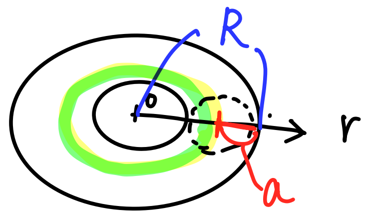
第1回レポート課題 核融合エネルギー工学 37236510 道家 友香

問1 (1), (2)

・パワーバランスの式

$$\frac{3}{2} n_e \frac{dT_e}{dt} = P_J - P_{brem} = 1\times10^{-3}\, T_e^{-\frac{3}{2}} j^2 - 1.5\times10^{-38}\, n_e^2 T_e^{\frac{1}{2}} \quad \cdots ①$$



バランスしたとき.

(①式) = 0

$$P_J = P_{brem}$$

$$1\times\cancel{10^{-3}}\, T_e^{-\frac{3}{2}} j^2 = 1.5\times10^{\cancel{-38}\ -35}\, n_e^2 T_e^{\frac{1}{2}}$$

$$T_e = \frac{j}{\sqrt{1.5\times10^{-35}\, n_e}} \quad \cdots ②$$

$R = 6.2\,m,\ a = 2\,m$

$B = 5.3\,T,\ I_p = 15\,MA.$

$n_e = 1\times10^{20}\,m^{-3}$

j 一様

ここでプラズマ断面を円と仮定するので.

$$電流密度\ j = \frac{I_p}{\pi a^2} = \frac{15\times10^6}{4\pi}\ [A/m^2] \quad \cdots ③'$$

② に ③' を代入

$$T_e = \frac{1}{\sqrt{15\times10^{-36}}} \times \frac{15\times10^6}{4\pi} \times \frac{1}{10^{20}}$$

$$= \frac{\sqrt{15}}{4\pi} \times 10^4$$

$$= 3.08\times10^4\,K$$ 問1(2)

このとき, ジュール加熱パワー P_{OH} は

$$P_{OH} = 1.0\times10^{-3}\, T_e^{-\frac{3}{2}} j^2$$

$T_e = \frac{\sqrt{15}}{4\pi}\times10^4\,[K]$, $j = \frac{15\times10^6}{4\pi}\,[A/m^2]$ を代入すると.

$$\therefore P_{OH} = 3.27\times10^2\,[W]$$ (1)

問2

・ビームイオンのエネルギー W_b : $\dfrac{dW_b}{dt} = -\dfrac{W_b}{T_w^{be}} - \dfrac{W_b}{T_w^{bi}}$ …①

・$T_w^{be} = C_1 \dfrac{A_b T_e^{\frac{3}{2}}}{Z_b^2 n_e}$ …②

・$T_w^{bi} = C_2 \dfrac{A_b A_i W_b^{\frac{3}{2}}}{Z_b^2 Z_i^2 n_i}$ …③ (C_1とC_2は定数)

$W_b = W_{bc}$のとき, $T_w^{bi} = T_w^{be}$なので

$$1 = \frac{T_w^{be}}{T_w^{bi}} = \frac{C_1 \cancel{A_b} T_e^{\frac{3}{2}}}{\cancel{Z_b^2} n_e} \cdot \frac{\cancel{Z_b^2} Z_i^2 n_i}{C_2 \cancel{A_b} A_i W_{bc}^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{C_1 T_e^{\frac{3}{2}} Z_i^2 n_i}{C_2 n_e A_i} \cdot \frac{1}{W_{bc}^{\frac{3}{2}}} \quad \therefore \frac{C_1 T_e^{\frac{3}{2}} Z_i^2 n_i}{C_2 n_e A_i} = W_{bc}^{\frac{3}{2}}$$

②,③より $\dfrac{T_w^{bi}}{T_w^{be}} = \left(\dfrac{W_b}{W_{bc}}\right)^{\frac{3}{2}}$

$$T_w^{bi} = \left(\frac{W_b}{W_{bc}}\right)^{\frac{3}{2}} T_w^{be} \quad //$$

(2)

・$\dfrac{W_b}{T_w^{bi}}$: 高速イオンがイオンを加熱するパワー

・$\dfrac{W_b}{T_w^{be}}$: 〃 電子を加熱するパワー

よって $f_{ih} = \dfrac{\frac{W_b}{T_w^{bi}}}{\frac{W_b}{T_w^{bi}} + \frac{W_b}{T_w^{be}}}$

$$= \frac{T_w^{be}}{T_w^{be} + T_w^{bi}}$$

$$= \frac{1}{1 + \left(\frac{T_w^{bi}}{T_w^{be}}\right)}$$

$$= \frac{1}{1 + f_h^{\frac{3}{2}}} \quad //$$

(3)

$$F_{ih} = \frac{1}{W_{bo}} \int_0^{W_{bo}} f_{ih}\, dW_b .$$

$$f_h = \frac{W_b}{W_{bc}} \text{ より}$$

- $$df_h = \frac{dW_b}{W_{bc}}$$
- $$\begin{array}{c|ccc} W_b & 0 & \longrightarrow & W_{bo} \\ f_h & 0 & \rightarrow & \dfrac{W_{bo}}{W_{bc}} \end{array}$$

$$\therefore\ F_{ih} = \frac{W_{bc}}{W_{bo}} \int_0^{\frac{W_{bo}}{W_{bc}}} \frac{1}{1+f_h^{\frac{3}{2}}}\, df_h$$

$$= \underline{\frac{W_{bc}}{W_{bo}}\ f_h\, {}_2F_1(0.666667, 1; 1.66667; -f_h^{1.5}) + \text{Const.}}$$

(${}_2F_1(a, b ; c ; x)$ は超幾何関数)

$$= \frac{W_{bc}}{W_{bo}} \left[\frac{1}{3} \log\left(\frac{\left(\frac{W_b}{W_{bc}}\right)^{\frac{3}{2}} + 1}{\left(\left(\frac{W_b}{W_{bc}}\right)^{\frac{1}{2}} + 1\right)^3} \right) + \frac{2}{\sqrt{3}} \arctan \frac{2\left(\frac{W_b}{W_{bc}}\right)^{\frac{1}{2}} - 1}{\sqrt{3}} \right] + \text{Const.}$$

$W_{bo} = 10\, W_{bc}$ のとき

$$F_{ih} = \frac{1}{10} \times 10\ {}_2F_1\left(\frac{2}{3}, 1 ; \frac{5}{3} ; -10\sqrt{10}\right)$$

$$\approx \underline{0.179}$$

問3

(1)

$$\eta_{CD} = \frac{n_e R_p I_{CD}}{P_{CD}} = 0.5 \times 10^{20}\,\mathrm{A/m^2 \cdot W}$$

I_{CD}：駆動できる電流

P_{CD}：加熱パワー

$$\frac{R}{a} = \frac{6.2\,\mathrm{m}}{2\,\mathrm{m}},\quad B = 5.3\,\mathrm{T},\quad I_p = 15 \times 10^6\,\mathrm{A},\quad n_e = 10^{20}\,/\mathrm{m^3}$$

$$P_{CD} = \frac{\cancel{10^{20}}\,/\mathrm{m^3} \cdot 6.2\,\mathrm{m} \cdot 15 \times 10^6\,\mathrm{A}}{0.5 \times \cancel{10^{20}}\,\mathrm{A/m^2 \cdot W}}$$

$$= \underline{1.86 \times 10^8\,\mathrm{W}}$$

(2) プラズマ中心の電子を加熱するための共鳴条件は.

$$\omega_{in} = n\,\omega_{ce}$$

基本波共鳴なので $\omega_{in} = \omega_{ce} = \dfrac{eB}{m_e} = \dfrac{1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C} \times 5.3\,\mathrm{T}}{9.1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg/コ}}$ （$10^{-19}/10^{-31}$ → 10^{12}）

$$= \underline{9.32 \times 10^{11}\,\mathrm{Hz}}$$

このときのカットオフ密度 $n_{cutoff} = \dfrac{\varepsilon_0 m_e}{e^2}\,\omega_{in}^2$

$$= \frac{\varepsilon_0 \cancel{m_e}}{\cancel{e^2}} \frac{\cancel{e^2} B^2}{m_e^{\cancel{2}}}$$

$$= \frac{\varepsilon_0 B^2}{m_e}$$

$$= \frac{8.854 \times 10^{-12}\,\mathrm{F/m} \times 5.3^2\,\mathrm{T^2}}{9.1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}}$$ （$10^{-12}/10^{-31}$ → 10^{19}）

$$\fallingdotseq \underline{2.73 \times 10^{20}\,\mathrm{m^{-3}}}$$

(3)
中心電子密度 1.3 n_e のとき

$n_{cutoff} \geq 1.3 n_e$ であれば電磁波は遮蔽されない = 加熱可能.

$$\frac{\varepsilon_0 m_e}{\cancel{e^2}}\left(\frac{\cancel{e}B}{m_e}\right)^2 \geq 1.3 n_e$$

$$B \geq \sqrt{\frac{1.3 n_e m_e}{\varepsilon_0}}$$

$$B \geq \sqrt{\frac{1.3 \times 10^{20}/m^3 \cdot 9.1 \times \cancel{10^{-31}} kg}{8.854 \times \cancel{10^{-12}} F/m}}$$

$$= 3.6553$$

よってトロイダル磁場の下限は 3.66 T