Respostas-Prova

Anna Carolina Martins

Contents

Economia Matematica

Questão 1: Modelo de Hicks

O Modelo economico é dado pelas seguintes equações:

$$Y_t = C_t + I_t$$
$$C_t = bY_{t-1}$$
$$I_t = I_t^{'} + I_t^{''}$$
$$I_t^{'} = k(Y_{t-1} - Y_{t-2})$$
$$I_t^{''} = A_0(1+g)^t$$

onde

- Y_t é a renda total;
- C_t é o consumo das famílias;
- I_t é o investimento total;
- $I_t^{'}$ é o investimento induzido;
- $I_t^{''}$ é o investimento autônomo

Substituindo a eq.(2) na eq.(1) e as eqs. (4) e (5) na (3) e a eq.(3)na eq.(1) temos que:

Equação de diferenças

$$y_t - (b+k)y_{t-1} + ky_{t-2} = A_0(1+g)^t$$

Apenas após realizarmos as devidas substituições, obtendo a equação acima, é que podemos estudar as condições de estabilidade da equação de diferenças que representa a renda total.

Como pode ser observado esta é uma equação de diferenças de segundo grau, onde $y = y(t)$ representa uma função desconhecida. O lado esquerdo da igualdade, $f(t, y)$, apresenta as informações necessárias para obtermos a solução homogêna quando o lado direito $g(t)$ é igual a zero. Contudo, quando $g(t) \neq 0$ tal função apresenta as informações necessárias para obtenção da solução particular. A solução geral é composta por ambas soluções. Para essa equação específica a solução particular será determinada por:

$$y_p = \frac{A0}{(1+g)^2 + a_1(1+g) + a_0}(1+g)^t$$

com

$$(1+g)^2 + a_1(1+g) + a_0 \neq 0$$

O processo para obtenção da solução homogênea, requer a construção de um polinomio característico que permitirá a obtenção de pontos de equilíbrio que poderão ou não ser considerados estáveis. A equação abaixo representa o polinômio característico construído a partir da equação de diferenças acima.

$$\lambda^2 - (b+k)\lambda + k = 0$$

Antes de analisármos as raízes desse polinomio, realizaremos uma analise qualitativa através dos coeficientes de cada termo. Definiremos portanto:

$$a_1 = -(b+k)a_0 = k$$

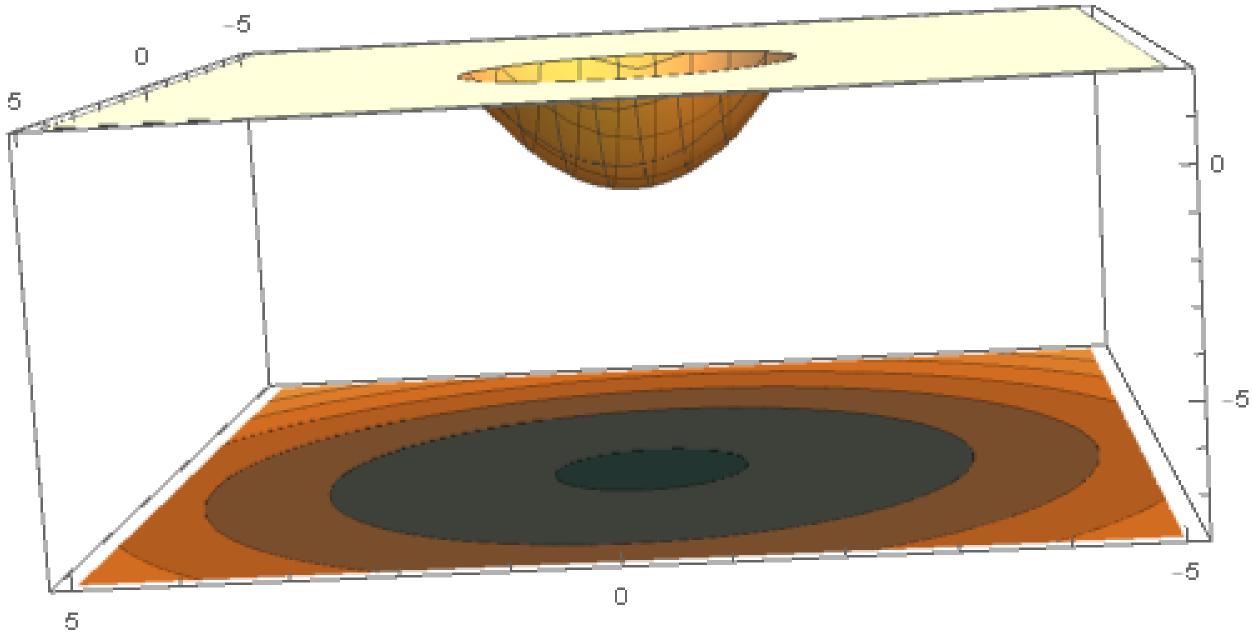


Figure 1: Gráfico do Discriminante

Condições de Estabilidade

As soluções desta equação serão estáveis se as seguintes condições forem atendidas:

Condição 1:

$$1 + a_1 + a_0 > 0 \quad então \quad 1 - b - k + k = 1 - b > 0 \quad isto é \quad b < 1$$

Condição 2 :

$$1 - a_1 + a_0 > 0 \quad então \quad 1 + b + k + k = 1 + b + 2k > 0 \quad isto é \quad b + 2k > -1$$

Condição 3 :

$$a_0 < 1 \quad isto é \quad k < 1$$

Percebe-se a partir dessa análise que para que todas as condições sejam verdadeiras, b e k deverão assumir valores menores que 1, observando também a segunda condição.

Raizes do polinômio característico

As raízes do polinômio característico, serão definidas portanto como:

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{(b + k) + -\sqrt{b^2 + k^2 - 2k}}{2}$$

O delta obtido, isto é, $b^2 + k^2 - 2k$ determina a dinâmica da equação pois ele determina as características das raízes. O gráfico abaixo expressa o comportamento cíclico das raízes, isto significa que tais raízes serão complexas.

A solução geral terá o seguinte formato:

$$y_t = R^t [A_5 \cdot \cos \theta t + A_6 \cdot \sin \theta t]$$

Assim como em equações diferenciais de primeira ordem, a convergência da trajetória temporal de $y(t)$ depende do comportamento de y quando $t- > \inf$. Desta forma entendemos que uma trajetória temporal será convergente, se e somente se, a raiz dominante(raiz com maior valor absoluto) for menor que 1 em valor absoluto.

No caso da raiz complexa, a trajetória resultante não é nem do tipo oscilatória ou flutuante, ela apresenta uma espécie de flutuação "degrau". No que diz respeito a convergencia, o fator decisivo será o termo R, que determinará se a flutuação degrau será intensificada ou amortecida à medida que t cresce. Será portanto amortecida e convergente se $R < 1$. Uma vez que o R é , por definição, o valor absoluto das raízes complexas conjugadas.(Chiang cp18)

No R...

Para implementação no software R, os seguinte pacotes são necessários:

```
library("ggplot2")
library("tidyr")
library("dplyr")
```

```
##
## Attaching package: 'dplyr'

## The following objects are masked from 'package:stats':
##
##     filter, lag

## The following objects are masked from 'package:base':
##
##     intersect, setdiff, setequal, union
```

```
library("limSolve")
```

```
##
## Attaching package: 'limSolve'

## The following object is masked from 'package:ggplot2':
##
##     resolution
```

```
library("matlib")
```

```
##
## Attaching package: 'matlib'

## The following object is masked from 'package:limSolve':
##
##     Solve
```

```
library("MASS")
```

```
##
## Attaching package: 'MASS'

## The following object is masked from 'package:dplyr':
##
##     select
```

O primeiro passo é delimitar valores iniciais aos parâmetros:

```
b = 0.9 # propensao marginal a consumir
k = 0.7 # acelerador do investimento
```

```
a2 = 1 #coeficiente que acompanha y_t
a1 = -(b + k) #coeficiente que acompanha y_{t-1}
a0 = k #coeficiente que acompanha y_{t-2}
A0 = 1
g = 0.1
txg = (1+g)
tmax = 100 #tempo
```

Em seguida, é necessário que criemos vetores que represente cada uma da variáveis que desejamos plotar. Estabelecemos aqui, o valor zero para todas os componentes. Esses valores serão substituidos a medida que a simulação ocorre.

```
Y <- rep(0,tmax) #produto
C <- rep(0,tmax) #consumo
Iind <- rep(0,tmax) #investimento induzido
Iaut <- rep(0,tmax) #investimento autonomo
I <- rep(0, tmax) #investimento total
yp <- rep(0,tmax) #solução particular
```

Em seguida delimitamos os valores iniciais para aquelas variáveis que possuem lags.

```
Y[1] = 1 #renda nacional
Y[2] = 3
C[1] = 2
C[2] = 4
```

Escrevemos então através da função *for* que a partir do tempo 3 os valores das variáveis (que delimitamos como vetores acima) devem ser substituidos pelos resultado das equações do modelo descrita entre chaves. E além disso, criamos um data.frame ao final, organizado por tempo e em sequencia com a função *gather*.

```
for (t in 3:tmax){ #t começa em 3

  C[t] = b*(Y[t-1]) # consumo das familias
  Iind[t] = k*(Y[t-1] - Y[t-2]) #investimento induzido
  #Iaut[t] = A0 *(txg*Iaut[t-1])
  Iaut[t] = A0*(1+g)^t
  I[t] = Iind[t] + Iaut[t] #investimento total
  Y[t] = C[t] + I[t] #renda nacional
}
t = seq(1, tmax, 1)


series <- data.frame(t, C, Iind,Iaut, I, Y)
series_tidy <- gather( series, -t, key = "serie", value = "valor" )

names(series_tidy)
```

```
## [1] "t"     "serie" "valor"
```

Antes de plotar o gráfico das variávels verificamos as condições de estabilidade, é importante lembrar que o resultado dependerá dos valores que foram definidos nas condições iniciais.

```
# analisando as condicoes
cond1 = 1 + a1+a0 >0
cond2 = 1-a1+a0 >0
cond3 = a0<1
conds = cond1 & cond2 & cond3
```

```r
if (conds){
  print("Trajetória estável")
} else {
  print("Trajetória instável")
}
```

```
## [1] "Trajetória estável"
```

Análise do Discriminante e raízes

O discriminante obtido foi negativo,isso significa que teremos raízes complexas.

```
## [1] -0.24
```

Após realizar o cálculo dessas raízes obtivemos:

```r
raizes = polyroot(coefs);raizes
```

```
## [1] 0.8+0.244949i 0.8-0.244949i
```

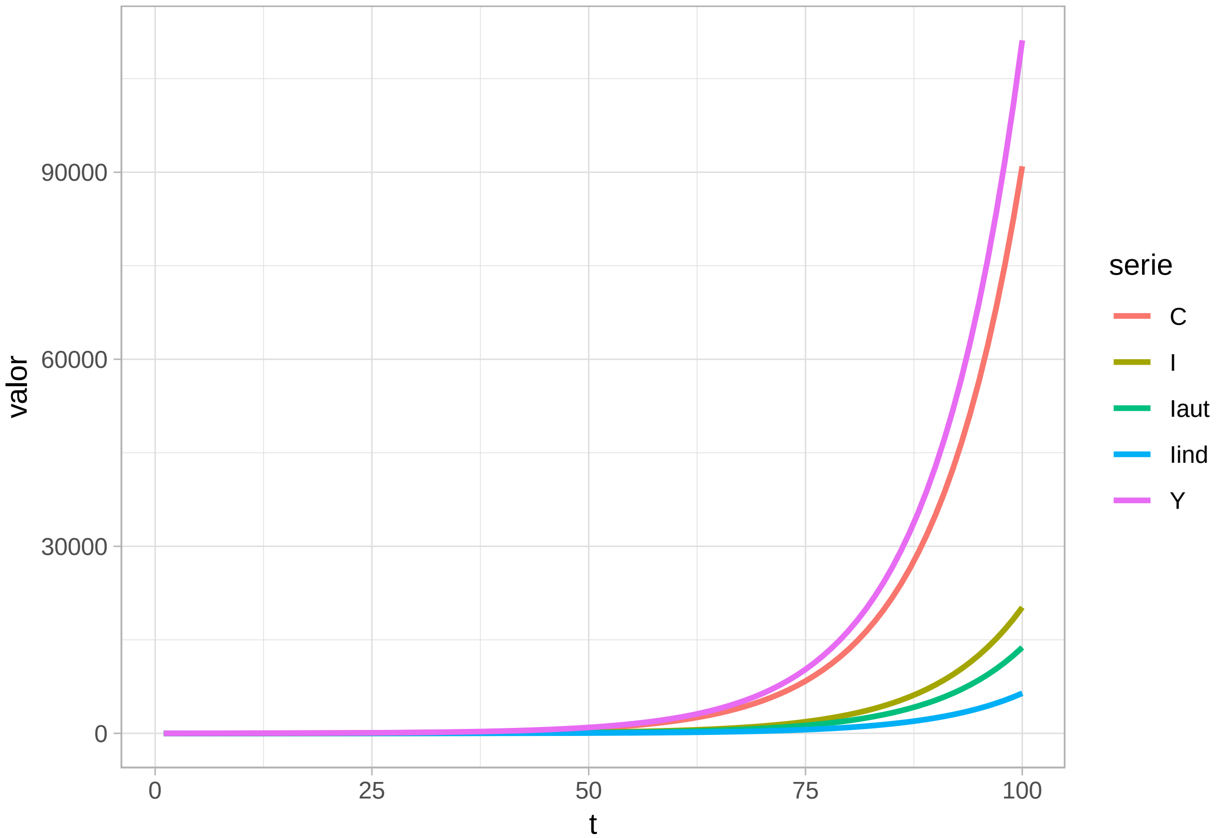
```r
if (delta >=0){
  raizes_reais <- Re( raizes )
  raizes_reais
  cat("Raízes reais: ", raizes_reais)
} else{
  R <- Mod(raizes[1])
  R
  cat("Raízes complexas em módulo ", R)
}
```

```
## Raízes complexas em módulo  0.83666
```

De acordo com que já foi comentado, se o módulo de R(parte real das raizes complexas) for menor do que um, isso significa que a trajetória é amortecida e convergente.

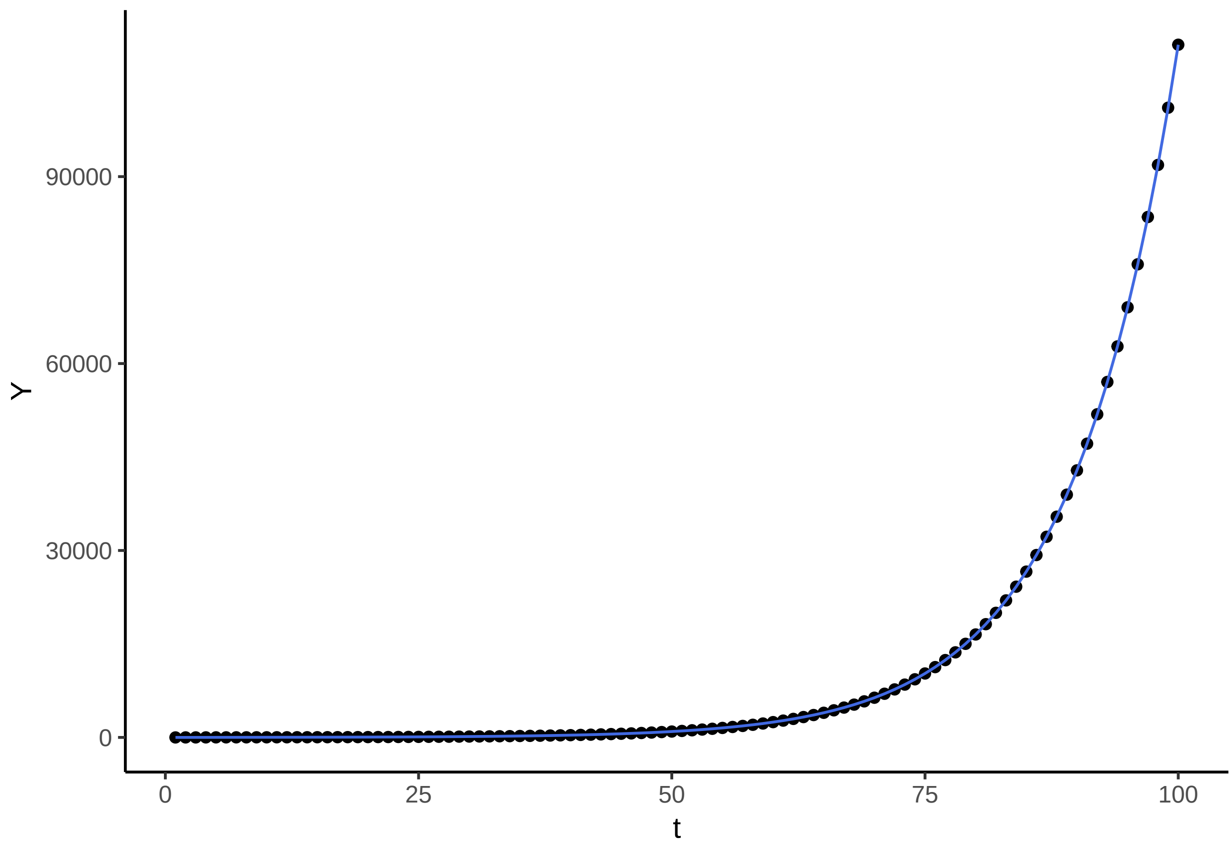
O gráfico que demonstra o comportamento das séries obtidas segue:

```r
grafico1 = ggplot(series_tidy, aes(x=t, y = valor, group=serie, color = serie) ) +
  geom_line(size=1) +
  theme_light()
grafico1
```

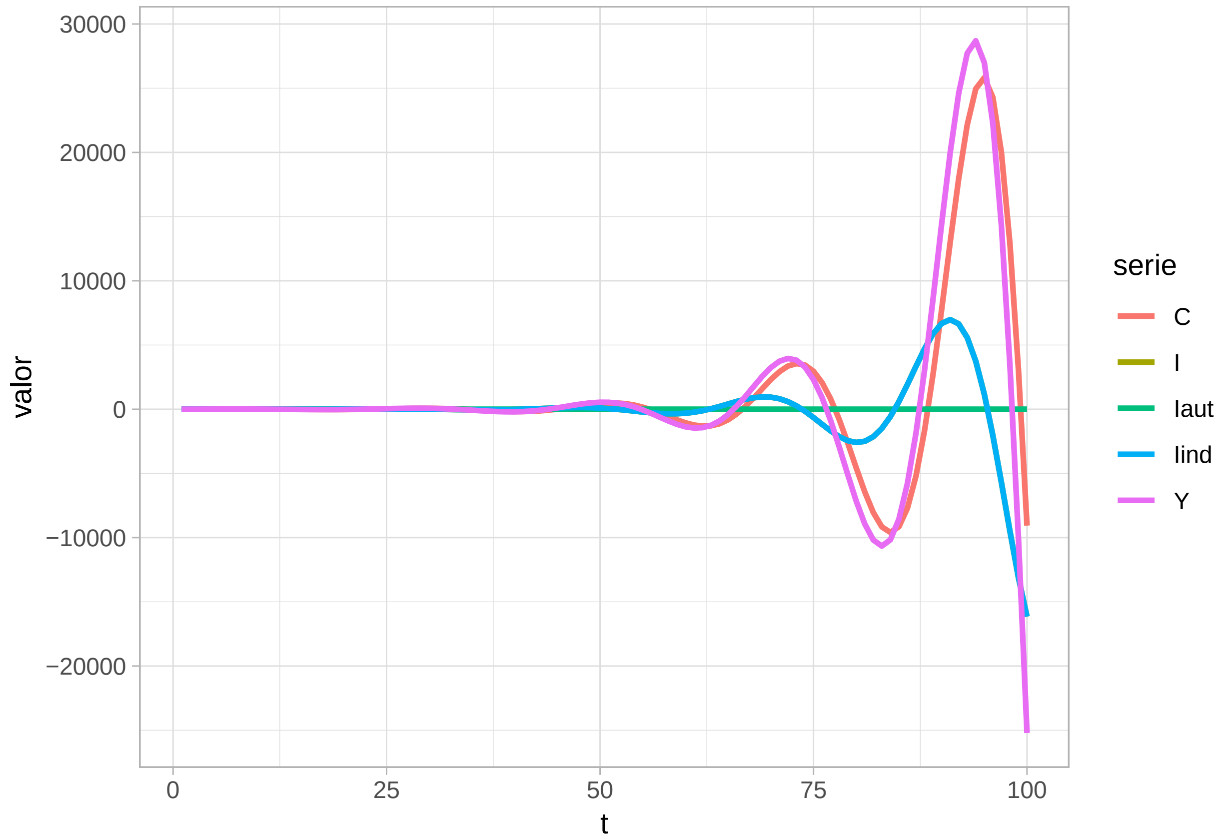


O gráfico que representa a trajetória da renda nacional com os parâmetros indicados inicialmente será portanto:

```
g2 <- ggplot(series,aes(x=t,y=Y))+
  geom_point(color="black")+
  geom_line(color="Royalblue")+
  theme_classic()

g2
```


Y
90000
60000
30000
0
0
25
50
75
100
t

Supondo uma situação em que o k > 1 e b = 0.9, isto é, que a equação seja instável (k=2) e (b = 0.9)



Observa-se que o formato das curvas mudam drasticamente. Teremos novamente duas raízes complexas, contudo em módulo, maior do que 1. Isso significa uma trajetória explosiva.

Discriminante:

```
## [1] -0.39
```

As raízes :

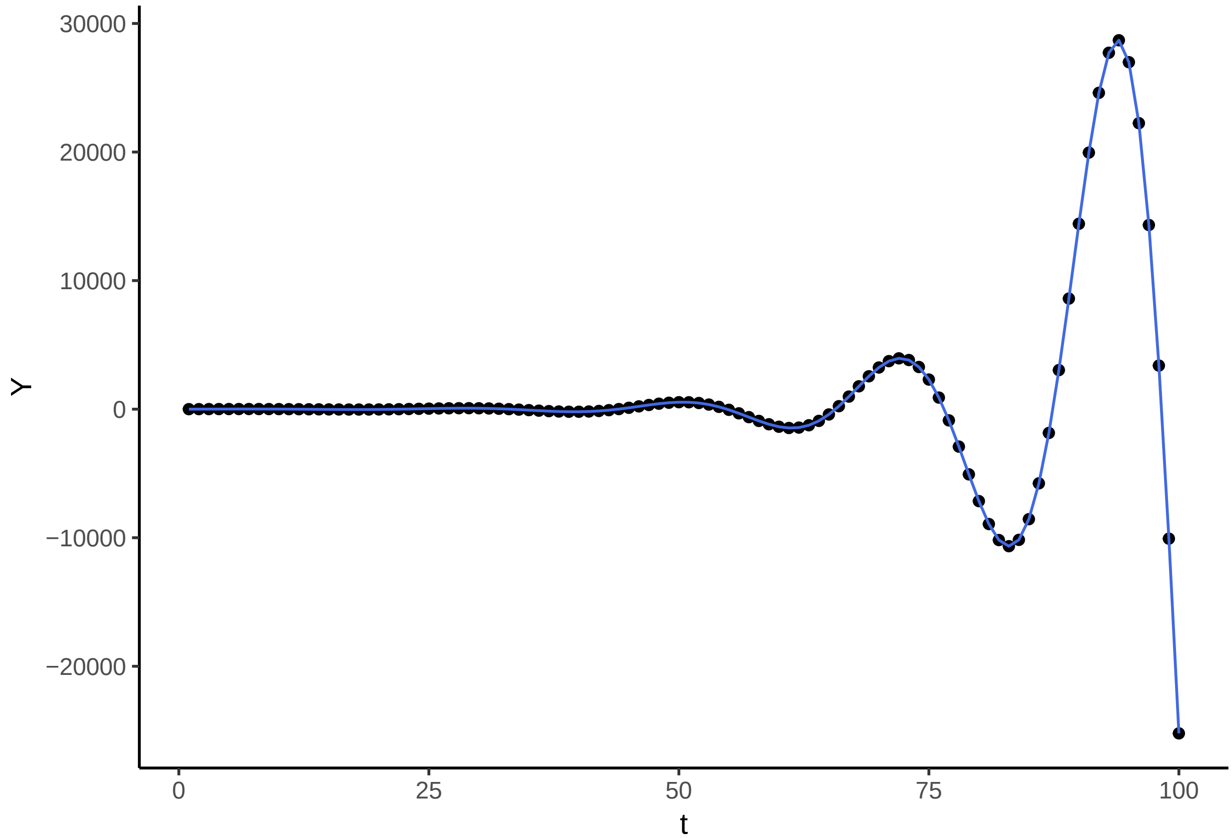
```
## [1] 1.05+0.31225i 1.05-0.31225i
```

```
## Raízes complexas com módulo  1.095445
```

A trajetória de Y

Como podemos ver, o formato da curva é bastante diferente da que vimos anterioremente.

```
g3 <- ggplot(series,aes(x=t,y=Y))+
  geom_point(color="black")+
  geom_line(color="Royalblue")+
  theme_classic()

g3
```



Trajetória de Y para uma economia com ciclos amortecidos

Sabemos que para que a trajetória de Y seja circular, as raízes do polinômio característico devem ser complexas. É sabido também, que em relação a convergencia, para que esses ciclos sejam amortecidos o R deve ser menor do que 1.

Seja $h + -vi$ raízes complexas de uma determinada equação$h = -\frac{a_1}{2}$ e $v = \frac{\sqrt{4a_0 - a_1^2}}{2}$, então:

$$R = \sqrt{h^2 + v^2} \quad então \quad R = \sqrt{a_0}$$

Logo, podemos deduzir que se $k = a_0$neste modelo, para que esta trajetória seja amortecida k precisa ser necessariamente menor que uma unidade. Desta forma, analisando novamente o discriminante resultante do polinomio característico, para que as raízes sejam complexas, b deverá assumir valores que satisfaçam a seguinte igualdade, pressupondo que $k < 1$.

$$\Delta = b^2 + k^2 - 2k \quad assim \quad b = \sqrt{-k^2 + 2k}$$

Adicionando Importação e Exportação

Admita os seguintes valore iniciais:

```
b = 0.7 # propensao marginal a consumir
k = 0.2 # acelerador do investimento
m = 0.2
a2 = 1 #coeficiente que acompanha y_t
a1 = -(b + k-m) #coeficiente que acompanha y_{t-1}
```

```
a0 = k #coeficiente que acompanha y_{t-2}
A0 = 0.1
X0 = 0.6
g = 0.02
gx = 0.02
tmax = 100 #tempo
```

Como agora teremos duas outras novas funções, devemos adicionar dois novos vetores, e determinar os valores iniciais para as que tiverem lags.

```
Y <- rep(0,tmax) #produto
C <- rep(0,tmax) #consumo
Iind <- rep(0,tmax) #investimento induzido
Iaut <- rep(0,tmax) #investimento autonomo
I <- rep(0, tmax) #investimento total
X <- rep(0,tmax)#exportação
M <- rep(0,tmax)#importação
yp <- rep(0,tmax) #solução particular

Y[1] = 5
Y[2] = 3
C[1] = 2
C[2] = 4
X[1] = 2
X[2] = 5
M[1] = 3
M[2] = 6
```

Também será necessário adicionar as equações dentro da função for:

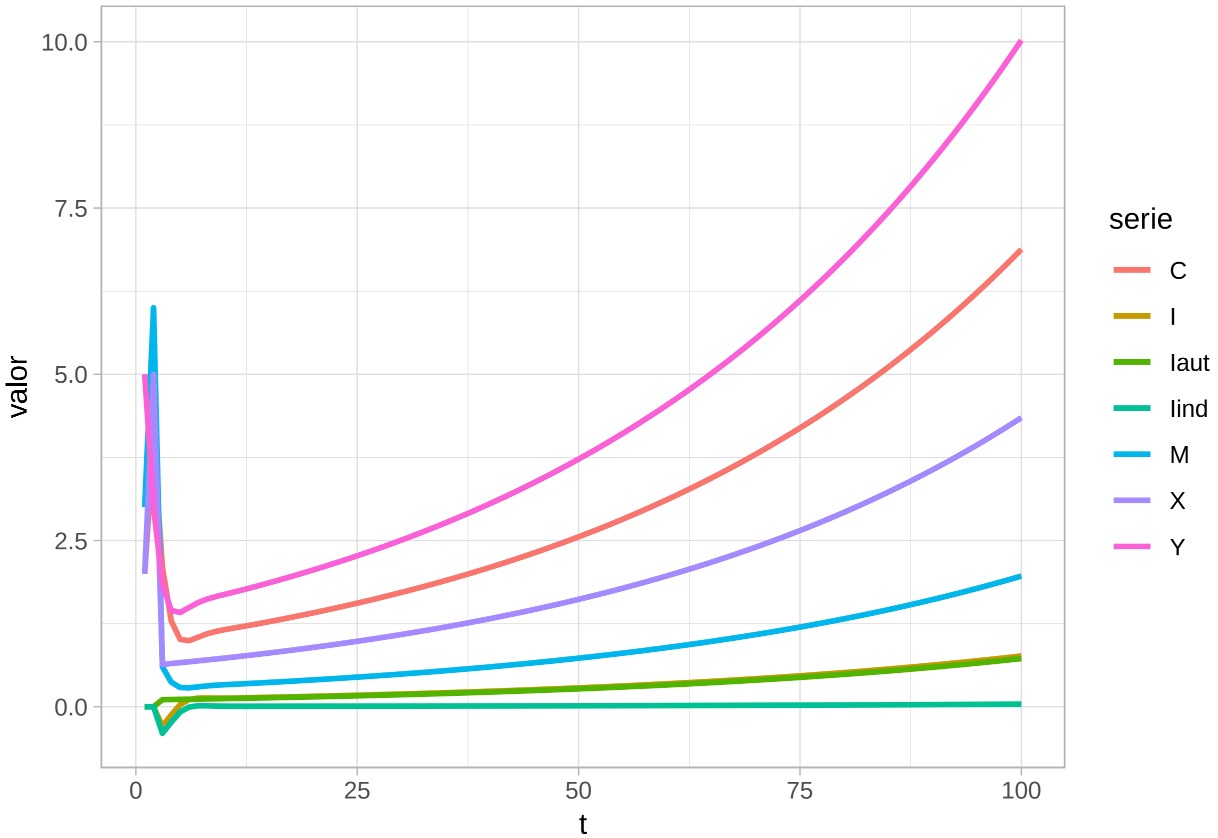
```
for (t in 3:tmax){ #t começa em 3

  C[t] = b*(Y[t-1]) # consumo das familias
  Iind[t] = k*(Y[t-1] - Y[t-2]) #investimento induzido
  Iaut[t] = A0*(1+g)^t
  I[t] = Iind[t] + Iaut[t] #investimento total
  M[t] = m*Y[t-1] #importação
  X[t] = X0*((1+gx)^t) #exportação
  Y[t] = C[t] + I[t] + (X[t] - M[t]) #renda nacional
}
t = seq(1, tmax, 1)


series <- data.frame(t, C, Iind,Iaut, I, M,X,Y)
series_tidy <- gather( series, -t, key = "serie", value = "valor" )

names(series_tidy)
```

```
## [1] "t"     "serie" "valor"
```

O grafico com as novas variáveis será portanto:

```
grafico3 = ggplot(series_tidy, aes(x=t, y = valor, group=serie, color = serie) ) +
  geom_line(size=1) +
  theme_light()
```

```
grafico3
```



Como podemos perceber os valores iniciais impõe uma volatilidade inicial, mas longo do tempo, a trajetória da renda nacional volta a ter um comportamento semelhante aos das outras situações simuladas aqui .

A análise das condições de estabilidade, no entanto serão outras dado que agora teremos um novo paramêtro m advindo da adição da equação correspondente as Importações. Desta forma,teremos:

Condição 1:

$$1 + a_1 + a_0 > 0 \quad então \quad 1 - b - k + m + k = 1 - b + m > 0 \quad isto \quad é \quad m + b < 1$$

Condição 2 :

$$1 - a_1 + a_0 > 0 \quad então \quad 1 + b + k - m + k = 1 + b + 2k - m > 0 \quad isto \quad é \quad b + 2k - m > -1$$

Condição 3 :

$$a_0 < 1 \quad isto \quad é \quad k < 1$$

Dado os valores inciais propostos temos que:

```
# analisando as condicoes
cond1 = 1 + a1+a0 >0
cond2 = 1-a1+a0 >0
cond3 = a0<1
conds = cond1 & cond2 & cond3
if (conds){
  print("Trajetória estável")
```

```r
} else {
  print("Trajetória instável")
}
```

```
## [1] "Trajetória estável"
```

Considerando a escolha dos valores inciais, o discriminante resultante do polinomio característico, e as raízes resultantes foram determinadas como:

```r
# calculando o discriminante
delta = a1^2 -4*a2*a0;delta
```

```
## [1] -0.31
```

```r
##Analisando as raízes

raizes = polyroot(coefs);raizes
```

```
## [1] 0.35+0.2783882i 0.35-0.2783882i
```

```r
if (delta >=0){
  raizes_reais <- Re( raizes )
  raizes_reais
  cat("Raízes reais: ", raizes_reais)
} else{
  R <- Mod(raizes[1])
  R
  cat("Raízes complexas com módulo ", R)
}
```

```
## Raízes complexas com módulo  0.4472136
```

Como o valor R em módulo é menor que um, esta equação tem trajetória amortecida.

```r
R <- Mod(raizes[1]);R ##modulo do vetor do numero complexo
```

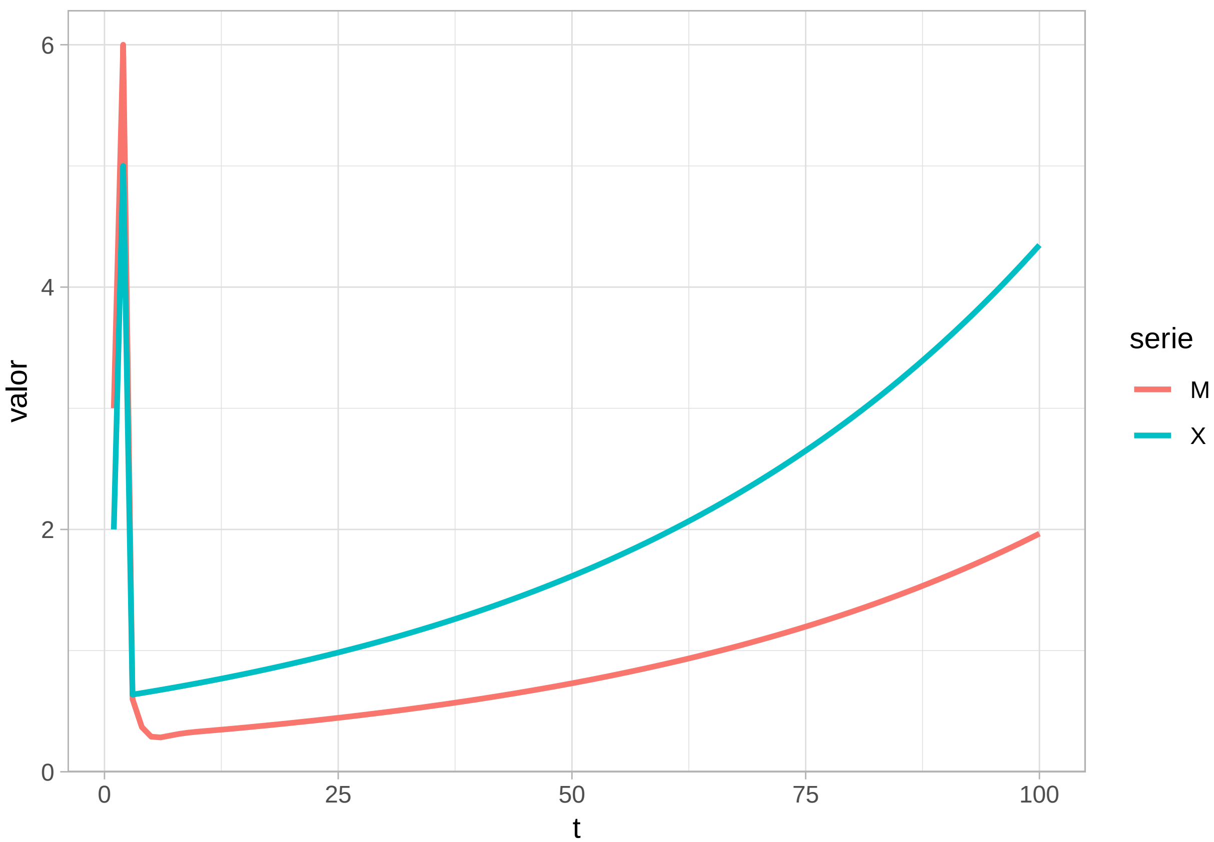
```
## [1] 0.4472136
```

Para analisarmos a balança de pagamentos, isto é, a diferença entre exportações e importações, consideremos o seguinte gráfico:

```r
bp <- data.frame(t,M,X)
pb_painel <- gather( bp, -t, key = "serie", value = "valor" )

names(pb_painel)
```

```
## [1] "t"     "serie" "valor"
```

```r
bpgrafico = ggplot(pb_painel, aes(x=t, y = valor, group=serie, color = serie) ) +
  geom_line(size=1) +
  theme_light()

bpgrafico
```



Como podemos observar, os valores iniciais exercem algum disturbio no inicio, mas no longo prazo as trajetórias se mostram não oscilatórias e amortecidas.

Alternado a função que representa a Importação.

Pressuponha os seguintes parâmetros iniciais, e admita o mesmo procedimento adotado anteriormente para adição dos vetores das variáveis, assim como a determinação dos valores iniciais para aquelas que possuem lags.

```
b = 0.9 # propensao marginal a consumir
k = 0.7 # acelerador do investimento
m1 = 0.03
m2 = 0.04
a2 = 1 #coeficiente que acompanha y_t
a1 = -(b + k-(m1*b)-(m2*k)) #coeficiente que acompanha y_{t-1}
a0 = (k-(m2*k)) #coeficiente que acompanha y_{t-2}
A0 = 0.1
X0 = 0.6
g = 0.02
gx = 0.04
tmax = 100 #tempo
```

As novas equações devem ser determinadas no for:

```
for (t in 3:tmax){ #t começa em 3

  C[t] = b*(Y[t-1]) # consumo das familias
  Iind[t] = k*(Y[t-1] - Y[t-2]) #investimento induzido
```

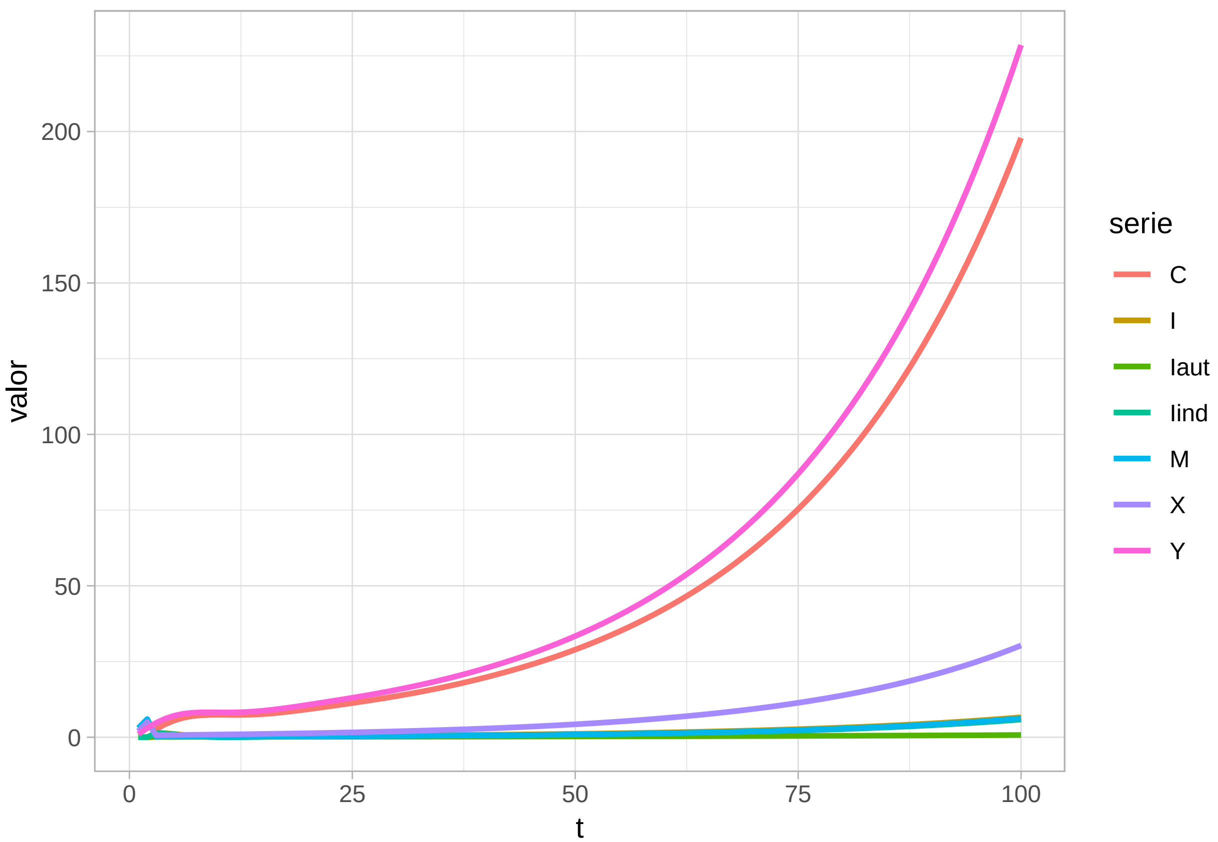
```
  Iaut[t] = A0*((1+g)^t)
  I[t] = Iind[t] + Iaut[t] #investimento total
  M[t] = m1*(C[t]) + m2*(I[t]) #importação
  X[t] = X0*((1+gx)^t) #exportação
  Y[t] = C[t] + I[t] + (X[t] - M[t]) #renda nacional
}
t = seq(1, tmax, 1)
```

E o gráfico de todas variáveis pressupondo as condições iniciais citadas acima será dado por:

```
series <- data.frame(t, C, Iind,Iaut, I, M,X,Y)
series_tidy <- gather( series, -t, key = "serie", value = "valor" )

names(series_tidy)
```

```
## [1] "t"      "serie" "valor"
```

```
## [1] "t" "serie" "valor"

grafico4 = ggplot(series_tidy, aes(x=t, y = valor, group=serie, color = serie) ) +
  geom_line(size=1) +
  theme_light()
grafico4
```



É importante lembrar que as condições inciais já não serão as mesmas. E serão dadas por:

Condição 1:

$$1 + a_1 + a_0 > 0 \quad então \quad 1 - b - k + m1 \cdot b + m2 \cdot k + k - m2 \cdot k = 1 - b + m1 \cdot b > 0 \quad isto \quad é \quad b(m1 + 1) < 1$$

Condição 2 :

$$1 - a_1 + a_0 > 0 \quad então \quad 1 + b + k - m1 \cdot b - m2 \cdot k + k - m2 \cdot k = 1 + b + 2k - m1 \cdot b - 2m2 \cdot k > 0 \quad isto \quad é \quad b(1 - m1) + k(2 - 2m2) > -1$$

Condição 3 :

$$a_0 < 1 \quad isto \quad é \quad k < 1$$

Analisemos o discriminante e as raízes:

```
coefs = c(a0, a1, a2)


# calculando o discriminante
delta = a1^2 -4*a2*a0;delta
```

```
## [1] -0.300975
```

```
##Analisando as raízes

raizes = polyroot(coefs);raizes
```

```
## [1] 0.7725+0.2743059i 0.7725-0.2743059i
```

```
if (delta >=0){
  raizes_reais <- Re( raizes )
  raizes_reais
  cat("Raízes reais: ", raizes_reais)
} else{
  R <- Mod(raizes[1])
  R
  cat("Raízes complexas com módulo ", R)
}
```

```
## Raízes complexas com módulo  0.8197561
```

```
R <- Mod(raizes[1]);R ##modulo do vetor do numero complexo #SE <1 amortecido
```

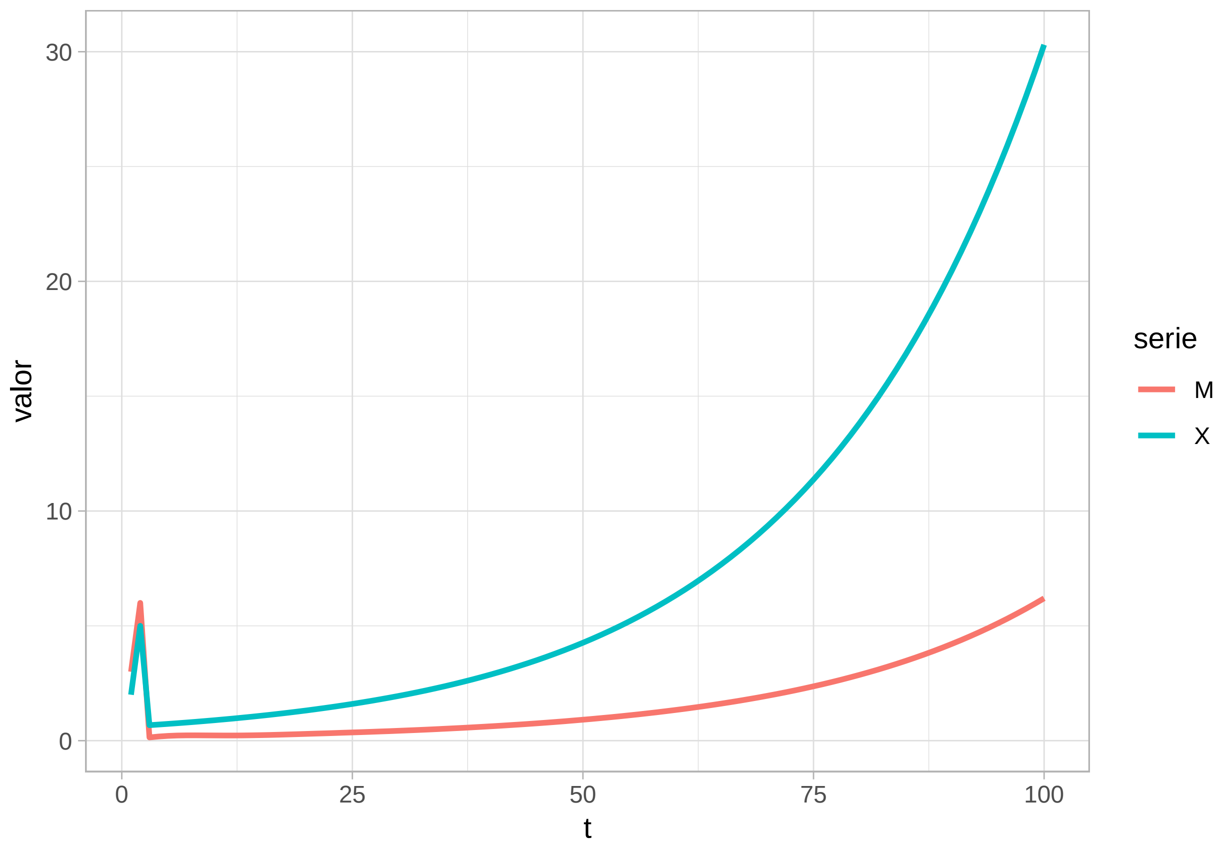
```
## [1] 0.8197561
```

Como pode ser observado, apesar das alterações, as raízes ainda são complexas, o que indica uma trajetória circular e como o $R < 1$ em módulo é amortecida. Em relação a balança de pagamentos pode se verificar que dado os parametros inciais, temos um saldo positivo na balança de pagamentos.

```
bp <- data.frame(t,M,X)
pb_painel <- gather( bp, -t, key = "serie", value = "valor" )

names(pb_painel)
```

```
## [1] "t"     "serie" "valor"
```

```
bpgrafico2 = ggplot(pb_painel, aes(x=t, y = valor, group=serie, color = serie) ) +
  geom_line(size=1) +
  theme_light()

bpgrafico2
```



O modelo de ciclo econômico de Kalecki

Definições e Equações

Seja P= lucros; C= consumo dos capitalistas; B=parte constante do consumo do capitalistas; I= investimento bruto; A= produção e entrega de bens de investimento, sendo $A_t = I_{t-1}$ onde t= um período de tempo discreto e K= capital fixo. Tem se:

$$P_t = C_t + A_t \quad ou \quad C_t = P_t - A_t$$
$$C_t = B + \lambda P_t$$

Então igualando as duas equações temos que :

$$P_t - A_t = B + \lambda P_t \quad ou \quad P_t = \frac{B + A_t}{1 - \lambda}$$

Como P representa o lucro, o investimento seria determinado portanto em função do lucro e capital:

$$\frac{I_t}{K_t} = f\left(\frac{P_t}{K_t}\right)$$

ou

$$I_t = m(B + A_t) - n \cdot k_t$$

Sabemos também que $\Delta K_t = K_{t+1} - K_t = A_t - U$, pelo método da iteração temos que :

$$\Delta k_{t+2} - K_{t+1} = A_{t+1} - U_t$$

A partir disso, e entendendo que $I_t = A_{t+1}$,isto é,o investimento bruto é igual a produção e entrega de bens de investimento, obtemos que:

$$k_{t+2} - (m+1)K_{t+1} + (m+n)K_t = m \cdot B + (m-1)U$$

No R. . .

Considere os seguintes parâmetros:

```
B = 10
m = 0.4
U = 6
n = 0.3
L = 0.6
a2 = 1 #coeficiente que acompanha K_{t}
a1 = -(m + 1) #coeficiente que acompanha K_{t-1}
a0 = (m + n) #coeficiente que acompanha K_{t-2}

tmax = 100 #tempo
```

Delimitamos os vetores correspondentes a cada variável assim como os lags das variáveis que possuiam lags, da seguinte maneira:

```
K <- rep(0,tmax) #produto
I <- rep(0,tmax) #investimento induzido
A <- rep(0,tmax)
C <- rep(0,tmax)
Y <- rep(0,tmax)
P <- rep(0,tmax)

K[1] = 1 #renda nacional
I[1] = 2
C[1] = 2
```

Seguindo o mesmo raciocínio da questão anterior dentro da função for, delimitamos as equações:

```
for (t in 2:tmax){ #t começa em 3

  I[t] = m*(A[t-1]+ B) - n*(K[t-1])
  A[t] = I[t-1]
  C[t] = (L*P[t-1]) + B
  P[t] = A[t]+C[t-1]
  K[t] = A[t]- U +K[t-1]
}
t = seq(1, tmax, 1)
```

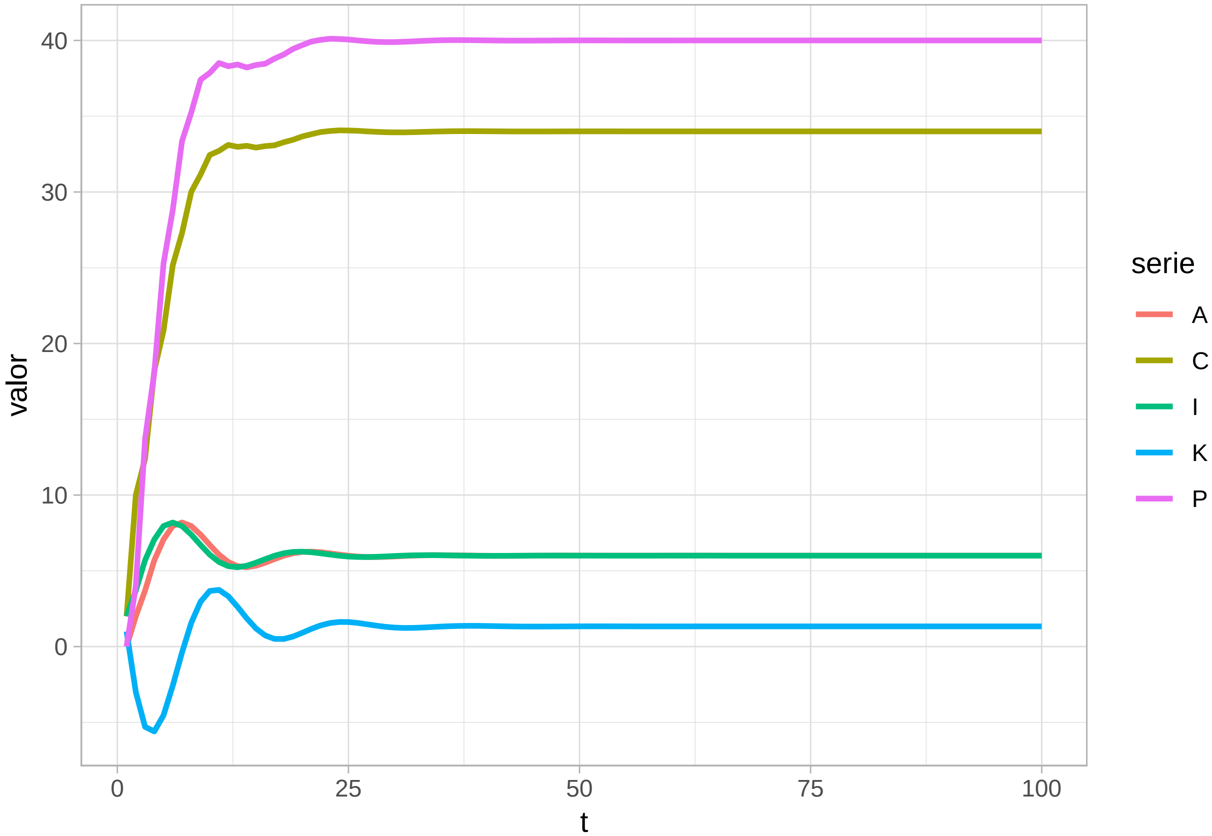
Definiu-se as séries e desta forma obtemos o gráfico abaixo:

```
series <- data.frame(t,I,A,C,P,K)
series_tidy <- gather( series, -t, key = "serie", value = "valor" )

names(series_tidy)
```

```
## [1] "t"     "serie" "valor"
```

```
graficoQE = ggplot(series_tidy, aes(x=t, y = valor, group=serie, color = serie) ) +
  geom_line(size=1) +
```

```r
theme_light();graficoQE
```



Analisando Analiticamente a estabilidade temos que:

Condição 1:

$$1 + a_1 + a_0 > 0 \quad então \quad 1 - (m+1) + m + n = 1 + n > 0 \quad istoé \quad n > -1$$

Condição 2 :

$$1 - a_1 + a_0 > 0 \quad então \quad 1 + m + 1 + m + n > 0 \quad istoé \quad 2m + n > -2$$

Condição 3 :

$$a_0 < 1 \quad istoé \quad m + n < 1$$

Analisando as condições de estabildade

Observamos abaixo que para os parâmetros estipulados a trajetória é estável.

```r
# analisando as condicoes
cond1 = 1 + a1+a0 >0
cond2 = 1-a1+a0 >0
cond3 = a0<1
conds = cond1 & cond2 & cond3
if (conds){
  print("Trajetória estável")
} else {
  print("Trajetória instável")
}
```

```
## [1] "Trajetória estável"
```

```r
coefs = c(a0, a1, a2)
```

Pela interpretação do discriminante e do R, conclui se que a trajetória é cíclica amortecida;

```r
# calculando o discriminante
delta = a1^2 -4*a2*a0;delta
```

```
## [1] -0.84
```

```r
##Analisando as raízes

raizes = polyroot(coefs);raizes
```

```
## [1] 0.7+0.4582576i 0.7-0.4582576i
```

```r
if (delta >=0){
  raizes_reais <- Re( raizes )
  raizes_reais
  cat("Raízes reais: ", raizes_reais)
} else{
  R <- Mod(raizes[1])
  R
  cat("Raízes complexas com módulo ", R)
}
```

```
## Raízes complexas com módulo  0.83666
```

```r
R <- Mod(raizes[1]);R
```

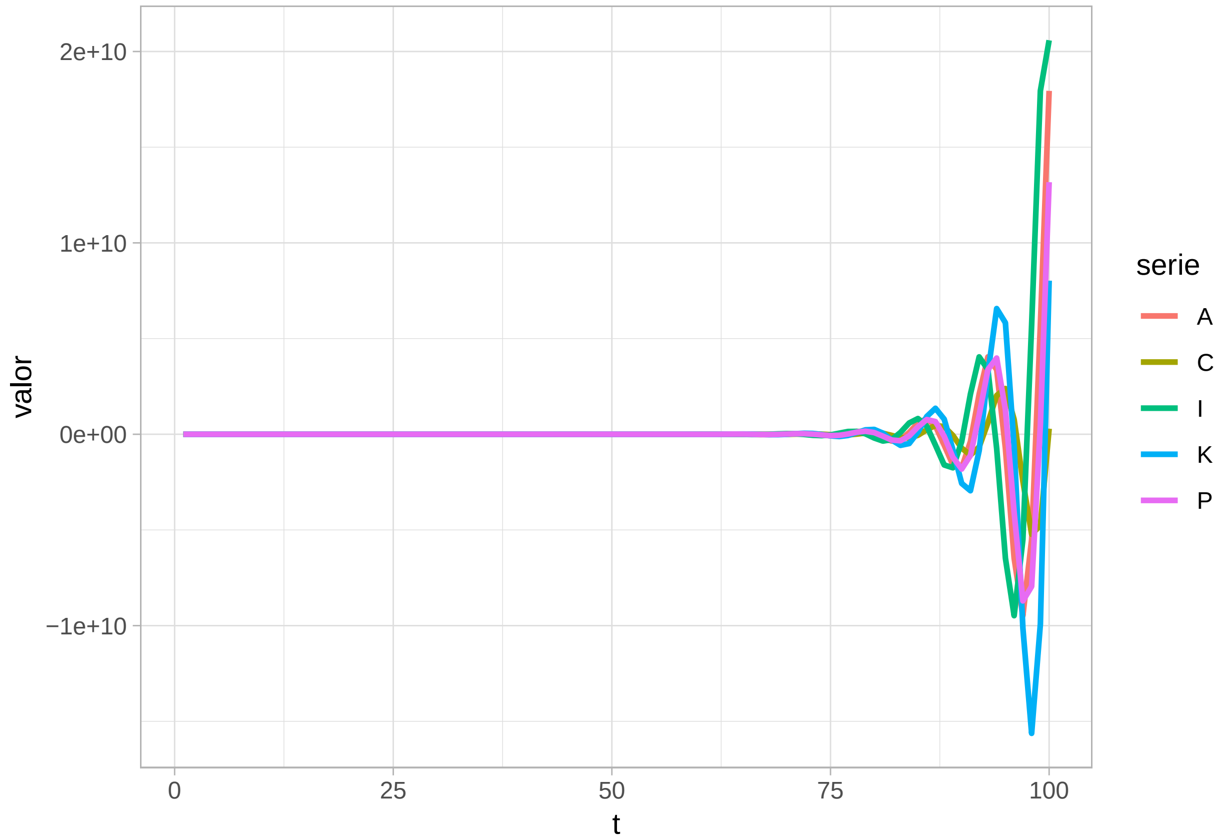
```
## [1] 0.83666
```

Supondo uma condição de instabilidade:

```r
B = 10
m = 1
U = 6
n = 1.5
L = 0.6
a2 = 1 #coeficiente que acompanha K_{t}
a1 = -(m + 1) #coeficiente que acompanha K_{t-1}
a0 = (m + n) #coeficiente que acompanha K_{t-2}

tmax = 100 #tempo
```

O gráfico das equações com $m > 1$ e $n > 1$ apresenta-se da seguinte forma:

```r
graficoQE
```



As condições de estabilidade, confirmam trajetória instável.

```
# analisando as condicoes
cond1 = 1 + a1+a0 >0
cond2 = 1-a1+a0 >0
cond3 = a0<1
conds = cond1 & cond2 & cond3
if (conds){
  print("Trajetória estável")
} else {
  print("Trajetória instável")
}
```

```
## [1] "Trajetória instável"
```

```
coefs = c(a0, a1, a2)
```

Pela análise do discriminante (que é negativo indicando raízes complexas) e assim do R (que é maior que 1 em módulo), verifica-se que a trajetória de K, com esses parâmetros será explosiva.

```
delta = a1^2 -4*a2*a0;delta
```

```
## [1] -6
```

```
##Analisando as raízes

raizes = polyroot(coefs);raizes
```

```
## [1] 1+1.224745i 1-1.224745i
```

```r
if (delta >=0){
  raizes_reais <- Re( raizes )
  raizes_reais
  cat("Raízes reais: ", raizes_reais)
} else{
  R <- Mod(raizes[1])
  R
  cat("Raízes complexas com módulo ", R)
}
```

```
## Raízes complexas com módulo  1.581139
```

```r
R <- Mod(raizes[1]);R
```

```
## [1] 1.581139
```