
TD n° 4
Logique Propositionnelle: Dédution Naturelle

Exercice 1 Démontrer les séquents suivants :

1. $\vdash (A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg A \vee B)$
2. $\vdash (\neg A \vee B) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$
3. $\vdash (A \Rightarrow B) \vee (B \Rightarrow A)$
4. $\vdash (A \vee B) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow B)$
5. $\vdash ((A \Rightarrow B) \Rightarrow B) \Rightarrow (A \vee B)$

Exercice 2 Démontrer les règles dérivées (*lois de Morgan*) suivantes :

$$\frac{\Gamma, \neg A \vee \neg B \vdash C}{\Gamma, \neg(A \wedge B) \vdash C} \wedge_m, \quad \frac{\Gamma, \neg A, \neg B \vdash C}{\Gamma, \neg(A \vee B) \vdash C} \vee_m, \quad \frac{\Gamma, A, \neg B \vdash C}{\Gamma, \neg(A \Rightarrow B) \vdash C} \Rightarrow_m$$