
96	4226.5964	4266.4072	4331.3636	4419.0845	4493.33
09	4632.8954	4841.545	4854.6571	4917.4448	5289.09
97	5341.4091	5505.4492	5515.7956	5574.0126	5711.17
51	5748.7882	5758.8604	5932.6071	5976.6869	5979.52
18	5979.74	6273.6398	6336.2478	6429.7853	6447.52
24	6589.2105	6626.7495	6857.621	7032.9753	7210.18
2	7229.9956	7370.2266	7375.1584	7458.1236	7467.76
02	7549.1966	7649.2758	7920.8578	7933.7474	8106.38
45	8148.2834	8160.8184	8223.7964	8234.5101	8287.69
9	8300.8639	8357.6157	8371.035	8507.08	8889.98
68	8970.8845	8992.371	9136.5452	9285.1659	9466.95
71	9826.7627				
91	10595.1228	10621.3687	10969.4783	11065.6358	11089.59
21	11104.2035	11144.2902	11183.8962		
91					
03	11414.1819	11587.5524	11691.6212		12033.92
16	12082.042		12516.4022		12669.46
87	12670.8646	12749.5149	12778.7654	12886.7514	13209.14
54	13270.3539	13366.0482	13490.9278	13500.1439	13509.46
41	13561.7326	13728.1727	13892.0573	13987.6753	14074.88
06	14369.6151	14443.9096	14515.7884	14530.4876	14543.63

J3.U3.Z	2010			7.4	
08	14865.3176	14926.5647	14987.2605	14999.1581	15075.13
7	15085.8427 15851.81	15344.2632	15530.1176	15715.1789	15778.33
38	16013.0438	16138.4394	16141.6965	16353.7992	16581.11
	16581.8651	16596.8048	16661.92	16667.0497	16971.55
49	17042.2722	17072.6697	17199.27	17329.2784	17518.24
63	17567.6207	17591.4941	17766.7852	17785.8047	17795.59
55	18104.9975	18327.9242	18419.3775	18498.0124	18697.64
69	18825.6093	18951.0019	18980.4652	19079.3652	19083.91
84	19090.7049	19149.5465	19195.708	19287.8536	19380.62
59	19491.424	19545.6561	19588.2367	19614.8531	19617.87
25	19778.9189	19958.0036	20139.5023	20448.3286	20455.99
73	20618.9989	20619.1092	20666.9317	20751.6735	20897.06
05	20918.2173	20939.6648	21235.2633	21357.8327	21575.92
41	21650.8065	21855.5143	21878.9643	21967.1083	22005.64
9	22056.3098	22390.1757	22459.8703	22507.1727	22644.37
6	22725.7527	22804.4241	22935.5377	22961.2749	23040.11
5	23112.6132	23154.0185	23178.7242	23245.2068	23363.50
39	23407.7153	23589.6478	23707.3862	23739.0186	24100.78
17	24140.4859	24159.0623	24414.5285	24439.5622	24506.03
88	24595.3745	24634.2227	24780.2192	24790.3395	24849.47
1	24956.748	25072.2256	25092.4643	25150.0499	25168.50
34	25468.8685	25514.1468	25704.7445	25721.1483	25739.48
29	26013.865	26244.7956	26481.1452	26554.2068	26577.54
67	26687.3774	26887.9086	26954.3653	26986.4754	27040.75
1	27118.6686	27126.602		27299.8843	27327.05
62	27392.8404	27403.6314		27555.9628	27665.99
79	27865.2897		27932.9349	28030.037	28096.44
15					
94	28400.5865		28771.4682	28840.6398	28990.18
	29087.5932	29136.9677	29207.811	29250.7742	29323.50

74					
	29355.0333	29386.6032	29407.5789	29585.6795	29701.09
47	30044.1611	30137.6325	30353.6023	30479.1865	30685.50
98	30763.2704	30787.6534	30833.3521	31000.1177	31110.45
01	31347.6677	31393.2223	31562.8646	31703.8797	31735.89
37	31860.2996	32063.7306	32085.9182	32273.0142	32411.56
14	32539.8796	32599.4339	32644.0284	32645.987	32829.89
32	32971.0103	32985.7815	33036.9579	33084.0716	33226.61
61	33226.6507	33273.9312	33312.4291	33351.1214	33397.70
1	33399.4407	33609.9533	33672.5605	33748.4726	33765.70
1	33842.3669	33863.2243	33887.6639	33960.8311	34053.16
29 69	34098.1141	34117.6851	34273.4458	34398.1148	34455.07
09	34498.3066	34785.3546	34892.9889	34896.866	34983.58
92	35130.2556	35311.9036	35352.5641	35538.3249	35571.03
72	35690.2041	35769.2146	35812.7005	35830.7949	35873.35
93	36195.7565	36376.9091	36451.9962	36612.2841	36717.99
33	36782.6523	36814.3867	37075.8611	37086.2	37183.80
58	37196.5695	37312.3719	37418.0092	37454.4838	37472.92
19	37542.2663	37568.3675	37631.2187	37641.4571	37675.79
48	37706.1112	37806.6226	37945.6895	37947.4303	38081.66
86	38116.5129	38336.1319	38339.6965	38498.1868	38639.74
74	38644.8054	38783.9427	38833.0396	38847.7694	38982.18
21	39329.0717	39371.8613	39396.0967	39555.5548	39585.20
73	39664.8633	39816.1815	39876.5727	39923.163	40031.74
73 78	40162.9337	40306.5078	40403.3095	40453.2389	40457.28
68	40804.5978	40904.9852	40914.565	41113.2897	41146.29
05	41296.6757	41303.5108	41306.1863	41348.0268	41584.70
39	41602.1985	41660.9861	41718.5723	41828.1462	41944.80
16	41993.2352	41994.9838	42260.4018	42267.8845	42601.19
10					

66	5				
68	56746.6476	57044.1662	57108.3975	57427.5815	57519.27
	57542.8333	57556.0732	57565.2038	57611.3716	57727.75
76	57793.5515	57794.67	57859.3802	57873.429	58281.87
54	58309.1237	58348.9499	58351.7114	58412.0387	58463.74
57	7 58589.085	58674.0961	58739.2244	58973.1935	59077.82
8	59084.7352	59192.2379	59326.539	59664.1191	59772.99
84	59859.3096	60024.7407	60039.0528	60064.1294	60311.32
29	60399.259	60419.4971	60593.1832	60635.59	60722.50
19	60743.2641	60811.8148	60813.3543	61064.0413	61107.05
8	61129.6462	61149.3288	61257.7816	61303.811	61327.96
3	61339.9049	61597.8999	61721.8055	62094.0309	62355.68
62	62371.3986	62461.8157	62469.463	62581.0127	62633.36
65 10	62909.5382	63049.993	63066.495	63071.5224	63428.35
	63482.0046 63703.8208	63654.8086 63825.7572	63688.335 64086.772	63689.226 64303.5269	63693.67 64356.27
39	64446.7921	64480.2545	64510.7858	64543.8524	64675.17
16	64676.8229	64832.0362	64912.3547	65093.6474	65121.84
83		65564.2121	65578.1181	65695.7882	65715.39
8	65790.8613	65902.8764	65934.6063	66443.7286	66490.76
24	66766.2584	66828.0018	66892.8525	66913.6283	66981.37
68 44	66984.5481	67093.347	67262.9172	67711.824	67758.65
	67890.5175	67982.8634	67993.8663	68073.8022	68618.92
18	68630.9743	68655.9248	68667.4571	68840.825	69071.19
73	69135.4098	69153.6295	69246.0587	69255.8872	69465.76
55	69550.2147	69699.592	69798.4332	70160.387	70181.67
48	70249.2344	70417.6431	70556.7333	70780.4992	70905.91
86	70932.0536	71059.1974	71117.9412	71139.5278	71218.55
63 98	71322.4381	71483.347	71499.8089	71566.6667	71652.26
90		71734.1633	71737.8312	71939.5199	71952.87

63					
12	72231.1586	72529.2313	72541.1307	72595.771	72792.31
	73362.7759	73483.852	73765.157	73873.0047	73951.84
61	74161.0742	74481.2302	74513.7086	74572.6141	74635.17
59 70	74743.935	74829.2987	74839.6225	75070.2462	75214.46
79	75293.6079	75336.2335	75367.6723	75384.8351	75434.28
91 94	75474.1485	75580.2461	75619.6621	75921.0063	75961.54
58	75988.9517	76030.8838	76136.2029	76158.5114	76177.03
3	76262.8806	76266.4858	76439.2161	76441.6094	76449.83
5 53	76737.769	76755.2649	76866.0471	76938.6922	77221.84
95	77270.2565	77430.4336	77580.1257	77717.7947	77731.78
36	77769.9325	77817.2476	78153.3478	78285.6833	78394.66
25	78500.2302	78809.583	78812.2345	79096.5885	79100.00
86	79191.7269	79277.678	79348.8651	79456.8268	79502.61
18	79547.6647	79560.4543	79687.1024	79807.9141	79893.87
62	80050.327	80267.9136	80280.3978	80360.2078	80393.69
35	80514.4431	80671.3988	80859.3767	80924.9982	81088.64
09		81196.6982	81694.7815	81757.0568	81792.03
15	81820.8013	82014.989	82272.2056	82284.2752	82405.99
22	82670.2024	82784.7426	82916.489	83008.0939	83315.54
86	83427.019	83520.9254	83547.8566	83724.4714	83787.29
86	83942.8328	84014.5902	84146.0288	84223.9631	84648.39
16	84736.8777	84975.6135	85076.5913	85247.0513	85343.36
93	85376.5709	85687.0515	86014.0628	86023.0831	86024.01
65	86082.5852	86616.448	86662.536	86696.0274	86781.29
87	86836.1881	86964.0984	86988.0592	87058.1764	87074.32
02	87154.1264	87182.6053	87301.2616	87308.1218	87339.37
77	87362.3025	87477.092	87492.5133	87513.796	87549.25
21	87694.8164	87788.6081	87965.9615	88195.8186	88273.78
Z I					

89

102184.8758 102280.5151]