Universidad de Granada

Álgebra: ejercicio 12

Miguel Anguita Ruiz

Curso 2017/18

Índice

Enunciado

DNI: 77149477W

Dadas dos variables medidas en 4 ubicaciones diferentes que dan los valores $x = \{7, 7, 1, 4\}$, $y = \{9, 4, 7, 7\}$.

i) Halla la recta de regresión de y sobre x, resolviendo el s.l. de Cramer asociado.

ii) Halla la recta de regresión de x sobre y, resolviendo el s.l. de Cramer asociado.

iii) Halla sus medias, hallando la intersección de las dos rectas de regresión y el coeficiente de correlación multiplicando coeficientes de ambas rectas.

iv) Dibuja las dos rectas en un mismo plano, donde se vean además los 4 puntos (x_i, y_i), $i = 1, 2, 3, 4$ y el punto central $(\overline{x}, \overline{y})$.

v) ¿ Están poco o muy correlacionadas linealmente tus dos variables ? ¿ Hay algún punto espúreo en tus datos ?

Solución

Vamos a hallar y dibujar sus dos rectas de regresión y comprobar su relación con el coeficiente de regresión r.

Para la recta de regresión de y sobre x, los s.l. asociados son

$$\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 7 \\ 1 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 7 \\ 7 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 19 \\ 19 & 115 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ 126 \end{pmatrix}$$

El segundo es de Cramer y su solución única se calcula multiplicando por la inversa de la matriz del sistema.

$$\begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{115}{99} & -\frac{19}{99} \\ -\frac{19}{99} & \frac{4}{99} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 27 \\ 126 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{79}{11} \\ -\frac{1}{11} \end{pmatrix}$$

Por tanto, la recta de regresión de y sobre x es:

$$y = \frac{-1}{11}x + \frac{79}{11}$$

Para la recta de regresión de x sobre y, los s.l. asociados son

Solución

$$\begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 1 & 4 \\ 1 & 7 \\ 1 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 27 \\ 27 & 195 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 \\ 126 \end{pmatrix}$$

El segundo es de Cramer y su solución única se calcula multiplicando por la inversa de la matriz del sistema.

$$\begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{65}{17} & -\frac{9}{17} \\ -\frac{9}{17} & \frac{4}{51} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 19 \\ 126 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{101}{17} \\ -\frac{3}{17} \end{pmatrix}$$

Por tanto, la recta de regresión de x sobre y es:

$$x = \frac{-3}{17} y + \frac{101}{17}$$

Con los coeficientes de x e y en ambas rectas hallamos

$$r = \sqrt{\frac{-1}{11} \frac{-3}{17}} = 0{,}127$$

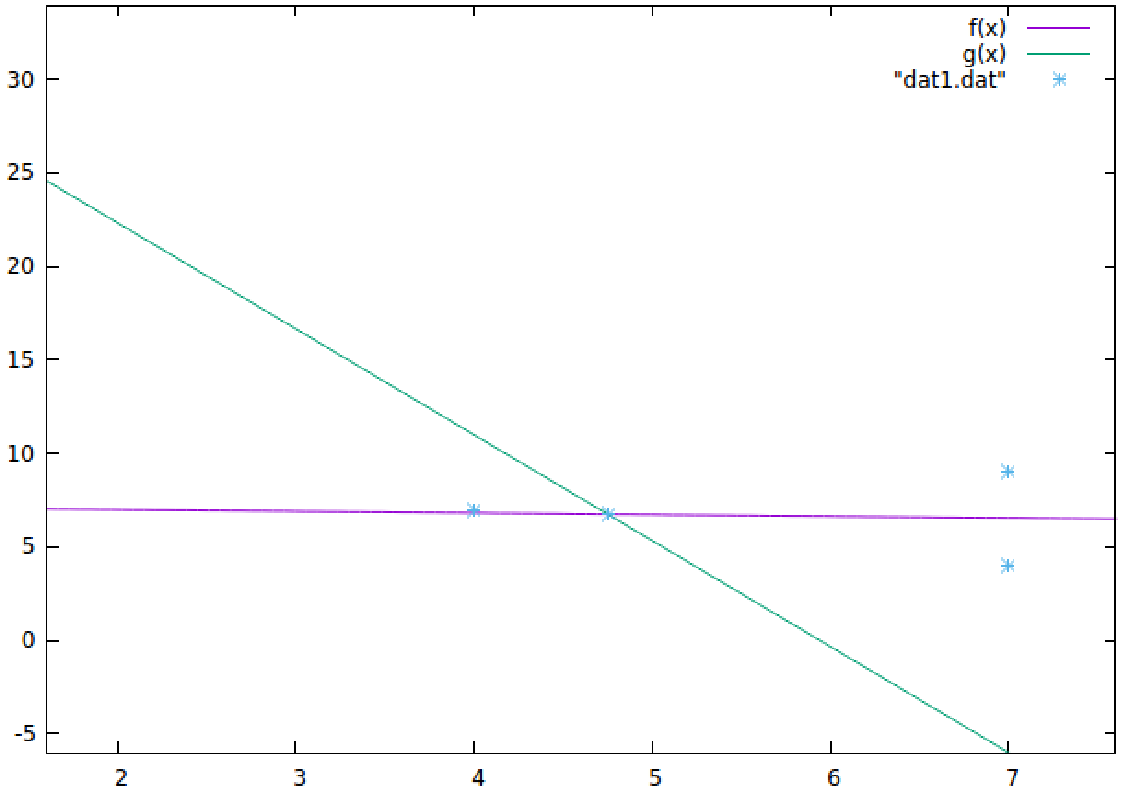
el coeficiente de correlación r que sale próximo a cero.

Y hallando la intersección de ambas rectas, hallamos los medias

$$\frac{79 - x}{11} = \frac{101 - 17x}{3} \rightarrow x = \frac{19}{4}, y = \frac{27}{4}$$

aritméticas de las dos variables $(\overline{x}, \overline{y}) = (\frac{19}{4}, \frac{27}{4})$

Por tanto, las dos rectas pasan por dicho punto medio.



En esta imagen se observan las gráficas de ambas funciones, y puede verse que pasan por el punto medio calculado anteriormente. Aparecen reflejados además 3 puntos (el cuarto está en (1,7) y no podía mostrarse a la vez que los otros puntos). Una de las rectas podría parecer que es constante, pero no lo es.

Hay puntos que no están en ninguna de las dos rectas y podrían ser espúreos, como el caso del punto (7,4). La correlación es cercana a 0 luego las dos variables están poco relacionadas linealmente.

Si repetimos el ejercicio con sólo 3 puntos, desechando uno de estos posibles puntos espuúreos como (7,9) o (7,4) obtenemos dos rectas de regresión que correlan mejor pues r estaría más cerca de -1 o 1 dependiendo del punto que quitemos.