
TD n° 7

Calcul des Prédicats: Formes Normales

Exercice 1 (*Formes prénexes*). Donner une forme prénexe des formules suivantes, en précisant les étapes de calcul :

1. $\exists x p(x) \Rightarrow \forall x p(x)$.
2. $\exists x \forall y (\exists z P(x, y, z) \wedge Q(x, y)) \Rightarrow \exists y (\forall x P(x, z, y) \wedge \exists x Q(y, x))$

Exercice 2 (*Skolémisation*). Mettre en forme prénexe puis skolémiser les formules :

1. $\neg(\neg A(x) \vee \forall x B(x)) \wedge (\exists x B(x) \Rightarrow \forall x C(x))$.
2. $\exists x \forall y (\exists z P(x, y, z) \wedge Q(x, y)) \Rightarrow \exists y (\forall x P(x, z, y) \wedge \exists x Q(y, x))$

Exercice 3 (*Formes clausales*).

1. Donner une forme clause de la formule suivante, en précisant les étapes de ce calcul :

$$\exists x \forall y (\exists z P(x, y, z) \wedge Q(x, y)) \Rightarrow \exists y (\forall x P(x, z, y) \wedge \exists x Q(y, x))$$

2. Donner une forme clausale de la formule :

$$\begin{aligned} &= \forall x \neg r(x, x) \\ \wedge &= \exists x \forall y (r(x, y) \Rightarrow \neg \exists z r(z, x)) \\ \wedge &= \forall x \forall y (r(x, y) \Rightarrow \exists z (r(x, z) \wedge r(z, x))). \end{aligned}$$