

```
In [1]: import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import scipy.stats as sts
%matplotlib inline
```

**Выборка размера  $N = 10000$  из распределения с плотностью  $p(x) = \frac{5}{x^6}I(x \geq 1)$**

Пусть  $\xi$  — случайная величина с плотностью  $p(x) = \frac{5}{x^6}I(x \geq 1)$ . Тогда

$$E\xi = \int_1^{+\infty} \frac{5 \cdot x}{x^6} dx = -\frac{5}{4x^4} \Big|_1^{+\infty} = \frac{5}{4}$$

$$E\xi^2 = \int_1^{+\infty} \frac{5 \cdot x^2}{x^6} dx = -\frac{5}{3x^3} \Big|_1^{+\infty} = \frac{5}{3}$$

$$D\xi = E\xi^2 - (E\xi)^2 = \frac{5}{48}$$

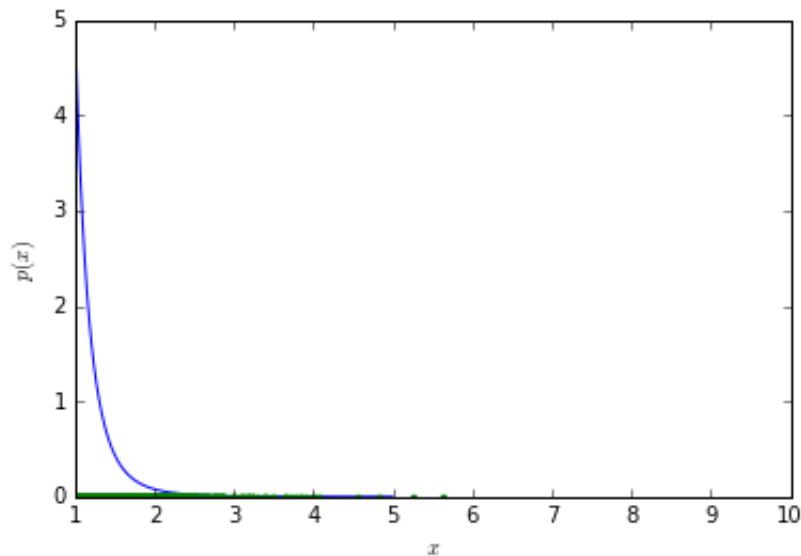
```
In [56]: class minus_six_gen(sts.rv_continuous):
def _pdf(self, x):
return 5./(np.power(x,6))
minus_six = minus_six_gen(a=1, name='minus_six')
```

```
In [71]: N = 10000

sample = minus_six.rvs(size = N)
print sample

[ 1.32468222  1.12302263  1.34223426 ...,  1.06359346  2.27998621
 1.0392573 ]
```

```
In [80]: x = np.arange(1, 5, 0.01)
pdf = minus_six.pdf(x)
plt.plot(x, pdf)
plt.plot(sample, 0*sample, '.')
plt.xlim(1, 10)
plt.ylabel('$p(x)$')
plt.xlabel('$x$')
plt.show()
```



В массивах хранятся элементы, соответствующие выборочному первому и второму моменту, а так же выборочной дисперсии для каждого  $n \leq N$

$$first \sim \bar{X}$$

$$second \sim \bar{X}^2$$

$$S \sim S^2 = \bar{X}^2 - (\bar{X})^2$$

```
In [81]: avrg_1 = float(sample[0])
avrg_2 = float(sample[0])**2

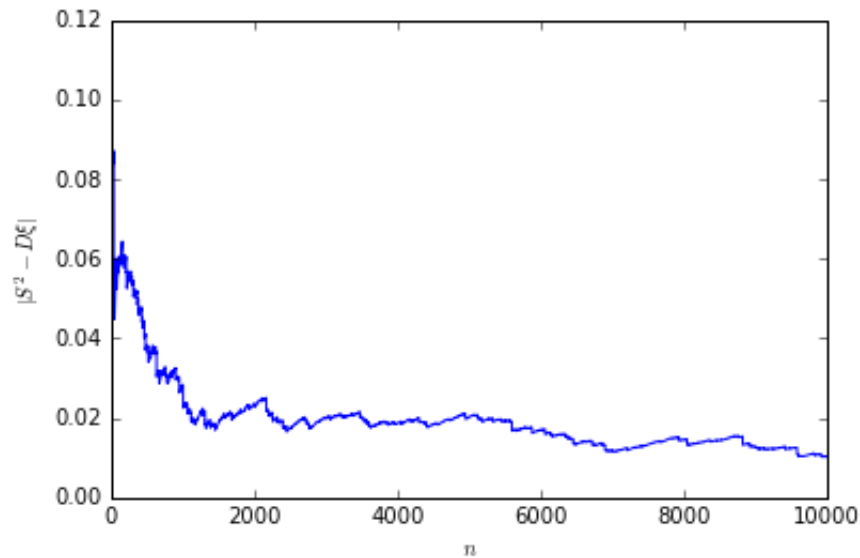
first = np.array([avrg_1])
second = np.array([avrg_2])
for x in xrange(1,N):
    avrg_1 = (avrg_1*x + sample[x])/(x+1)
    first = np.append(first, avrg_1)
    avrg_2 = (avrg_2*x + sample[x]**2)/(x+1)
    second = np.append(second, avrg_2)

S = second - first**2
```

Построение графика модуля разности выборочной дисперсии и

$$D\xi = \frac{5}{48}$$

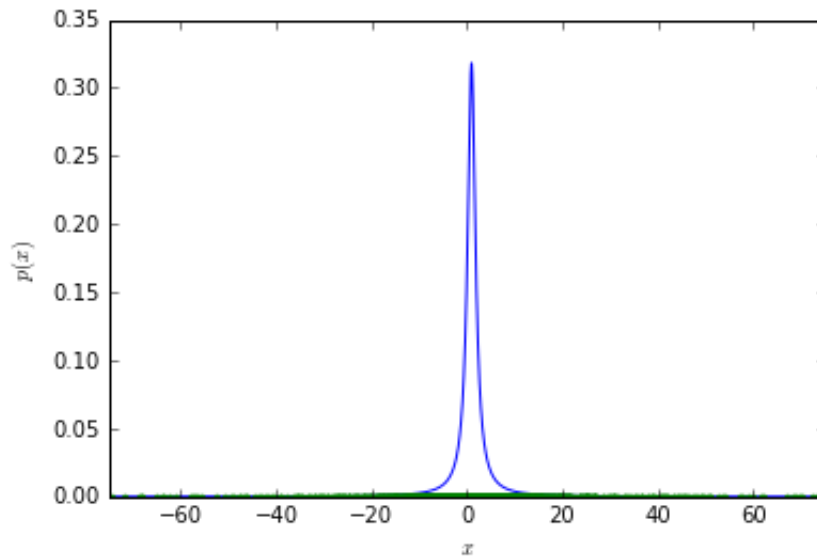
```
In [85]: x = np.linspace(0, N, N)
D = 5.0/48
plt.plot(x, np.abs(S - D))
plt.ylabel('$|S^{2} - D\\xi|$')
plt.xlabel('$n$')
plt.show()
```



**Аналогичные построения для выборки из  
распределения *Cauchy*(1)**

```
In [86]: t = 1
cauchy_rv = sts.cauchy(t)
sample = cauchy_rv.rvs(N)
```

```
In [90]: x = np.arange(-N, N, 0.01)
pdf = cauchy_rv.pdf(x)
plt.plot(x, pdf)
plt.plot(sample, 0*sample, '.')
plt.xlim(-75, 75)
plt.ylabel('$p(x)$')
plt.xlabel('$x$')
plt.show()
```



В массивах хранятся элементы, соответствующие выборочному первому и второму моменту, а так же выборочной дисперсии для каждого  $n \leq N$

$$first \sim \bar{X}$$

$$second \sim \bar{X}^2$$

$$S \sim S^2 = \bar{X}^2 - (\bar{X})^2$$

```
In [91]: avrg_1 = float(sample[0])
avrg_2 = float(sample[0])**2

first = np.array([avrg_1])
second = np.array([avrg_2])
for x in xrange(1,N):
    avrg_1 = (avrg_1*x + sample[x])/(x+1)
    first = np.append(first, avrg_1)
    avrg_2 = (avrg_2*x + sample[x]**2)/(x+1)
    second = np.append(second, avrg_2)

S = second - first**2
```

## Построение графика выборочной дисперсии

```
In [92]: x = np.linspace(0, N, N)
plt.plot(x, S)
plt.ylabel('$S^2$')
plt.xlabel('$n$')
plt.show()
```

