Lista de exercícios: Cálculo Diferencial e Integral 1 Números Reais e Funções

A. Efetue as operações abaixo:

01)
$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$$

02)
$$\frac{5}{11} - \frac{8}{11}$$

01)
$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$$
 02) $\frac{5}{11} - \frac{8}{11}$ **03)** $\frac{7}{12} - \frac{11}{12}$ **04)** $\frac{9}{4} + \frac{3}{4}$ **05)** $-\frac{2}{9} - \frac{4}{9}$

04)
$$\frac{9}{4} + \frac{3}{4}$$

05)
$$-\frac{2}{9} - \frac{4}{9}$$

06)
$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$$

07)
$$\frac{3}{5} - \frac{2}{7}$$

08)
$$\frac{2}{9} - \frac{3}{4}$$

06)
$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$$
 07) $\frac{3}{5} - \frac{2}{7}$ **08**) $\frac{2}{9} - \frac{3}{4}$ **09**) $-\frac{5}{3} - \frac{7}{2}$ **10**) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$

10)
$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$$

11)
$$\frac{5}{18} - \frac{7}{12}$$

11)
$$\frac{5}{18} - \frac{7}{12}$$
 12) $-\frac{7}{30} - \frac{5}{24}$ **13**) $7 + \frac{3}{4}$ **14**) $2 - \frac{1}{3}$ **15**) $-3 - \frac{2}{5}$

13)
$$7 + \frac{3}{4}$$

14)
$$2-\frac{1}{3}$$

15)
$$-3-\frac{2}{5}$$

16)
$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{5}$$

16)
$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{5}$$
 17) $\frac{5}{12} - \left(\frac{7}{36} - \frac{11}{30}\right)$ **18**) $\frac{3}{5} \cdot \frac{25}{9}$ **19**) $\frac{-8}{21} \cdot \frac{35}{12}$ **20**) $\frac{-42}{55} \cdot \frac{99}{-14}$

18)
$$\frac{3}{5} \cdot \frac{25}{9}$$

19)
$$\frac{-8}{21} \cdot \frac{35}{12}$$

20)
$$\frac{-42}{55} \cdot \frac{99}{-14}$$

21)
$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}}$$

21)
$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}}$$
 22) $\frac{\frac{4}{15}}{\frac{6}{65}}$

23)
$$\frac{-\frac{10}{63}}{\frac{85}{42}}$$

24)
$$\frac{\frac{1}{5} + \frac{3}{7}}{2}$$

23)
$$\frac{-\frac{10}{63}}{\frac{85}{42}}$$
 24) $\frac{\frac{1}{5} + \frac{3}{7}}{2}$ 25) $\frac{-\frac{4}{12} + \frac{5}{21}}{5}$

26)
$$\frac{-\frac{11}{39} - \frac{2}{15}}{27}$$

27)
$$\frac{1+\frac{2}{3}}{3+\frac{5}{2}}$$

$$28) \ \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{7}}{\frac{1}{3} + \frac{2}{5}}$$

26)
$$\frac{-\frac{11}{39} - \frac{2}{15}}{27}$$
 27) $\frac{1 + \frac{2}{3}}{3 + \frac{5}{2}}$ **28**) $\frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{7}}{\frac{1}{3} + \frac{2}{5}}$ **29**) $\frac{\frac{2}{9} - \frac{5}{6}}{-\frac{5}{12} + \frac{11}{27}}$ **30**) 5^3

32)
$$(-4)^4$$

32)
$$(-4)^4$$
 33) $\left(-\frac{6}{7}\right)^3$ **34)** $\left(\frac{10}{9}\right)^2$ **35)** $(9)^{-2}$

34)
$$\left(\frac{10}{9}\right)^2$$

35)
$$(9)^{-2}$$

36)
$$(-3)^{-3}$$

36)
$$(-3)^{-3}$$
 37) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$

38)
$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-}$$

38)
$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-7}$$
 39) $\left(-\frac{423}{389}\right)^0$ **40)** $\sqrt{81}$

40)
$$\sqrt{81}$$

41)
$$\sqrt[4]{81}$$

41)
$$\sqrt[4]{81}$$
 42) $\sqrt[3]{64}$

43)
$$\sqrt[5]{32}$$

44)
$$\sqrt{\frac{49}{64}}$$

43)
$$\sqrt[5]{32}$$
 44) $\sqrt{\frac{49}{64}}$ **45**) $\sqrt[3]{\frac{-8}{27}}$

46)
$$125^{1/3}$$
 47) $4^{3/2}$

48)
$$(-8)^{2/3}$$
 49) $-(8)^{2/3}$

$$40) - (8)^{2/3}$$

50)
$$9^{-3/2}$$

52)
$$\left(\frac{27}{8}\right)^{-4/3}$$

51)
$$49^{-1/2}$$
 52) $\left(\frac{27}{8}\right)^{-4/3}$ **53)** $\left(\frac{1}{32}\right)^{-2/5}$

B. Calcule:

01)
$$71 - (2^5 - 3 \cdot 3) + \sqrt{49}$$

02)
$$20 - \left(\frac{-45}{(-3)^2}\right) + (-2) \cdot (-1)^5$$

03)
$$(-1)^4 - 1^4 + (-2)^5 - (-2)^3 + 0^{100} + 100^0 + 8 \cdot 2^2$$
 04) $-(-3)^3 - (2^3)^2$

04)
$$-(-3)^3-(2^3)^2$$

05)
$$\sqrt[5]{1024} + 2^3 \cdot \left(\frac{6^2}{4} + \sqrt[3]{8}\right)$$

06)
$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2}{\frac{2}{9}} + \frac{3}{4}$$

07)
$$\frac{\left(1-\frac{1}{2}\right)^2}{\frac{3}{4}} + \frac{\frac{1}{5}}{\left(1-\frac{4}{5}\right)^2}$$

$$\mathbf{08)} \ \frac{4\sqrt[3]{8} - 3\sqrt[5]{32}}{2}$$

$$\textbf{09)} \ \frac{\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right)}{-\frac{3}{5} \cdot \left(-2 + \frac{1}{3}\right)^2}$$

10)
$$2\sqrt{80} + \sqrt{45} - 3\sqrt{125}$$

11)
$$\sqrt[5]{31 + \sqrt[6]{10 - \sqrt{83 - \sqrt{4}}}}$$

12)
$$\left(\sqrt[3]{\sqrt[6]{2^9}}\right)^4$$

13)
$$\frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{5}} + \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{5}}$$

14)
$$\sqrt[3]{\frac{64}{125}} + \left(\frac{27}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}$$

C. Fatore as expressões abaixo, colocando o fator comum em evidência:

01)
$$7x - 21$$

02)
$$8x^2 - 48x$$

03)
$$xy^2 + 3x^2y - xy$$

02)
$$8x^2 - 48x$$
 03) $xy^2 + 3x^2y - xy$ **04)** $4x(x-1) - 8(x-1)$

D. Fatore as diferenças de quadrados:

01)
$$x^2 - 36$$

02)
$$4x^2 - 49$$

03)
$$81 - x^2$$

04)
$$25 - 9x^2$$

05)
$$4 - (x+1)^2$$

06)
$$(x+2)^2 - (x-1)^2$$

05)
$$4 - (x+1)^2$$
 06) $(x+2)^2 - (x-1)^2$ **07)** $(2x-3)^2 - (3x+4)^2$ **08)** $x^4 - 81$

08)
$$x^4 - 81$$

E. Fatore as expressões utilizando soma/produto:

01)
$$x^2 + 9x + 14$$
 02) $x^2 + 8x + 15$ **03)** $x^2 + 7x + 12$ **04)** $x^2 + 13x + 40$

02)
$$x^2 + 8x + 18$$

03)
$$x^2 + 7x + 12$$

04)
$$x^2 + 13x + 40$$

05)
$$x^2 - 3x + 2$$

05)
$$x^2 - 3x + 2$$
 06) $x^2 - 10x + 21$ **07)** $x^2 - 11x + 18$ **08)** $x^2 - 15x + 36$

07)
$$x^2 - 11x + 18$$

08)
$$x^2 - 15x + 36$$

09)
$$x^2 + x - 6$$

10)
$$x^2 + 3x - 28$$

11)
$$x^2 + 2x - 80$$

09)
$$x^2 + x - 6$$
 10) $x^2 + 3x - 28$ **11)** $x^2 + 2x - 80$ **12)** $x^2 + 11x - 26$

13)
$$x^2 - 2x - 24$$
 14) $x^2 - 9x - 36$ **15)** $x^2 - x - 30$ **16)** $x^2 - 10x - 56$

14)
$$x^2 - 9x - 36$$

15)
$$x^2 - x - 30$$

16)
$$x^2 - 10x - 56$$

17)
$$-x^2 + 8x - 12$$

17)
$$-x^2 + 8x - 12$$
 18) $2x^2 - 2x - 24$

19)
$$-3x^2 - 18x - 27$$
 20) $2x^2 - 3x - 2$

20)
$$2x^2 - 3x - 3$$

F. Simplifique as expressões abaixo:

01)
$$\frac{18x^3}{15x}$$

02)
$$\frac{84x^2}{90x^6}$$

03)
$$\frac{5x-15}{6x-18}$$

04)
$$\frac{7x-28}{4-x}$$

05)
$$\frac{x^4}{x^2 - 4x}$$

06)
$$\frac{x^2-25}{x-5}$$

05)
$$\frac{x^4}{x^2 - 4x}$$
 06) $\frac{x^2 - 25}{x - 5}$ **07**) $\frac{4x^2 + 12x}{x^2 - 9}$

08)
$$\frac{36-x^2}{3x^3-18x^2}$$

$$\mathbf{09)} \ \frac{x^2 + 4x + 3}{7x^2 + 21x}$$

10)
$$\frac{x^2 - x - 20}{50 - 2x^2}$$

11)
$$\frac{x^2-2x-8}{x^2-12x+39}$$

09)
$$\frac{x^2+4x+3}{7x^2+21x}$$
 10) $\frac{x^2-x-20}{50-2x^2}$ **11)** $\frac{x^2-2x-8}{x^2-12x+32}$ **12)** $\frac{2x^2-4x-6}{3x^2-15x+18}$

13)
$$\frac{4x^3 + 24x^2 + 20x}{7x^3 - 35x^2 - 42x}$$
 14) $\frac{x^2 - a^2}{x - a}$ **15)** $\frac{x^4 - 16}{x - 2}$

14)
$$\frac{x^2-a^2}{x-a}$$

15)
$$\frac{x^4-16}{x-2}$$

16)
$$\frac{x^4 - a^4}{x - a}$$

G. Efetue as operações e simplifique:

01)
$$\frac{8}{x^2-9} \cdot \frac{x-3}{12}$$

02)
$$\frac{5x^2 + 10x}{9} \cdot \frac{12}{20x + 40}$$

02)
$$\frac{5x^2 + 10x}{9} \cdot \frac{12}{20x + 40}$$
 03) $\frac{x^2 + 6x + 8}{72 - 2x^2} \cdot \frac{x^2 - 2x - 24}{x^2 + 8x + 16}$

$$\mathbf{04)} \ \frac{\frac{x^2 - 9}{x^2 + 5x}}{\frac{x + 3}{x^2}}$$

$$\mathbf{05)} \ \frac{\frac{9x^2}{x^2 + 5x + 4}}{\frac{3x}{4 - 4x^2}}$$

$$\mathbf{07)} \ \frac{4x+13}{3x^2+15x} + \frac{7}{3x^2+15x}$$

$$\mathbf{08)} \ \frac{2x+5}{x^2-9} - \frac{5x-4}{x^2-9}$$

09)
$$\frac{x+5}{x^2-3x}-\frac{1}{x-3}$$

10)
$$\frac{x+20}{x^2-16} + \frac{2}{x+4}$$

10)
$$\frac{x+20}{x^2-16} + \frac{2}{x+4}$$
 11) $\frac{x-1}{x^2+4x+3} - \frac{x-4}{x^2-x-2}$ **12)** $\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2-2x} - \frac{6}{x^2-4}$

$$12) \ \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2 - 2x} - \frac{6}{x^2 - 4}$$

$$13) \ \frac{3 + \frac{2}{x - 2}}{1 + \frac{4}{x - 2}}$$

13)
$$\frac{3 + \frac{2}{x - 2}}{1 + \frac{4}{x - 2}}$$
 14) $\frac{1 - \frac{3x + 1}{x + 3}}{\frac{7x - 5}{x + 1} - 3}$ 15) $\frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}$

$$15) \ \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}$$

16)
$$\frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h}$$
 17) $\frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{a^2}}{x-a}$

17)
$$\frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{a^2}}{x - a}$$

18)
$$\frac{\frac{x+h}{x+h-3} - \frac{x}{x-3}}{h}$$

H. Simplifique $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ $(x \neq a)$ para:

01)
$$f(x) = x^2 e a = 3.$$

02)
$$f(x) = x^2 e a = -2$$

02)
$$f(x) = x^2 e a = -2$$
 03) $f(x) = 5x^2 + 2x e a = 0$

04)
$$f(x) = 3x - 2$$
 e $a = 2$ **05)** $f(x) = 7 - 3x$ e $a = -1$ **06)** $f(x) = 3$ e $a = 11$

05)
$$f(x) = 7 - 3x e a = -1$$

06)
$$f(x) = 3 e a = 11$$

07)
$$f(x) = x^4 e a = 3$$

08)
$$f(x) = x^2 - 5x + 1$$
 e $a = 2$ **09)** $f(x) = \frac{1}{x}$ e $a = 3$

09)
$$f(x) = \frac{1}{x} e a = 3$$

10)
$$f(x) = x^2$$
 e a qualquer

10)
$$f(x) = x^2$$
 e *a* qualquer **11)** $f(x) = 7 - 3x$ e *a* qualquer **12)** $f(x) = x^4$ e *a* qualquer

12)
$$f(x) = x^4$$
 e a qualquer

13)
$$f(x) = \frac{1}{x} e \ a \neq 0$$

14)
$$f(x) = \frac{1}{x^2} e \ a \neq 0$$

13)
$$f(x) = \frac{1}{x} e \ a \neq 0$$
 14) $f(x) = \frac{1}{x^2} e \ a \neq 0$ **15)** $f(x) = \frac{x}{x-2} e \ a \neq 2$

I. Simplifique $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $(h\neq 0)$ para f(x) igual a:

01)
$$x + 7$$

02)
$$2x - 3$$

03)
$$7 - 3x$$

04)
$$-4x - 5$$

05)
$$x^2$$

06)
$$x^2 - 3x$$
 07) $3 - 2x^2$

07)
$$3 - 2x^2$$

08)
$$x^2 - 2x + 4$$

10)
$$\frac{1}{x}$$

11)
$$\frac{1}{m^2}$$

12)
$$\frac{1}{3x \perp 1}$$

13)
$$\frac{1}{4-x}$$

10)
$$\frac{1}{x}$$
 11) $\frac{1}{x^2}$ **12)** $\frac{1}{3x+1}$ **13)** $\frac{1}{4-x}$ **14)** $\frac{2x-1}{3x+4}$ **15)** $\frac{x-3}{5-2x}$ **16)** $\frac{x+1}{x^2+2}$

15)
$$\frac{x-3}{5-2x}$$

16)
$$\frac{x+1}{x^2+2}$$

J. Resolva as equações do primeiro grau:

01)
$$7x - 8 = 4x + 7$$

02)
$$2x - 3 = 6x - 5$$

03)
$$4 - 3x = 3x + 13$$

04)
$$-7(x-2) = 3x - 1$$

05)
$$\frac{x-1}{2} + \frac{4x+3}{3} = 1$$

05)
$$\frac{x-1}{2} + \frac{4x+3}{3} = 1$$
 06) $\frac{2x-1}{4} + \frac{x+3}{3} = \frac{5}{6}$

07)
$$\frac{2x+5}{5} - \frac{x-3}{2} = x$$

08)
$$\frac{5x+24}{24} - \frac{5x-3}{8} = \frac{7-2x}{6}$$
 09) $\frac{2x+1}{x-2} = \frac{1}{2} + \frac{3x-2}{x-2}$

09)
$$\frac{2x+1}{x-2} = \frac{1}{2} + \frac{3x-2}{x-2}$$

$$10) \ \frac{5-4x}{x+3} = 3 - \frac{3x-4}{2x+6}$$

11)
$$\frac{2}{4x-3} = \frac{3}{3-2x}$$

12)
$$\frac{x-5}{x-1} = \frac{x+3}{x}$$

L. Utilize completamento de quadrados para encontrar as raízes reais (se existirem) e esboçar os gráficos das funções do segundo grau abaixo:

01)
$$x^2 + 4x + 3$$

02)
$$x^2 - 6x - 16$$

03)
$$x^2 - 8x + 19$$

04)
$$x^2 - 10x + 30$$

05)
$$x^2 + 5x + 6$$

06)
$$x^2 + 3x - 4$$

07)
$$x^2 + x + 2$$

08)
$$x^2 + 7x + 15$$

09)
$$-x^2 + 6x - 8$$

10)
$$4x^2 + 16x - 7$$

11)
$$x^2 - 6x + 7$$

12)
$$x^2 + x - 1$$

M. Fatore os polinômios abaixo utilizando o algoritmo de Briot-Ruffini:

01)
$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6$$

02)
$$x^3 - 12x - 16$$

03)
$$x^3 - 5x^2 + 7x + 13$$

04)
$$x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$$

05)
$$x^4 + 2x^3 - 11x^2 - 12x + 36$$

04)
$$x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$$
 05) $x^4 + 2x^3 - 11x^2 - 12x + 36$ **06)** $x^5 - 3x^4 - x^3 + 11x^2 - 12x + 4$

N. Resolva as inequações:

01)
$$3x + 3 < x + 6$$

02)
$$x-3 > 3x+1$$

03)
$$x + 2 \le 6x - 2$$

04)
$$(2x-1)(x+3) > 0$$

05)
$$(3-2x)(x^2+1)<0$$

06)
$$(2x-3)(4-5x)(-4x+3) > 0$$

07)
$$\frac{2x-1}{x+1} < 0$$

08)
$$\frac{1-x}{x-3} \ge 0$$

09)
$$\frac{x}{2x-3} \le 3$$

10)
$$\frac{x-1}{x-2} \le \frac{x+3}{x+4}$$

11)
$$x^4 + x + 6 < x^3 + 7x^2$$

11)
$$x^4 + x + 6 < x^3 + 7x^2$$
 12) $\frac{1}{(x-1)^2(x-2)} \ge \frac{1}{(x^2-1)(x+3)}$

13)
$$\frac{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}{x^2 + 4x - 5} \ge 0$$

14)
$$\frac{1}{x^2-x-6} \le \frac{2}{x^2-2x-8}$$

13)
$$\frac{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}{x^2 + 4x - 5} \ge 0$$
 14) $\frac{1}{x^2 - x - 6} \le \frac{2}{x^2 - 2x - 8}$ **15**) $\frac{1}{x^3 - 2x^2 - x + 2} \le \frac{1}{x^3 - 3x^2 - 4x + 12}$

16)
$$\frac{x^3 + 32}{x^3 - x^2 - 8x + 12} \ge 1$$

17)
$$\frac{x-5}{x^4-4x^3+3x^2+4x-4} \le \frac{x-3}{x^4-5x^2+4}$$

O. Utilize estudo de sinais para eliminar o módulo das seguintes expressões:

01)
$$|x-3|$$

02)
$$|2x-7|$$

03)
$$|x^2 - x - 2|$$

02)
$$|2x-7|$$
 03) $|x^2-x-2|$ **04)** $|x^3-2x^2-5x+6|$

05)
$$|x-1|+2x+3$$

26)
$$|x-2|+|2x+3|$$

07)
$$|x^2-4|-2|x-1|$$

05)
$$|x-1|+2x+3$$
 06) $|x-2|+|2x+3|$ **07)** $|x^2-4|-2|x-1|$ **08)** $|x^2+2x-15|-|5x-2|$