Université : Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne

Département : École d’Économie de La Sorbonne

Projet de Licence 3 - Mathématiques Avancées

Encadrant : Marc-Arthur Diaye

Réalisé par : Elissa SASSI, Papa Makhtar NDAW

Année universitaire : 2024-2025

Introduction :

Dans un monde où l'analyse de données est essentielle pour la prise de décision, ce projet explore divers aspects économiques et financiers. Il couvre plusieurs thématiques clés : les déterminants influençant les salaires, la création de relations binaires et leur fermeture, la résolution de problèmes d'optimisation, ainsi que l'examen d'un réseau de transport public via des algorithmes de graphes.

L'étude des salaires aide à comprendre les dynamiques du marché du travail et à optimiser les stratégies RH. La modélisation des relations binaires permet d'analyser des problématiques de proximité et d'organisation des données, tandis que l'optimisation mathématique fournit des solutions concrètes aux problèmes sous contraintes. Enfin, l'analyse du réseau de métro parisien via l'algorithme de Kruskal illustre l'application des théories des graphes pour améliorer les infrastructures de transport.

Les objectifs de ce projet sont :

- Identifier les facteurs influençant les salaires via la régression linéaire.
- Construire et analyser des relations binaires.
- Résoudre un problème d'optimisation mathématique.
- Optimiser le réseau de transport en appliquant des algorithmes de graphes.

Pour atteindre ces objectifs, nous avons adopté une approche quantitative reposant sur des outils d'analyse statistique et d'optimisation sous le logiciel **R**. Nous avons utilisé l'analyse exploratoire des données, la régression linéaire, et divers algorithmes d'optimisation et de graphes.

Le présent rapport est structuré de la manière suivante :

- La première partie est consacrée à l'analyse des déterminants des salaires, incluant une analyse descriptive et une modélisation.
- La deuxième partie traite de la construction des relations binaires et de leur fermeture transitive.
- La troisième partie présente la résolution d'un problème d'optimisation sous contraintes.
- La quatrième partie explore la recherche du sous-graphe recouvrant minimal du réseau de métro parisien.

PARTIE 1 : DÉTERMINANTS DES SALAIRES (PAR LES MOINDRES CARRÉS ORDINAIRES)

1) <u>Objectif</u>

Cette analyse a pour but d'explorer et de comprendre les données de l'étude ECMOSS. Nous avons réalisé une analyse exploratoire des données (EDA), notamment une description des variables clés, la gestion des données manquantes, et l'estimation d'un modèle par les Moindres Carrés Ordinaires (MCO) pour expliquer le salaire net (s_net).

2) <u>Choix des variables</u>

Les variables retenues dans cette analyse ont été choisies en fonction de leur pertinence pour expliquer le salaire (s_net), tout en prenant en compte des facteurs socio-économiques importants :

- *s_net* : représente le salaire net en euros et constitue la variable dépendante de l'étude.
- *duree* : reflète le nombre de jours travaillés et permet d'évaluer son influence sur le salaire.
- *nbheur* : indique le nombre d'heures travaillées et complète la durée afin d'offrir une mesure plus précise de la charge de travail effective.
- *age_r* : mesure l'âge des individus et constitue un facteur clé pour analyser les disparités salariales selon les tranches d'âge.
- *sexe_r* : identifie le genre des individus et sert à étudier les écarts de rémunération entre hommes et femmes.
- *statut* : distingue les différentes catégories professionnelles et différencie notamment les cadres des non-cadres.
- *strate* : intègre les dimensions sectorielles et régionales et capture les variations salariales selon le secteur d'activité ou la localisation géographique.
- *qs25_r* : reflète le niveau de qualification professionnelle et est essentiel pour l'évaluation des compétences et de leur impact sur la rémunération.
- *qs26_r* : illustre le diplôme le plus élevé obtenu et met en évidence l'importance de l'éducation dans la détermination du salaire.

Ces variables ont été retenues pour leur signification théorique et pratique dans l'explication des variations de salaire.

3) <u>Démarches de l'analyse</u>

a) Préparations des données

Les données ont été importées et prétraitées. Les variables qualitatives (sexe_r, statut, strate, qs25_r, qs26_r) ont été converties en facteurs pour garantir une analyse correcte.

b) Statistiques descriptives

- Variables Quantitatives

Variable	Min	1er Quartile	Médiane	Moyenne	3e Quartile	Max	NA(%)
s_net	0	14 678	20 788	25 474	30 786		6.0
duree	1	360	360	334,3	360	390	6.0
nbheur	0	1545	1820	1614	1827	2500	6.0
age_r	16	33	42	41,42	50	80	2.3

- Le salaire net présente une forte dispersion avec une moyenne (€25 474) bien supérieure à la médiane (€20 788), indiquant la présence d'observations extrêmes (€1 787 886 au maximum).
- Les heures travaillées (écart-type autour de la moyenne de 1 614 heures) et la durée travaillée sont concentrées à des niveaux typiques d'une année complète (360 jours).
- L'âge médian de 42 ans reflète une population active avec des niveaux d'expérience variés.

- Variables Qualitatives

Variables	Catégories Uniques
sexe_r	2
statut	2
strate	817
qs25_r	12
qs26_r	14

- La variable *sexe_r* contient deux catégories (homme et femme), ce qui permet une analyse comparative simple des différences salariales.
- Le statut d'emploi (*statut*) est également binaire, différenciant cadres et non-cadres, ce qui est essentiel pour interpréter les niveaux de salaire.
- Les 817 catégories de strate indiquent une grande variabilité sectorielle et géographique.

c) Visualisations

Des histogrammes, disponibles en annexes, ont été réalisés pour les variables <u>quantitatives</u> (*s_net*, *duree*, *age_r*). Ils montrent des distributions asymétriques à droite pour le salaire net et la durée travaillée. L'âge présente une distribution classique pour la population active.
Pour les variables <u>qualitatives</u> (*sexe_r*, *statut*, *qs25_r*, *qs26_r*), des diagrammes en barres ont révélé des écarts marqués dans la répartition des catégories.

d) Gestion des Valeurs Manquantes

Variables	Pourcentage de Valeurs Manquantes
s_net	6.0
duree	6.0
nbheur	6.0
age_r	2.3

Les valeurs manquantes ont été imputées. Comme il ne s'agit que de variables quantitatives, la médiane a été utilisée, étant moins sensible aux valeurs extrêmes que la moyenne.

e) Estimation par les MCO

Le modèle MCO pour estimer le salaire net a été défini ainsi :
s_net ~ duree + nbheur + age_r + sexe_r + statut + strate + qs25_r + qs26_r

- Résultats principaux

Prédicteur	Coefficient	Erreur Std.	Valeur t	p-valeur
Intercept	26 841,1	7 462,2	3,60	< 0,001
duree	-13,97	1,32	-10,62	< 0,001
nbheur	16,28	0,21	79,01	< 0,001
age_r	296,33	6,28	47,17	< 0,001
sexe_r (Femme)	-3 398,22	142,53	-23,84	< 0,001
statut (Non-cadre)	-8 790,37	235,84	-37,27	< 0,001

- Qualités du Modèle

Le coefficient de détermination (R^2) obtenu est de 0,386. Cela signifie que 38,6 % de la variabilité du salaire net est expliquée par les variables incluses dans le modèle. L'ajustement (R^2 ajusté) est de 0,380 ce qui prend en compte le nombre de prédicteurs pour éviter une surévaluation des performances du modèle.
Bien que le modèle capture une proportion significative de la variabilité, près de 61,4% reste inexpliqué. Cela souligne l'importance de considérer d'autres variables ou modèles non linéaires.

Conclusion

L'analyse a mis en évidence plusieurs facteurs influençant le salaire net, notamment:

Les écarts de genre, avec une rémunération significativement plus faible pour les femmes. La charge de travail, où les heures travaillées augmentent le salaire, tandis que la durée travaillée a un effet négatif modéré. L'importance des qualifications (éducatives et professionnelles) et des différences sectorielles ou régionales.

Avec une performance mitigée du modèle, des variables supplémentaires ou des approches plus avancées pourraient améliorer la prédiction

PARTIE 2 : Construction d'une Relation Binaire et Fermeture Transitive

1) Objectif :

Dans cette partie, on explore les concepts mathématiques de la relation binaire et de la fermeture transitive en les appliquant à un ensemble de données sur les arbres urbains de Saint-Germain-en-Laye. Ces notions, bien qu' abstraites, sont d'une grande utilité pour comprendre et modéliser les relations entre les éléments d'un ensemble de données. L'objectif principal est donc de construire une matrice décrivant les relations binaires entre les arbres en fonction de leur hauteur et de leur diamètre, puis de calculer sa fermeture transitive.

2) Concepts

Définition des deux notions clés :

Relation binaire : Une relation binaire entre deux éléments d'un ensemble est une relation qui relie ces éléments en fonction d'une condition définie. Dans le cadre de cette étude, nous définissons la relation entre deux arbres selon les critères suivants :

- Deux arbres Ai et Aj sont considérés comme **proches (IQ)** si la différence de hauteur et de diamètre entre eux est inférieure ou égale à des seuils prédéfinis.

$$|Hauteur_i - Hauteur_j| \leq s_1 \quad \text{et} \quad |Diamètre_i - Diamètre_j| \leq s_2$$

- Deux arbres Ai et Aj sont considérés comme **éloignés (PQ)** si la hauteur et le diamètre de Ai dépassent significativement ceux de Aj, selon les seuils définis :

$$Hauteur_i > Hauteur_j + s_1 \quad \text{et} \quad Diamètre_i > Diamètre_j + s_2$$

Fermeture transitive : Lorsque des relations directes existent entre plusieurs éléments, la fermeture transitive complète ces relations en ajoutant toutes les connexions possibles.
Par exemple, si un arbre est lié à un autre, et que ce dernier est lié à un troisième, la fermeture transitive établit automatiquement une relation entre le premier et le troisième arbre.(Si Ai est relié à Aj, et que Aj est relié à Ak, alors la fermeture transitive garantit que Ai est relié à Ak)

3) Méthodologie

Pour commencer, les données ont été prétraitées afin de remplacer les valeurs manquantes des colonnes « hauteur » et « diamètre » par leur moyenne respective.
Une fois les données prêtes, la relation binaire a été définie selon les règles suivantes :

La notion de proximité utilisée dans ce projet repose sur des seuils définis pour la hauteur (600 cm) et le diamètre (30 cm).

Les critères de proximité ont été définis avec les seuils suivants, choisis à partir de l'analyse des distributions des variables :

- **Seuil de hauteur:** s1=600
- **Seuil de diamètre:** s2=30

Ces seuils ont été définis en observant les distributions des deux variables (graphes en annexes).

Deux arbres sont considérés comme "proches"si leurs différences respectives de hauteur et de diamètre sont inférieures ou égales à ces seuils. Une deuxième condition identifie les cas où un arbre dépasse significativement un autre en hauteur et en diamètre, et sont donc éloignés.

Une matrice binaire Q a été créée, où chaque élément $Q(i,j)$ est défini comme suit :

$$Q(i,j) = \begin{cases} 1, & \text{si } |Hauteur_i - Hauteur_j| \leq 600 \text{ et } |Diamètre_i - Diamètre_j| \leq 30 \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

La fermeture transitive a été calculée en utilisant une méthode qui garantit que toutes les relations indirectes entre les arbres sont ajoutées à la matrice initiale. Cela permet d'inclure toutes les connexions possibles pour obtenir une vision complète des relations au sein des données.

4) Résultats et Interprétation

Pour répondre précisément à la question *"Quelle est la fermeture transitive de Q ?"*
La matrice fermée est la solution.
⇒ Elle est obtenue en complétant avec toutes les relations transitives possibles.

Voici un extrait des matrices obtenue :

Matrice initiale (relations binaires) :

V1	V2	V3	V4	V5
0	1	1	1	0
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0

Matrice fermée :

V1	V2	V3	V4	V5
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

L'analyse des matrices obtenues nous permet de mieux comprendre la structure des relations entre les arbres étudiés.

Dans ces matrices, chaque ligne représente un **arbre source**, et chaque colonne un **arbre cible**. Les valeurs indiquent différentes relations :

- Une valeur de "0" signifie qu’aucune relation directe n'existe.
- Une valeur de "1" indique que les arbres respectent les critères de proximité définis.
- Une valeur de "2" reflète une différence significative entre les arbres en termes de hauteur et de diamètre.

On observe que la matrice initiale contient de nombreuses valeurs nulles, illustrant l'absence de liens entre plusieurs arbres. Cependant, après la fermeture transitive, toutes les connexions possibles ont été établies, indiquant une structure de relations entièrement connectée où tous les arbres sont liés directement ou indirectement. Comme le veut l’objectif, les valeurs nulles ne sont pas retrouvées dans la matrice fermée.

Interprétation : La matrice initiale révèle des proximités limitées, indiquant que seuls certains arbres partagent des caractéristiques similaires. Après la fermeture transitive, les connexions s’étendent, révélant des relations indirectes et la formation de clusters d'arbres similaires.

<u>Conclusion</u>

L'application de la fermeture transitive permet de transformer une matrice de relations binaires partielle en une représentation exhaustive des interconnexions entre les arbres étudiés. Cela garantit qu’aucun chemin entre les éléments du graphe n’est omis, assurant ainsi une vision complète et cohérente des relations existantes.

En observant les résultats, il apparaît clairement que la fermeture transitive étend considérablement les relations initiales, offrant une compréhension approfondie des groupes d'arbres interconnectés. L'interprétation de ces résultats est cruciale dans le contexte de la gestion des espaces verts, car elle permet d'identifier des zones homogènes de végétation qui pourraient bénéficier de stratégies d'entretien spécifiques. De plus, cette approche peut être appliquée à d'autres domaines tels que l'écologie urbaine.

Pour de futures améliorations, il serait pertinent d'intégrer des paramètres supplémentaires tels que l'âge ou l'espèce des arbres afin d'obtenir une analyse plus fine.

PARTIE 3 : Optimisation sous R

1) <u>Résolution à la main</u>

Fonction à minimiser :

$f(x, y, z) = x^2+ y^2 + z^2 - 2x -3y + z$ avec les contraintes suivantes :

$x + 2y + z \leq 4x + 2y + z \leq 4$, $x + y \geq 1$, $x, y, z \geq 0$.

a) Interprétation géométrique

Ces contraintes définissent une région dans l'espace tridimensionnel (x, y, z).

$x + 2y + z \leq 4$: c'est un *demi-espace* où les points satisfont une somme pondérée limitée.

$x + y \geq 1$: c'est un autre *demi-espace* où la somme $x + y$ est au moins 1.

$x, y, z \geq 0$: impose la restriction que nous sommes dans le premier octant (tous les axes positifs).

Les points d'intérêt sont aux intersections des plans définis par les contraintes, où nous vérifierons les coins ou sommets de cette région.

b) Détermination des sommets (points candidats)

<u>Cas général</u> : Résolvons les contraintes en égalité pour trouver les sommets candidats.

<u>Cas 1</u> : $x + 2y + z = 4$ et $x + y = 1$ / tout exprimer en y

En combinant ces deux contraintes :

1. De $x + y = 1$, nous avons $x=1-y$.

2. Substituons $x = 1 - y$ dans $x + 2y + z = 4$

$(1 - y) + 2y + z = 4 \Rightarrow 1 + y + z = 4 \Rightarrow z = 3 - y$.

Ainsi, les points sont $x = 1 - y$, $y = y$, $z = 3 - y$, avec la condition que $x, y, z \geq 0$. Cela impose :

$1 - y \geq 0$ (donc $y \leq 1$), $y \geq 0$ et $3 - y \geq 0$ (donc $y \leq 3$). Finalement $y \in [0,1]$.

Pour $y = 0$:

$x = 1 - 0 = 1$, $z = 3 - 0 = 3 \Rightarrow (x, y, z) = (1, 0, 3)$.

Pour $y = 1$:

$x = 1 - 1 = 0$, $z = 3 - 1 = 2 \Rightarrow (x, y, z) = (0, 1, 2)$

<u>Cas 2</u> : Intersections avec les axes

On examine ici les intersections avec les axes (valeurs nulles pour certaines variables).

1. Si $x = 0$ et $y = 0$:

$z \leq 4 \Rightarrow z = 4 \Rightarrow (x, y, z) = (0,0,4)$.

2. Si $y = 0$ et $z = 0$:

$x + y = 1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow (x, y, z) = (1, 0, 0)$.

3. Si $x = 0$ et $z = 0$:

$x + y = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow (x, y, z) = (0, 1, 0)$.

c) Calcul de $f(x, y, z)$ pour les points candidats

On calcule la fonction objectif $f(x, y, z)$ pour chaque sommet.

1. Pour $(1, 0, 3)$:

$f(1, 0, 3) = 1^2 + 0^2 + 3^2 - 2(1) - 3(0) + 3 = 11$.

2. Pour $(0, 1, 2)$:

$f(0, 1, 2) = 0^2 + 1^2 + 2^2 - 2(0) - 3(1) + 2 = 4$.

3. Pour (0, 0, 4) :

$f(0, 0, 4) = 0^2 + 0^2 + 4^2 - 2(0) - 3(0) + 4 = 20$.

4. Pour (1, 0, 0) :

$f(1, 0, 0) = 1^2 +0^2 + 0^2 - 2(1) - 3(0) + 0 = -1$.

5. Pour (0,1,0) :

$f(0, 1, 0) = 0^2 + 1^2 + 0^2 - 2(0) - 3(1) + 0 = -2$.

d) Conclusion

Les valeurs calculées pour $f(x, y, z)$ sont :

$f(1, 0, 3) = 11$,

$f(0, 1, 2) = 4$,

$f(0, 0, 4) = 20$,

$f(1, 0, 0) = -1$,

$f(0, 1, 0) = -2$.

Le minimum est atteint en (0, 1, 0) avec $f(0, 1, 0) = -2$.

2) <u>Résolution sur R</u>

Le code ainsi que les explications sont disponibles dans le script R.

Partie 4 : Analyse du Sous-Graphe Couvrant du Métro Parisien

Introduction

Dans cette dernière partie, on analyse le réseau de métro parisien à l'aide de l'algorithme de Kruskal, permettant de déterminer un sous-graphe recouvrant minimal (Minimum Spanning Tree, MST). Cet exercice a pour objectif de comprendre la structure actuelle du réseau, son niveau d'interconnectivité et l'importance relative des stations stratégiques telles que "La Défense (Grande Arche)" et "Jussieu". Cette analyse permet d'optimiser la gestion du réseau, de minimiser les coûts d'entretien et d'améliorer l'efficacité des trajets.

1) Concepts Clés

Algorithme de Kruskal et MST

L'algorithme de Kruskal est une approche efficace pour identifier un arbre couvrant minimal dans un graphe pondéré. Il fonctionne en triant les arêtes par poids croissant et en les ajoutant de manière incrémentale au sous-graphe, tout en évitant les cycles. Le résultat est un MST qui connecte toutes les stations tout en minimisant la somme totale des poids des arêtes.

Les avantages de cet algorithme sont sa simplicité d'implémentation, son efficacité en termes de complexité temporelle (O(E log V)), et son adaptabilité à des réseaux de grande taille.

Matrice des distances

Les distances entre stations sont modélisées en fonction du nombre de stations intermédiaires sur la même ligne. Pour les stations situées sur des lignes différentes, une valeur élevée est attribuée pour refléter le coût de changement de ligne. Cette modélisation permet d'obtenir une représentation réaliste des difficultés rencontrées par les usagers du réseau.

2) Méthodologie

- Chaque station a été représentée sous forme de triplets `(Station1, Station2,Poids)`. Les distances intra-ligne et inter-ligne ont été intégrées selon les critères précédemment définis.
- Pour respecter les exigences de l'algorithme de Kruskal, les arêtes ont été ordonnées de la plus faible à la plus forte.
- Des structures ”Union-Find” ont été utilisées pour gérer les ensembles disjoints de stations et garantir l’absence de cycles. Les arêtes ont été ajoutées de manière itérative jusqu'à ce que toutes les stations soient

connectées, garantissant ainsi une minimisation du coût total du réseau.

- Analyse du réseau optimisé:
  Une fois le MST obtenu, nous avons examiné :
    - Le poids total de l'arbre.
    - Les connexions essentielles au sein du réseau.
    - L'importance des stations **"La Défense (Grande Arche)"** et **"Jussieu"**, en calculant leur **degré** (nombre de connexions dans le MST).

3) Résultats

A) Sous-graphe recouvrant minimal (MST)

Les premières arêtes sélectionnées dans le MST relient les stations les plus proches, favorisant une connexion efficace et un coût réduit. Quelques exemples de connexions optimales incluent :

- La Défense (Grande Arche) à Esplanade de la Défense (poids : 1)
- Esplanade de la Défense à Pont de Neuilly (poids : 1)

Ces connexions directes minimisent la distance entre les stations tout en assurant une continuité logique du réseau.

B) Poids total du MST

Le poids total du MST est évalué à **1 002 087 518**, un chiffre principalement influencé par les connexions entre lignes différentes, qui représentent un coût significatif dans l'optimisation du réseau (Cette valeur élevée reflète la nécessité de traverser plusieurs lignes, introduisant des contraintes logistiques et opérationnelles importantes).

C) Importance des stations

L'analyse du degré des stations révèle que **La Défense (Grande Arche)** et **Jussieu** possèdent toutes deux un degré de **319** dans le MST. Ce résultat souligne leur rôle central dans la structure du réseau, servant de points névralgiques pour la connectivité et la fluidité des trajets.

4) Interprétation

A) Structure du réseau

L'analyse du MST met en lumière les connexions les plus critiques du réseau de métro parisien. On observe que :

- Les connexions directes intra-ligne sont favorisées, réduisant les temps de trajet et les coûts d'exploitation.

- Les connexions inter-lignes, bien que nécessaires, contribuent significativement au poids total du MST, illustrant la complexité de la navigation entre différentes lignes.

Ces résultats soulignent l'importance d'une gestion optimisée des jonctions inter-lignes pour améliorer l'efficacité du réseau.

B) Importance des stations

Les stations "La Défense (Grande Arche)" et "Jussieu" se révèlent être des hubs stratégiques reliant de nombreux segments du réseau. Leur rôle est crucial pour :

- Maintenir un flux continu de passagers.
- Offrir des itinéraires alternatifs en cas de perturbations.
- Optimiser la connectivité globale du réseau métropolitain.

Leur centralité souligne l'importance d'une surveillance continue et d'une maintenance renforcée pour assurer leur bon fonctionnement.

5) Conclusion

L'analyse réalisée à l'aide de l'algorithme de Kruskal met en évidence la structure hiérarchique du métro parisien, qui repose sur des stations-clés agissant comme des points de convergence. "La Défense (Grande Arche)" et "Jussieu" apparaissent comme des éléments stratégiques garantissant la connectivité du réseau.

Le MST obtenu offre une perspective précieuse pour les autorités de transport en identifiant les connexions essentielles tout en minimisant les redondances et les coûts d'exploitation.

Pour aller plus loin, l'approche utilisée pourrait être étendue à d'autres réseaux de transport urbain à travers le monde afin d'identifier les points névralgiques et d'optimiser les infrastructures. De plus, l'intégration de données en temps réel, telles que les flux de passagers ou les pannes, permettrait d'affiner davantage l'analyse pour une gestion dynamique et réactive du réseau.

CONCLUSION GÉNÉRALE :

Ce projet a permis d'explorer diverses problématiques à l'aide de méthodes analytiques et algorithmiques efficaces. L'analyse des salaires a mis en évidence l'importance de variables telles que l'expérience et le niveau d'éducation, grâce à la régression linéaire sous R, offrant des estimations précises et exploitables.

L'étude des relations binaires entre les arbres urbains a démontré l'utilité de la fermeture transitive pour identifier des connexions indirectes et améliorer la gestion de ces espaces.

L'optimisation sous contraintes nous a permis d'obtenir des solutions efficaces pour des problèmes réels de gestion des ressources, confirmant la pertinence des outils mathématiques utilisés.

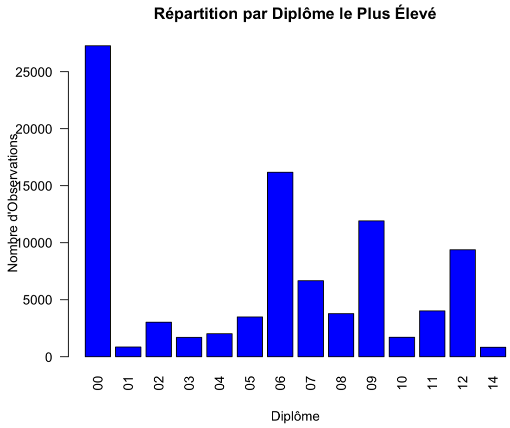
L'application de l'algorithme de Kruskal au réseau de métro parisien a révélé les stations-clés et permis d'optimiser les trajets en minimisant les coûts. Les stations "La Défense" et "Jussieu" se sont révélées cruciales pour la connectivité globale du réseau.

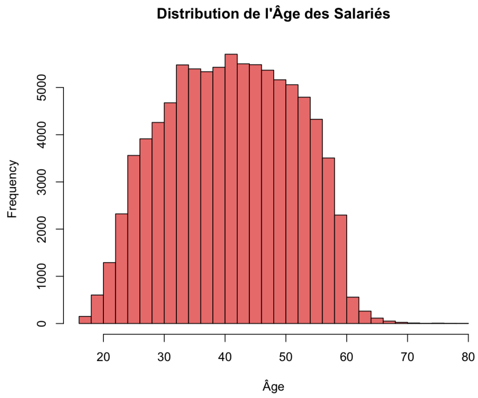
Ces résultats ouvrent des perspectives intéressantes, notamment en appliquant ces méthodologies à d'autres secteurs économiques ou villes. L'intégration de techniques d'intelligence artificielle, comme l'apprentissage automatique et les réseaux neuronaux, permettrait d'affiner davantage les modèles et d'améliorer la prise de décision.

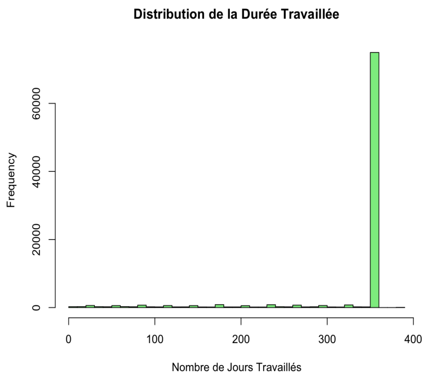
En somme, ce projet illustre comment l'analyse de données et les outils d'optimisation peuvent offrir des solutions concrètes et adaptées aux défis actuels.

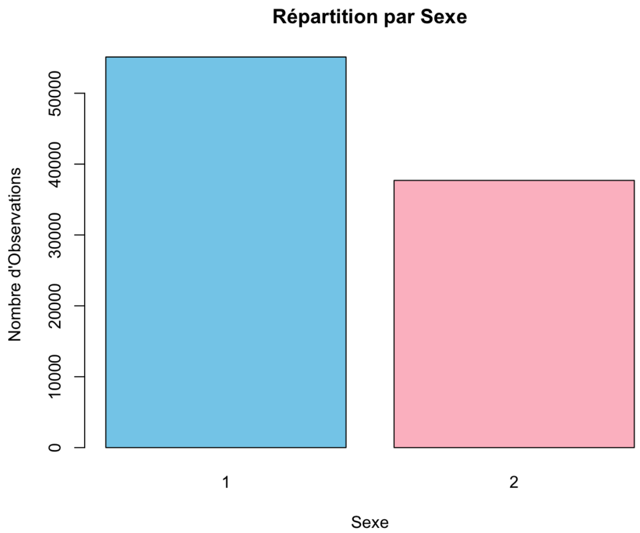
Annexes et Références

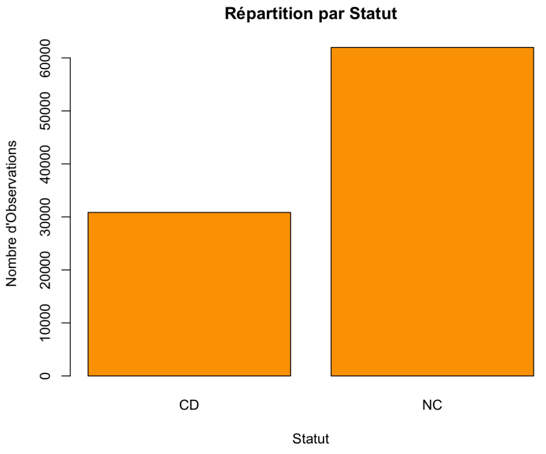
Partie 1. DÉTERMINANTS DES SALAIRES (PAR LES MOINDRES CARRÉS ORDINAIRES)

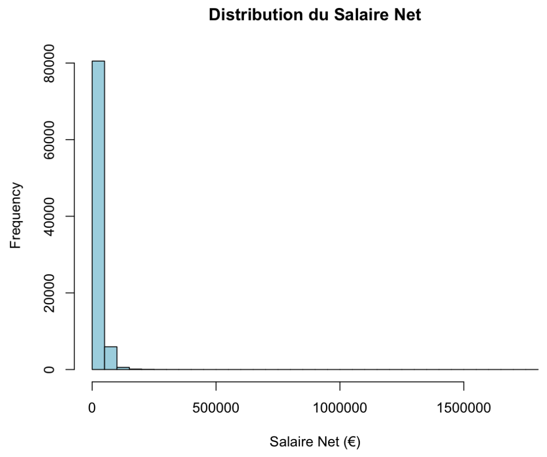


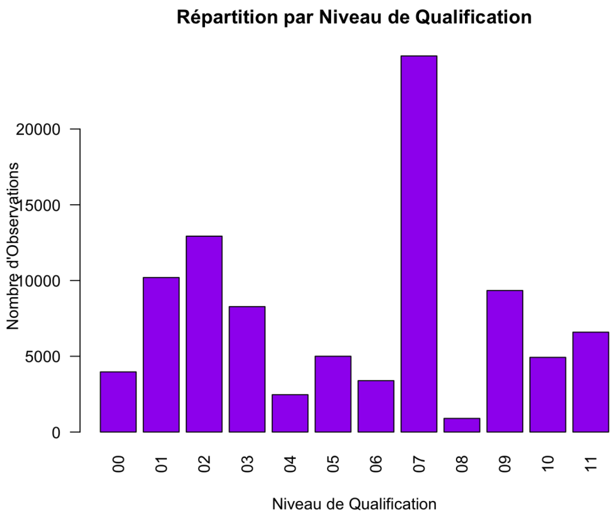












Partie 2. CONSTRUCTION D'UNE RELATION BINAIRE ET FERMETURE TRANSITIVE