Implementacija Harrisovog detektora kuteva
Tehnička dokumentacija
Verzija 1.1

Studentski tim: Benjamin Horvat

Dino Kovač

Mak Krnic

Nikola Munđer

Dino Pačandi

Ivan Weber

Nastavnik: Prof. dr.sc. Siniša Šegvić

Sadržaj

1. Uvod

Računalni vid je znanstvena disciplina koja se bavi teorijom vezanom uz ekstrakciju informacija iz slika pomoću računala. Tehnološki aspekt računalnog vida radi na primjeni teorija i modela za izgradnju računalnih sustava za specifičnu primjenu. Primjene uključuju kontroliranje procesa, navigaciju, detektiranje događaja, organizaciju informacija, itd. Obradom i analizom pribavljenih slika iz stvarnog svijeta dobivaju se numeričke vrijednosti pomoću kojih se računaju bitne značajke koje su potrebne iz neke scene. Koncept značajki se koristi kako bi se označio dio informacije koji je važan za rješavanje računalnog zadatka određene aplikacije.

Izričito, značajke se odnose na:

- odziv neke funkcije u susjedstvu određenom hipotetiziranim položajem traženog objekta
- istaknute regija slike opisane položajem i sadržajem

Ostali oblici značajki se odnose na pokret u nizu slika, struktura definiranih krivuljama ili granicama između različitih područja u slici, te njihovih svojstava.

Koncept značajki je općenit i izbor značajki u određenom sustavu računalnog vida ovisi o specifičnom problemu.

U našem izlaganju i problemu bavimo se značajkama koje mogu biti:

- rub
- kut

U ovom tekstu nas osobito zanimaju kutevi kao značajke slike.

Jedan od najranijih algoritama za detekciju kuteva je Moravecov detektor kuteva koji kut definira kao točku sa malom samo-sličnosti (eng. Self-similarity). Algoritam ispituje svaki element slike tako da provjerava koliko je detekcijsko okno s središtem u tom elementu slike slično okolnim detekcijskim oknima koji se uvelike preklapaju s trenutnim. Mjera sličnosti se računa kao suma kvadrata razlike između elemenata slike u dva detekcijska okna. Pritom manja vrijednost označava veću sličnost.

Harris i Stephens su usavršili Moravecov detektor kuteva uzevši u obzir diferencijal rezultata kuta s obzirom na smjer, umjesto da su koristili pomicanje detekcijskog okna. Taj rezultat kuta je zapravo gore naveden kvadrat razlike (5). Ideja iza Harrisovog algoritma je lociranje točaka interesa u čijem susjedstvu postoje rubovi koji imaju gradijent u barem dva različita smjera, čime je kut detektiran.

2. Gradijent slike

2.1 Zaglađivanje Gaussovim algoritmom

Budući da fotografije snimljene fotoaparatima ili kamerama često imaju smetnje, kako bi se minimizirao učinak tih smetnji na konačni rezultat analize slike i detekcije kutova potrebno ih je ukloniti ili barem umanjiti. Kao jedan od jednostavnih, a učinkovitih algoritama za zaglađivanje slike, u ovoj se implementaciji koristi Gaussov filtar. To znači da se slika zaglađuje prema funkciji (1).

$$G_\sigma(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma}e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}} \tag{1}$$

gdje su x i y koordinate točke, a σ standardna devijacija.

2.2 Implementacija Gaussovog algoritma

Gaussov filtar je, matematički, konvolucija slike i Gaussove funkcije. Obzirom na to da radimo s određenim i relativno malim brojem točaka, sve vrijednosti matrice (*jezgre*) mogu se unaprijed izračunati te se tako ostvaruje bitna ušteda procesorskog vremena. Primjer takve matrice, veličine 5x5 dan je u nastavku:

$$G=\begin{bmatrix}0&1&2&1&0\\1&4&8&4&1\\2&8&16&8&2\\1&4&8&4&1\\0&1&2&1&0\end{bmatrix} \tag{2}$$

Programski, ta je konvolucija implementirana u dva prolaza (svaki za jednu dimenziju) kako bi se dobio što brži rezultat. Za svaki se stupac svakog retka (odnosno, za svaku točku u matrici) prvo izračuna suma umnožaka horizontalnog okruženja točke s *jezgrom* za horizontalno zaglađivanje, a zatim se isti postupak ponavlja za vertikalno zaglađivanje.

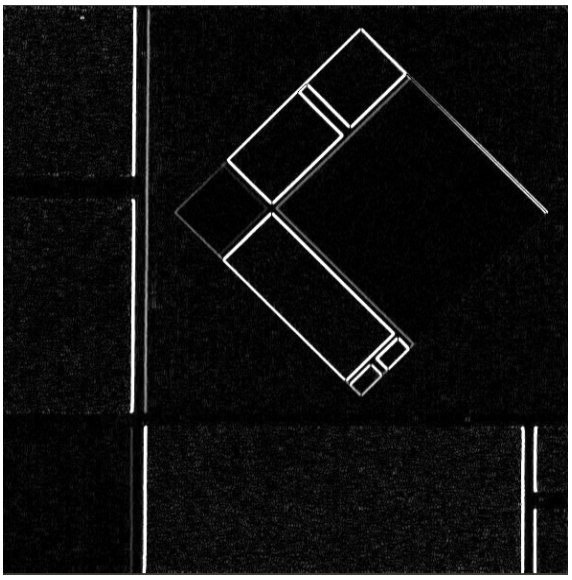
Za lakšu ilustraciju slijedi pseudokod:

```
za svaki redak matrice originalna_matrica {
   za svaki stupac matrice originalna_matrica {
      vrijednost_točke = 0
      za svaki element el 1D matrice kernel_horiz {
         vrijednost_točke = el * originalna_matrica[trenutni_redak,
trenutni_stupac + pozicija_u_kernelu - radijus_zaglađenja]
      }
      privremena_matrica[trenutni_redak, trenutni_stupac] =
vrijednost_točke
   }
}
```

```
za svaki redak matrice privremena_matrica {
   za svaki stupac matrice privremena_matrica {
      vrijednost_točke = 0
      za svaki element el 1D matrice kernel_vert {
         vrijednost_točke = el * privremena_matrica[trenutni_redak +
pozicija_u_kernelu - radijus_zaglađenja, trenutni_stupac]
      }
      ciljna_matrica[trenutni_redak, trenutni_stupac] = vrijednost_točke
   }
}
```

2.3 Računanje gradijenata Sobelovim operatorom

Sobelov operator je operator koji se koristi u procesiranju slika, a služi za diskretno računanje gradijenata pojedinih slikovnih elemenata. Rezultat primjene sobelova operatora na sliku je matrica koja prikazuje koliko se naglo ili postepeno mijenja intenzitet slike u određenom njenom dijelu. To nam omogućava naglašavanje bridova, a potiskivanje svega što nije brid, kako bi se kasnije (na mjestu susreta bridova) mogao otkriti kut. Slika 1 Prikazuje primjer gradijenta dobivenog Sobelovim operatorom.



Slika 1. Gradijent dobiven primjenom Sobelovog operatora

Matematički gledano, Sobelov operator koristi jezgre veličine 3x3 (dane u formuli (3)) koje konvoluira s originalnom slikom kako bi se izračunala približna vrijednost derivacije u horizontalnom i vertikalnom smjeru te se nakon toga računa iznos same derivacije prema formuli (4).

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} * A \qquad G_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} * A \tag{3}$$

$$G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \tag{4}$$

U programu se koristi funkcija iz biblioteke OpenCV prototipa:

```
void Sobel(Mat src, Mat dst, int ddepth, int dx, int dy, int ksize=3)
```

Pri čemu su parametri:

- *src* – originalna slika
- *dst* – izlazna slika
- *ddepth* – dubina (tip podataka) izlazne slike
- *dx* – red derivacije po *x*
- *dy* – red derivacije po *y*
- *ksize* – veličina jezgre Sobelovog operatora (1, 3, 5, 7)

3. Harrisov postupak za pronalaženje kuteva

Kako kutevi predstavljaju promjenu gradijenta u slici, mi ćemo tražiti tu promjenu.

Sliku sive razine (eng. *Grayscale image*) označit čemo sa *I.* Postavit ćemo detekcijsko okno (eng. *Window, Patch*) na poziciju *(x,y)* u slici i pomicati to okno sa pomakom *u* u x smjeru i pomakom *v* u y smjeru i time računati promjenu intenziteta. Ta jednadžba označena sa *E* glasi:

$$E(u,v)=\sum_{x,y} w(x,y)[I(x+u,y+v)-I(x,y)]^2 \tag{5}$$

- *w(x,y)* je detekcijsko okno na poziciji *(x,y)*
- *I(x,y)* je intenzitet na poziciji *(x,y)*
- *I(x+u, y+v)* je intenzitet pomaknutog detekcijskog okna na poziciji *(x+u, y+v)*

Kako tražimo detekcijska okna sa kutevima, tražimo okna sa velikom promjenom intenziteta.
Izraz *I(x+u, y+v)* može se aproksimirati Taylorovim redom. *Ix* i *Iy* su parcijalne derivacije od *I*.

$$I(x+u,y+v)\approx I(x,y)+uI_x+vI_y \tag{6}$$

Aproksimiranjem Taylorovim redom izraz poprima oblik:

$$E(u,v)\approx\sum_{x,y}[I(x,y)+uI_x+vI_y-I(x,y)]^2 \tag{7}$$

Skraćivanjem i računanjem:

$$E(u,v)\approx\sum_{x,y} u^2I_x^2+2uvI_xI_y+v^2I_y^2 \tag{8}$$

Ta se jednadžba može napisati i u matričnom obliku:

$$E(u,v)\approx[u\,v]\left(\sum_{x,y} w(x,y)\begin{bmatrix} I_x^2 & I_xI_y \\ I_xI_y & I_y^2 \end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \tag{9}$$

Označimo:

$$M=\sum_{x,y} w(x,y)\begin{bmatrix} I_x^2 & I_xI_y \\ I_xI_y & I_y^2 \end{bmatrix} \tag{10}$$

Sada jednadžba izgleda ovako:

$$E(u,v) \approx [u\,v]\, M \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \tag{11}$$

Za svako detekcijsko okno računamo odziv, i time određujemo sadrži li kut:

$$Odziv = \frac{Det(M)}{(Trag(M))^2} \tag{12}$$

Detekcijsko okno s O*dzivom* većim od određenog iznosa smatra se kutem.

4. Odbacivanje nepotrebnih točaka

Prilikom pronalaženja kutova, moguće je da se pronađe više točaka na istom mjestu nego što je to potrebno. To se događa ako je više nezavisnih kuteva u malom okruženju i zbog toga što za više točaka oko jednog kuta vrijede uvjeti koje smo postavili za promjenu intenziteta. Pri tome se događa da točka koja je na samom kutu ima pridruženu najveću vrijednost. Zato nam je potreban postupak kojim ćemo odbaciti sav višak i zadržati samo one točke koje imaju najveću važnost kako bismo odredili samo kuteve.

Za ovaj postupak potrebni su nam podaci koje sami oblikujemo po našoj potrebi. To su granica kojom uvjetujemo minimalnu udaljenost točaka i prag kojim određujemo minimalne vrijednosti koje točkama moraju biti pridružene kako bi se očitale kao kutevi.

Postupak je sljedeći:

1. određivanje praga u odnosu na maksimalnu očitanu vrijednost
2. raspoznavanje koje točke imaju veće vrijednosti od praga
3. dobivanje koordinata tih točaka
4. označavanje točaka koje zbog minimalne udaljenosti dolaze u obzir za razmatranje
5. provjeravanje zadovoljavaju li točke oba uvjeta (udaljenosti i praga)
6. vraćanje filtriranih točaka

Ovako izgleda ideja programskog rješenja:

```
funkcija get_harris_points (ulazna_matrica, minimalna_udaljenost, prag)
{
   prag_kuta = prag * maksimum (ulazna_matrica);
   nova_matrica = (ulazna_matrica > prag_kuta);
   koordinate = odredi_nenule (nova_matrica);
   vrijednosti = pridruži_vrijednosti (koordinate);

   dopuštene_lokacije = popuni_nulama;
   dopuštene_lokacije = popuni_jedinicama (udaljenost >
minimalna_udaljenost);

   filtrirani_kutevi = provjera(dopuštene_lokacije) i koordinate

   vrati filtrirani_kutevi;
}
```

Konačni prag kojim se uvjetuje koje točke dolaze u obzir ovisan je o maksimalnoj vrijednosti matrice i praga kojim od te maksimalne vrijednosti uzimamo neki postotak kao minimalnu vrijednost koju treba zadovoljiti.

Koordinate i vrijednosti su matrice u koje pohranjujemo točne pozicije tih točaka koje su zadovoljile prethodni uvjet. Zatim u dopuštene vrijednosti pohranjujemo zastavice kojima provjeravamo koje od točaka možemo razmatrati. Vraćamo vrijednost onih točaka koje su udaljenije od minimalne zadane udaljenosti i veće od nekog postotka maksimalne vrijednosti početne matrice.

5. Prototipiranje u Pythonu

Python je skriptni jezik, pogodan za prototipiranje i brz razvoj modela zahvaljujući svojoj jednostavnoj sintaksi.

Kako pripada interpretiranim jezicima, brzina mu nije jedna od glavnih odlika, ali zbog izuzetno jednostavne i lako čitljive sintakse, sam programski kod izgleda kao pseudokod te ga to čini izuzetno povoljnim za prototipiranje.

Pythonova standardna biblioteka sadrži bogati skup funkcija te uz dodatak biblioteka otvorenog koda *numpy*, *scipy*, *PIL* i *Matplotlib* omogućava široki skup operacija na slikama odnosno njihovu obradu.

5.1 Implementacija Harrisovog detektora kuteva u Pythonu

Prije samog izračuna Harrisovog odziva potrebno je sliku pretvoriti u sivu razinu jer nas zanimaju samo promjene u intenzitetu, ne i boji. Nakon toga potrebno je izračunati odziv Harrisove funkcije za svaki element slike.

Prema formuli (3) prvo je potrebno izračunati diskretne derivacije slike. To radimo u sljedećih par koraka:

```
filters.gaussian_filter(Slika,(sigma,sigma),(0,1),Ix)
filters.gaussian_filter(Slika,(sigma,sigma),(1,0),Iy)
```

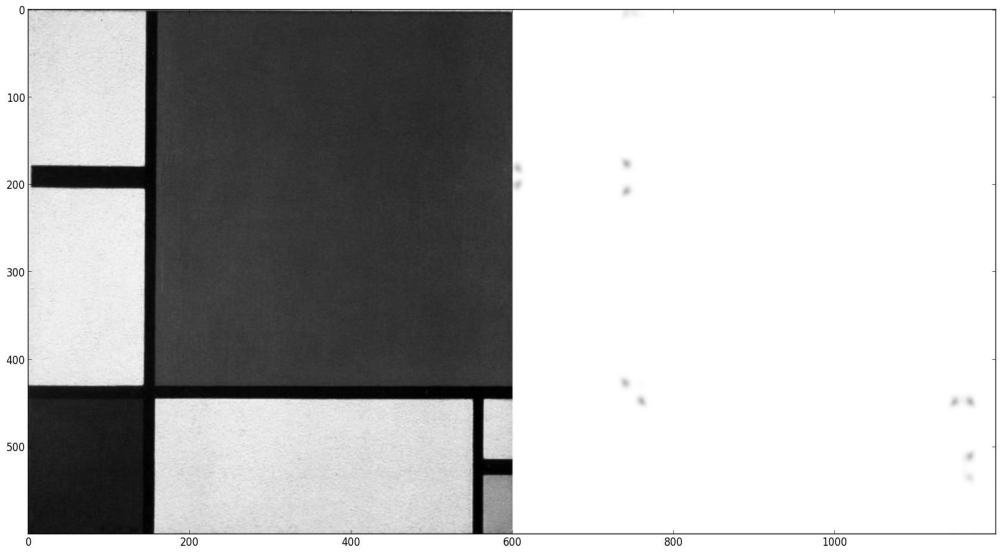
Ix i *Iy* su derivacije slike u smjeru *x-osi,* odnosno *y-osi*. Odmah se primjenjuje i Gaussov filtar kako bi se postiglo zaglađivanje slike i eliminirao dio šuma.

Nakon toga računaju se sami elementi matrice (10):

```
Ixx = filters.gaussian_filter(Ix*Ix,sigma)
Iyy = filters.gaussian_filter(Iy*Iy,sigma)
Ixy = filters.gaussian_filter(Ix*Iy,sigma)
```

Ponovno se koristi Gaussova jezgra, ali ovaj puta kao težinska funkcija (prozor) (1) unutar kojeg se uspoređuju elementi slike. Nakon toga računa se sam odziv Harrisove funkcije. Kako bi izbjegli računanje svojstvenih vrijednosti za svaki element na slici koristimo aproksimaciju.

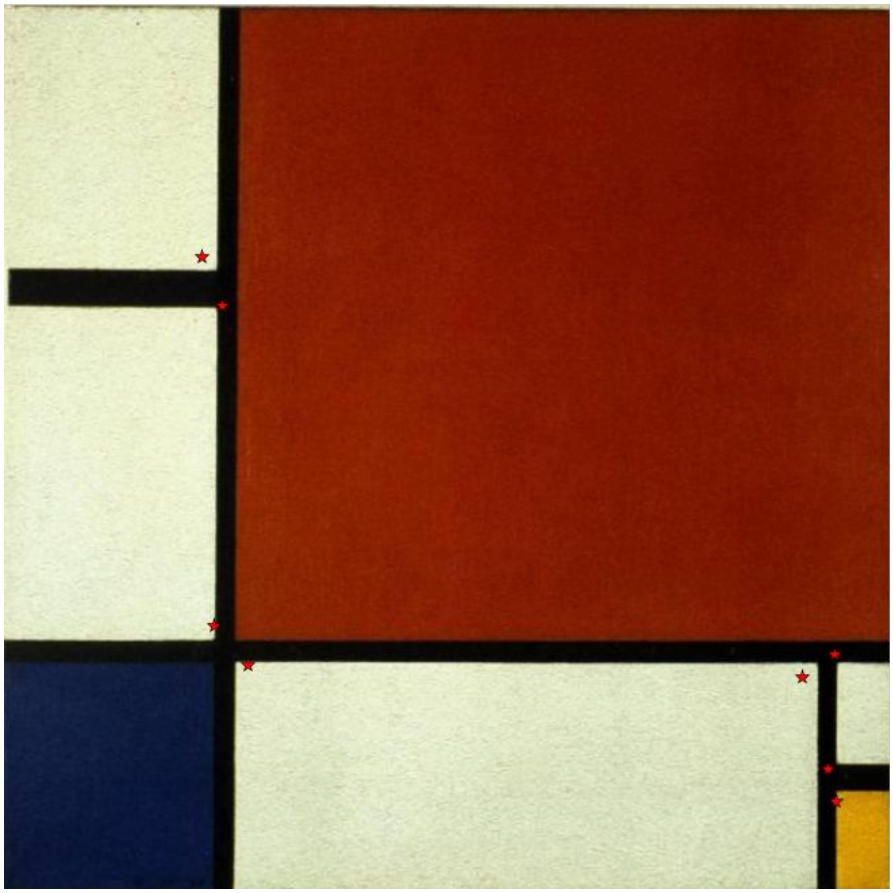
Nakon tih izračuna dobivamo matricu koja sadrži vrijednost Harrisove funkcije za svaki element ulazne slike za koju smo i računali odziv.



Slika 2. Odziv Harrisove funkcije

Slika 2 prikazuje odziv Harrisove funkcije. Na lijevoj strani nalazi se ulazna slika, a desno odziv. Primjećuje se zatamnjenja koje se nalaze na mjestima kuteva kod originalne slike.

Sljedeći korak je odrediti kuteve na temelju dobivenog odziva. Sve vrijednosti odziva koje su iznad neke granice proglasimo mogućim kutevima, a ostale odbacimo. Nakon toga gledamo vrijednosti odziva svih mogućih kuteva, počevši od najveće. Ukoliko u nekom prozoru oko tog kuta ne postoji niti jedan drugi kut, on se proglašava novim kutem te se zabranjuje pojava drugih kuteva unutar njegovog prozora. Na taj način sprječava se višestruka detekcija istog kuta.



Slika 3. Detektirani kutevi

Slika 3 prikazuje sliku s označenim detektiranim kutevima. Dolazi do višestruke detekcije jer je korištena premala dozvoljena udaljenost dvaju kuteva (premali prozor).

5.2 Uparivanje slika u Pythonu

Ukoliko želimo pronaći odgovarajuće točke na dvije slike koristeći Harrisove kuteve, oni sami po sebi neće biti dovoljni. Potrebno je dodati neki opisnik koji će sadržavati informacije o okolnim elementima slike tog kuta.

Za svaki izračunati kut uzimaju se svi elementi slike unutar prozora neke određene veličine. Veličine prozora moraju biti jednake za obje slike. Zatim se opisnik svakog pojedinog kuta jedne slike uspoređuje s opisnikom svakog pojedinog kuta druge slike. Za uspoređivanje se koristi normalizirana kros-korelacija, metoda koja je robusna na promjene razine osvjetljenja.

$$ncc(Opisnik1, Opisnik2) = \sum_{X} \frac{Opisnik1(x) - \mu_1}{\sigma_1} * \frac{Opisnik2(x) - \mu_2}{\sigma_2} \tag{13}$$

n označava broj elemenata slike u prozoru, μ označava srednju vrijednost elemenata slike unutar prozora, a σ je standardna devijacija unutar tog prozora. Stupanj podudaranja skalira se sa izlaznom vrijednošću funkcije. Čim je vrijednost veća i sama razina podudaranja je veća. Uzimamo da se kutevi podudaraju ako je vrijednost funkcije (13) veća od neke određene vrijednosti.

Kako je moguće da jedan kut prve slike u usporedbi s više kuteva druge slike poprimi vrijednost funkcije (13) veću od granične, uzima se samo najveća vrijednost. To ilustrira sljedeći odsječak koda:

```
d = -ones((len(desc1),len(desc2)))
    for i in range(len(desc1)):
        for j in range(len(desc2)):
            d1 = (desc1[i] - mean(desc1[i])) / std(desc1[i])
            d2 = (desc2[j] - mean(desc2[j])) / std(desc2[j])
            ncc_value = sum(d1 * d2) / (n-1)
            if ncc_value > threshold:
                d[i,j] = ncc_value

    ndx = argsort(-d)
    matchscores = ndx[:,0]
```

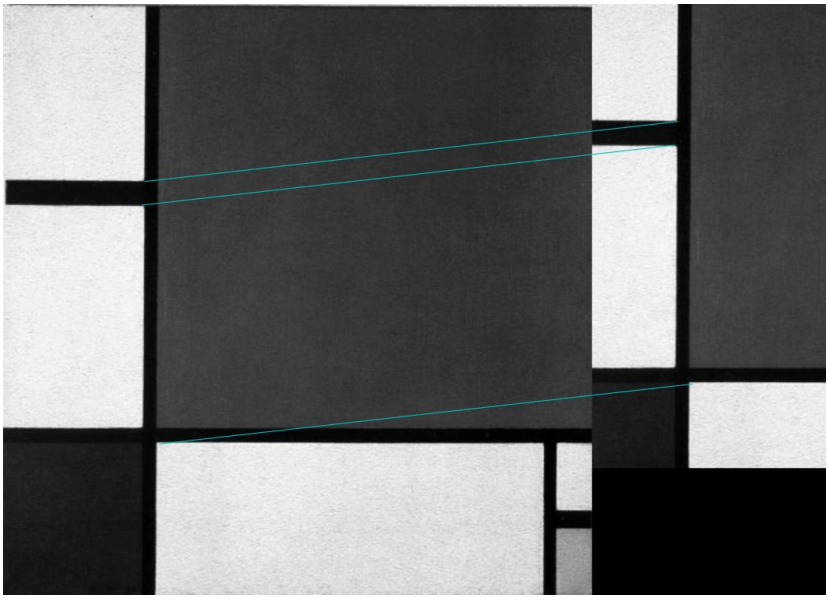
Pomoćna matrica čiji su elementi isprva svi jednaki -1 popunjava se vrijednostima funkcije (13), ukoliko je ona veća od neke granične vrijednosti. Nakon iteracije po svim mogućim kombinacijama opisnika kuteva prve i druge slike, matrica se množi s -1 te se svaki redak uzlazno sortira tako da indeks stupca najmanjeg elementa dođe na prvo mjesto. Pošto smo matricu pomnožili s -1 najveća vrijednost postala je najmanja i nakon sortiranja nalazi se na prvom mjestu.

Kao dodatna provjera može se provesti provjera simetričnosti uparivanja tako da se prvo provjeri podudaranje kuteva prve slike s kutevima druge slike, a zatim podudaranje kuteva druge slike s kutevima prve slike. Ukoliko je u oba slučaja rezultat jednak, veća je vjerojatnost stvarnog podudaranja.

```
matches_12 = match(desc1,desc2,threshold)
matches_21 = match(desc2,desc1,threshold)

 pom_12 = where(matches_12 >= 0)[0]
 for n in pom_12:
        if matches_21[matches_12[n]] != n:
            matches_12[n] = -1
```

Ukoliko se indeksi ne poklapaju, taj pridruženi par kuteva se odbacuje.



Slika 4. Uparivanje slika

Iz originalne slike izrezan je dio te je provedeno uparivanje izrezanog djela s originalom[Slika 2]. Sva tri kuta uspješno su uparena. U ovom slučaju nije došlo do promjene rezolucije slike ili rotacije što je i razlog uspješnom uparivanju.

Slika 5. Pokušaj uparivanja dvije slike

Na slici 5 prikazan je pokušaj uparivanja dvije slike. Iz originalne slike izrezan je neboder te je izvršeno uparivanje korištenjem Harrisovih kuteva i normalizirane kros-kovarijacije. Dobiveno je više pogrešnih rezultata nego ispravnih. Razlog tome je sama normalizirana kros-kovarijacija koja ne daje najbolju moguću informaciju o podudaranju te velika osjetljivost same metode na rotaciju slike i promjenu u rezoluciji. Također, za postizanje boljih rezultata potrebno je koristiti mali σ (~ 1) što ovdje nije bio slučaj.

5.3 Grafički prikaz gradijenata

Jedan od zadataka ovog projekta bio je grafički prikaz gradijenata slike, odnosno kreiranje funkcije koja bi omogućila prikaz promjene intenziteta slike na točno određenom području, tj. 'prozoru', čije se dimenzije i položaj mogu specificirati po volji. Uz to, dobiveni gradijenti bi se grafički aproksimirali elipsom, dajući općeniti osjećaj 'pružanja' promjene intenziteta na određenom prozoru. Određivanje potrebnih podataka za konstruiranje takve elipse se uglavnom baziralo na svojstvenim vrijednostima i svojstvenim vektorima, kao što ćemo pokazati u nastavku.

Za početak, uzimamo sliku (koja je prethodna bila pretvorena u sivu razinu) te nad njom primjenjujemo Gaussove filtre, čime se slika zaglađuje, smanjujući broj informacija koje treba obraditi. Iz takve slike se vade koordinate točaka po X i Y osi.

```
Ix = zeros(im.shape)
filters.gaussian_filter(im, (sigma,sigma), (0,1), Ix)
Iy = zeros(im.shape)
filters.gaussian_filter(im, (sigma,sigma), (1,0), Iy)
```

Program prikazuje sliku, nakon čega se klikom miša specificira točka koja će služiti kao središte prozora iz kojeg se uzima uzorak gradijenta.

Sada kada imamo potrebne gradijente, prelazimo na drugi dio naše funkcije, crtanje elipse koja bi aproksimirala naš skup gradijenata. Za crtanje jedne elipse trebaju nam sljedeći podaci: koordinate centra, duljina velike poluosi, duljina male poluosi te smjer pružanja elipse.

Centar takve elipse će imati X i Y koordinate koje odgovaraju prosjeku svih X i Y koordinata dobivenih gradijenata. Dobivamo ih pomoću sljedeće dvije naredbe:

```
xS=sum(IxF)/len(IxF)
yS=sum(IyF)/len(IyF)
```

Prelazimo na računanje duljina poluosi, za što će nam biti potrebne svojstvene vrijednosti, za računanje kojih će nam pak trebati kovarijacijska matrica. Za početak, centriramo X i Y koordinate gradijenata oko ishodišta te ih spajamo u jedno n*2 polje, gdje je n broj gradijenata.

```
for i in range(0,len(IxF)):
     IxF1.append(IxF[i]-xS)
     IyF1.append(IyF[i]-yS)
XY = [ ]
XY.append(IxF1)
XY.append(IyF1)
```

Kovarijacijska matrica prikazuje ovisnost jedne varijable o drugoj, u našem slučaju, ovisnost X o X, Y o Y te X o Y. Za dvije varijable ta matrica je oblika:

$$S=\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix} \tag{14}$$

Gdje σ_{11} predstavlja korelaciju X sa X, σ_{22} Y sa Y, a σ_{12} i σ_{21} su jednakog iznosa i oba predstavljaju ovisnost X o Y i obrnuto. Da bi dobili matricu koristimo sljedeću formulu:

$$S=\frac{1}{n-1} * XY * X\,Y^{T} \tag{15}$$

Gdje je n broj gradijenata, XY dvodimenzionalna matrica koja sadrži sve X i Y koordinate gradijenata, a njena transponirana verzija. Prikazana formula za *S* je implementirana sljedećom linijom koda:

```
S=(1./(len(IxF)-1))*dot(XY,XYT)
```

Nakon dobivanja kovarijacijske matrice S, možemo početi računati svojstvene vrijednosti. Za dvodimenzionalnu matricu, odnosno matricu za slučaj s dvije varijable, imamo dvije svojstvene vrijednosti dobivene sljedećom formulom:

$$\lambda_{1,2}=\frac{\sigma_{11}+\sigma_{22}\pm\sqrt{(\sigma_{11}+\sigma_{22})^{2}+4\sigma_{12}^{2}}}{2} \tag{16}$$

Što u Pythonu ostvarujemo s ove dvije linije koda:

```
eva1=0.5*(S[0,0]+S[1,1]+sqrt(pow((S[0,0]-S[1,1]),2)+4*pow(S[0,1],2)))
eva2=0.5*(S[0,0]+S[1,1]-sqrt(pow((S[0,0]-S[1,1]),2)+4*pow(S[0,1],2)))
```

Dobivene svojstvene vrijednosti određuju dimenzije elipse koju moramo konstruirati, duljinu njezine malene i velike poluosi.

Nakon toga, računamo elemente svojstvenih vektora.

$$v_1 = \frac{O_{12}}{\sqrt{(\lambda_1 - O_{11})^2 - O_{12}^2}} \tag{17}$$

$$v_2 = \frac{\lambda_1 - O_{11}}{\sqrt{(\lambda_1 - O_{11})^2 - O_{12}^2}} \tag{18}$$

Za koje odgovarajući kod glasi:

```
eve1=S[0,1]/sqrt(pow((eva1-S[0,0]),2)+pow(S[0,1],2))
eve2=(eva1-S[0,0])/sqrt(pow((eva1-S[0,0]),2)+pow(S[0,1],2))
```

Vektori određuju smjer promjena, smjer pružanja gradijenata, a iz njih se može dobiti kut koji elipsa zatvara s X osi, što nam je potrebna za crtanje iste. Iako bi iz dobivenih vrijednosti mogli dobiti svojstvene vektore V_1 i V_2, gdje je:

$$V_1 = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} V_2 = \begin{bmatrix} v_2 \\ -v_1 \end{bmatrix} \tag{19}$$

Isti nam neće trebati, jer je kut koji dobijemo provođenjem sljedećih naredbi dovoljan za određivanja smjera elipse:

```
tang=eve2/eve1
kut=arctan(tang)*180./pi
```

Zapravo, on je skalarna reprezentacija prvog vektora izražena u radijanima, a budući da naredba koju koristimo za crtanje elipse podrazumijeva dani kut kao smjer pružanja velike poluosi, dok prvi svojstveni vektor određuje pružanje prve svojstvene vrijednosti, koja određuje veliku poluos, to je sve što trebamo (za manju poluos se podrazumijeva da je okomita na veliku).

Valja napomenuti da se u nekim vrlo rijetkim (ali i dalje mogućim) slučajevima može dogoditi da nazivnik iznosi 0, što bi uzrokovalo prekid rada programa. Takve greške smo dobili isključivo u slučajevima u kojima je jedna varijabla konstantna, odnosno ima za sve gradijente istu vrijednost. Ukoliko se radi o X varijabli, postavljamo v_1 na 0, v_2 na 1, kut na 90 stupnjeva, ukoliko se radi o Y varijabli, v_1 na 1, v_2 na 0, a kut na 0 stupnjeva.

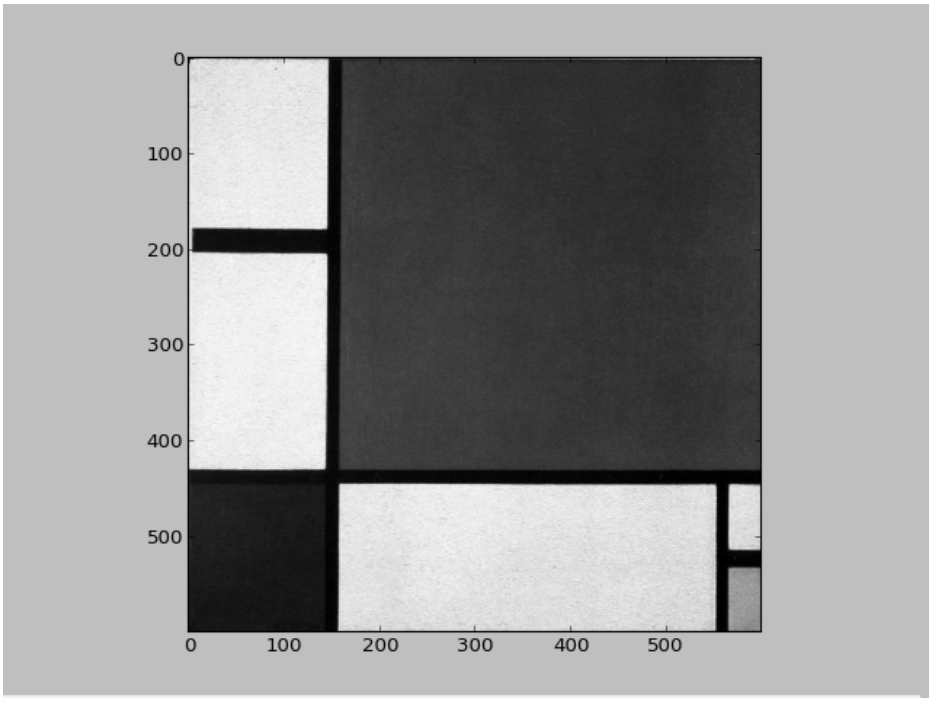
Uz koordinate središta te kuta koji velika poluos zatvara s X osi, jedino nam ostaje odrediti duljine poluosi. U pravilu, formule za duljinu poluosi su:

$$R_{1,2} = 2\sqrt{\lambda_{1,2}} \tag{20}$$

Međutim, ova formula je prikladna za aproksimiranje skupova s uniformnom raspodjelom. To kod nas nije slučaj te je korištena formula malo preinačena:

$$R_{1,2} = 4\sqrt{\lambda_{1,2}} \tag{21}$$

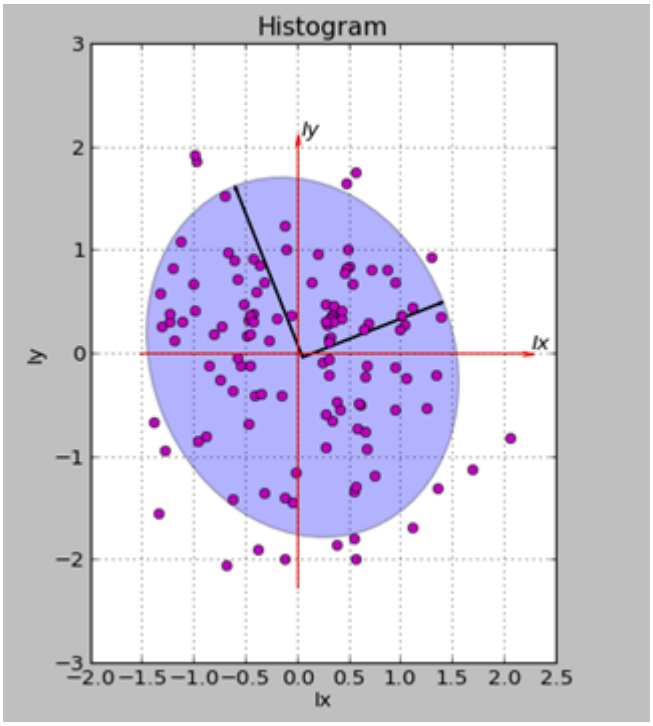
5.4 Primjeri



Slika 6. Testna slika

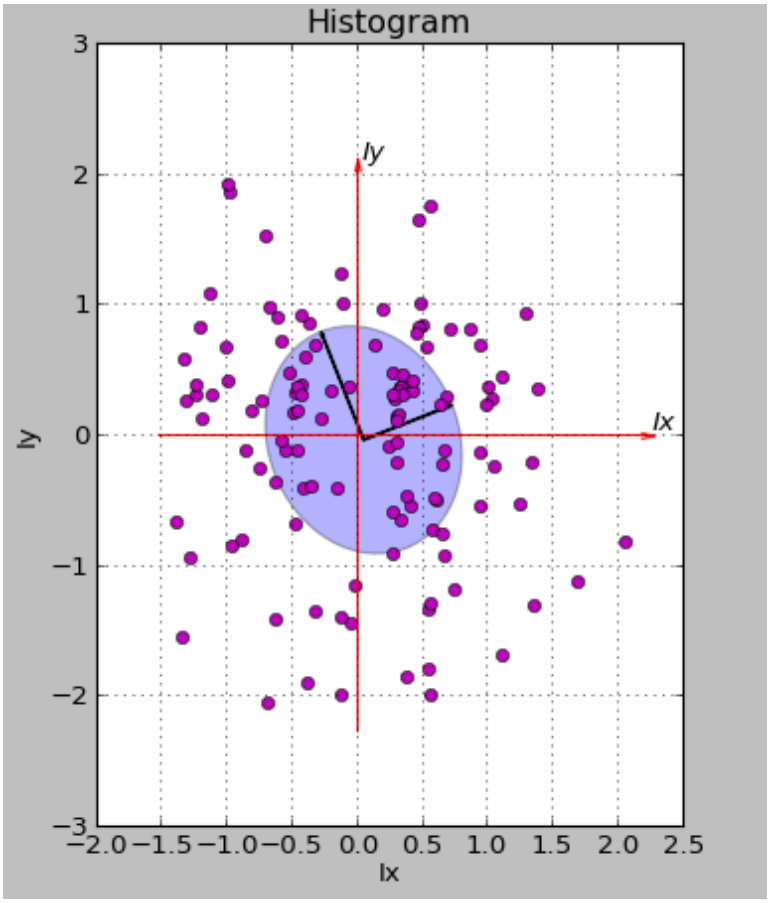
Slika 6 prikazuje sliku koju ćemo koristiti za testiranje crtanja histograma gradijenata i pripadne elipse. Možemo kliknuti po želji na bilo koji dio slike kako bi pozicionirali prozor.

Za točku s koordinatama (400,200), dobivamo sljedeći histogram:



Slika 7. Histogram svih gradijenata

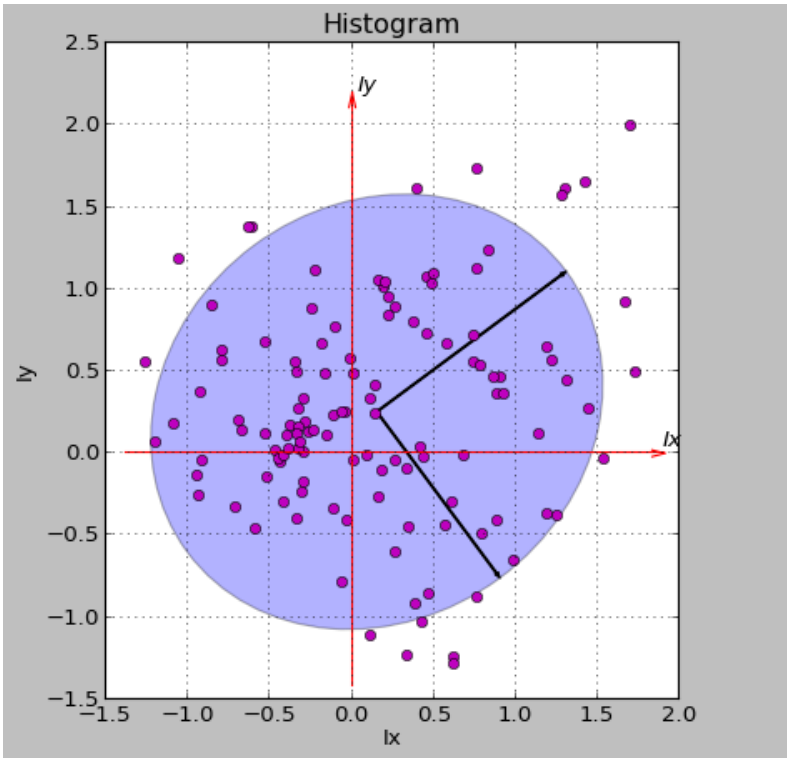
Slika 7 prikazuje dobiveni histogram na kojem su prikazani svi gradijenti, elipsa koja aproksimira to polje gradijenata te svojstveni vektori, odnosno poluosi elipse.



Slika 8. Histogram aproksimacije gradijenata

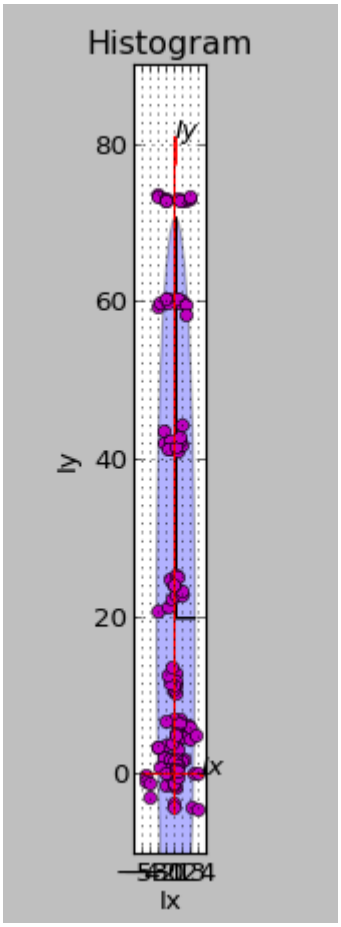
Slika 8 prikazuje aproksimaciju istog prozora, ali uz korištenje nepromijenjene formule za poluosi. Očito pokriva manji broj točaka.

Na kraju, naš kod treba ispitati za tri glavna slučaja, slučaj u kojem obrađujemo rub, kut i ravninu.



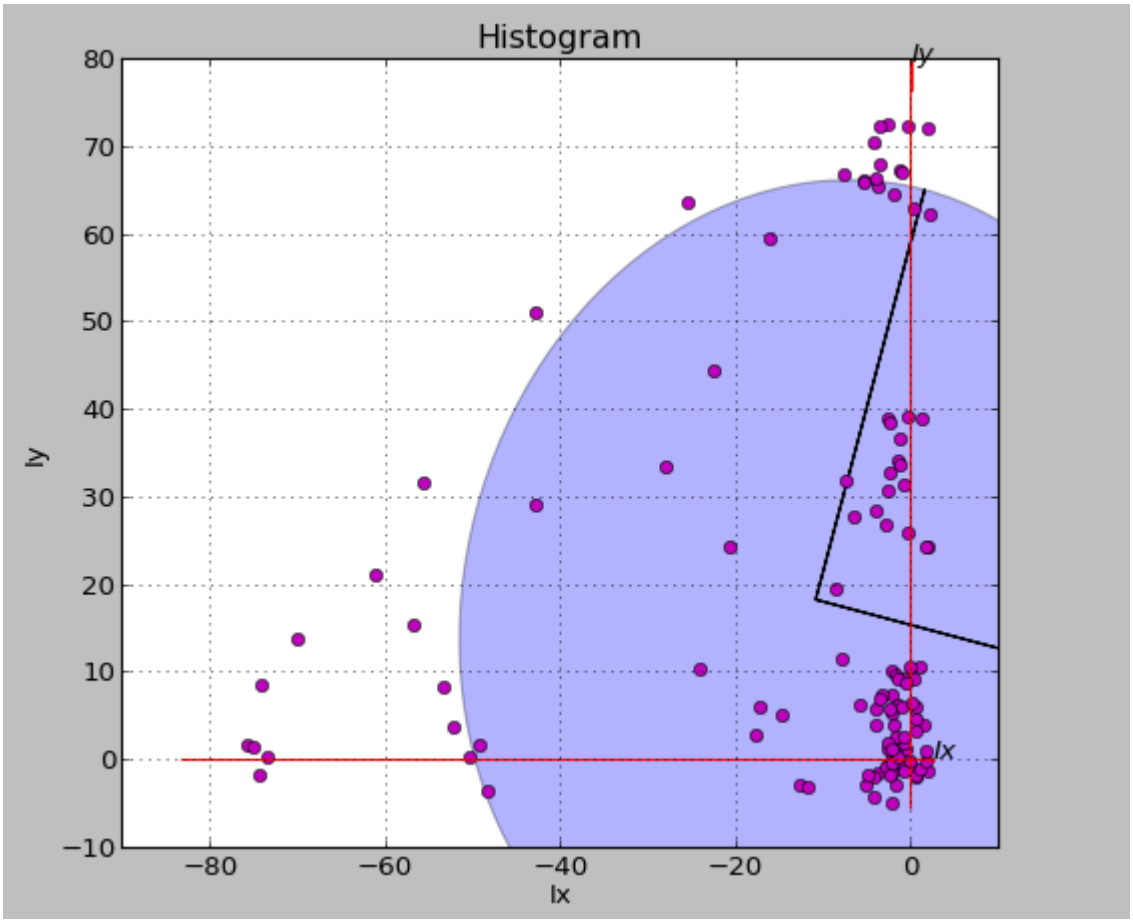
Slika 9. Histogram ravnine

Slika 9 prikazuje histogram dobiven za prozor pozicioniran na ravninu. Rezultat je okrugla elipsa malenih dimenzija.



Slika 10. Histogram ruba

Slika 10 prikazuje histogram dobiven za prozor pozicioniran na horizontalni rub. Rezultat je izduljena elipsa, s velikom poluosi puno duljom od male, a budući da se u ovom slučaju radi o horizontalnom rubu, njeno pružanje je zamalo paralelno s Y osi.



Slika 11. Histogram kuta

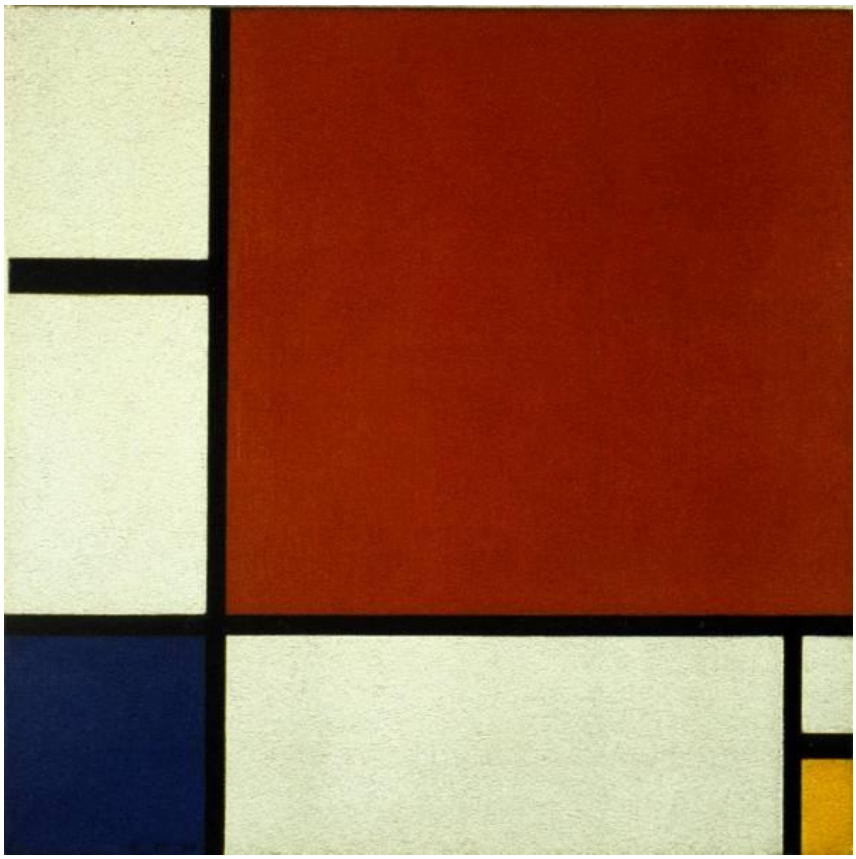
Slika 11 prikazuje histogram dobiven za prozor pozicioniran na kut. Baš kao i kod ravnine, rezultat je okrugla elipsa, samo ovaj put s puno duljim poluosima. Nažalost, nismo uspjeli riješiti problem centriranja grafa za ovaj slučaj.

5.5 Zaključak

Dobivene elipse dobro aproksimiraju iscrtane gradijente pa bi mogli zaključiti da naš kod radi dobro. Iako ima nekih nedostataka, kao što je problem centriranja slike prikazan u zadnjem primjeru, kod dobro radi za veliku većinu primjera te koristi formule umjesto pozivanja predefiniranih funkcija, čineći ga donekle pogodnijim kao izvor za učenje.

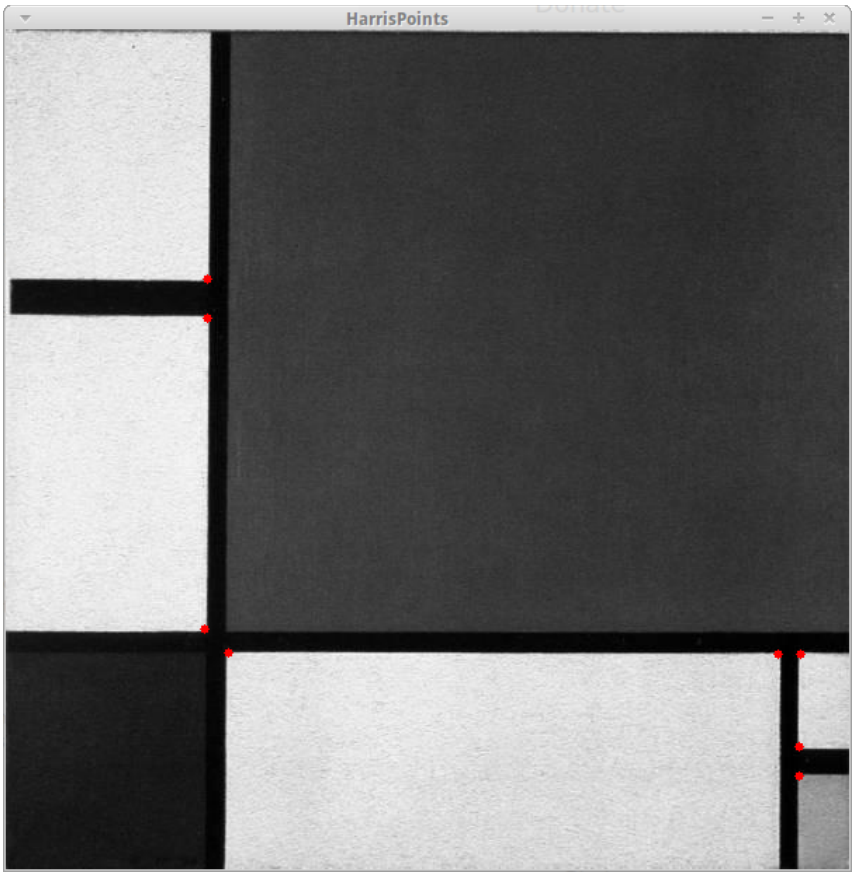
6. Rezultati

Za pregled rezultata koristi se Slika 12.



Slika 12. Testna slika

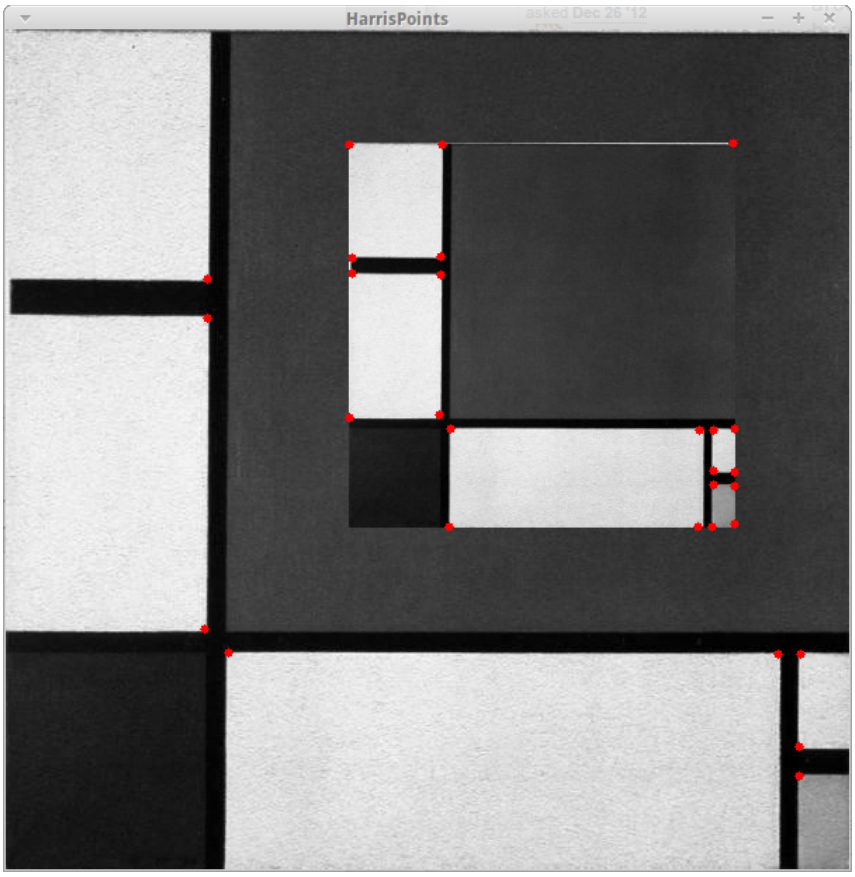
Razlog tome je što slika ima lako prepoznatljive značajke, odnosno kuteve. Nakon što implementaciji Harrisovog algoritma kao ulaz damo navedenu sliku, kao izlaz dobivamo sliku 13.



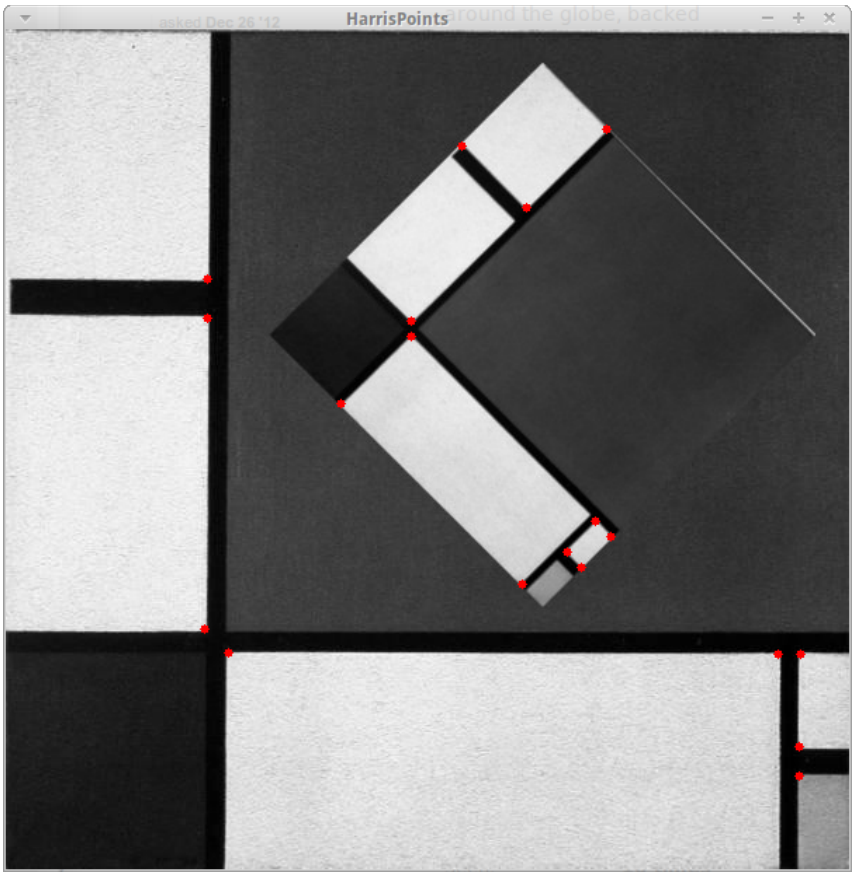
Slika 13. Rezultat za osnovnu testnu sliku

Na rezultatnoj slici se jasno vide kutevi koje bismo odabrali da ih određujemo bez pomoći računala. Zaključujemo da implementacija radi dobro za osnovni slučaj. Sljedeći slučaj koji se promatra jest ista slika u koju je u najveće polje ubačena umanjena te rotirana verzija iste slike. Na taj način se može procijeniti koliko je implementacija algoritma neovisna o rotaciji slike. Pritom treba imati na umu da nije riječ samo o rotaciji, već da je u pitanju i skaliranje slike koje bi također moglo utjecati na rezultat. Kako bi doskočili tom problemu, uvodimo još jednu sliku u kojoj eliminiramo rotaciju. Dakle, tu promatramo utjecaj samo skaliranja na testnoj slici.

Dobiveni izlaz programa prikazan je na slikama 14 i 15.



Slika 14. Rezultat za testnu sliku s ubačenom nerotiranom slikom



Slika 15. Rezultat za testnu sliku s ubačenom rotiranom slikom

Iz rezultata se može opaziti da program detektira manje kuteva na rotiranoj slici, no još uvijek detektira većinu istih kuteva kao na slici bez rotacije. Takav rezultat nije idealan, ali je dovoljno dobar za korištenje. Također se vidi da skaliranje slike na više od trećine prvotne veličine ne mijenja detekciju kuteva bitno.

7. Zaključak

Programski jezik Python pogodan je za brzo prototipiranje programske podrške zbog jednostavne sintakse te interpretirane prirode. Pokazuje se da veliki broj biblioteka otvorenog koda također pridonosi lakom prototipiranju.

Programski dobivene elipse dobro aproksimiraju gradijente te služe kao odlično pomagalo kod razumijevanja samog algoritma.

Nadalje, Harrisov algoritam za detekciju kuteva je dobar alat za pronalazak računalu "pamtljivih" točaka na slici. Dovoljno je računalno efikasan te učinkovit za primjene u području računalnog vida kao što su praćenje objekta na snimci, prepoznavanje objekata, određivanje smjera kretanja kamere, itd. Iz navedenih rezultata možemo zaključiti da je pogodan i za situacije kada postoji mogućnost rotacije objekta koji nas zanima, odnosno njegove slike.

8. Upute za korištenje

Slijede upute za korištenje programskog koda.

8.1 Prototip u Pythonu

Potrebno je imati instalirano sljedeće:

- Python 2.7.3
- Python Imaging Library(PIL)
- Numpy
- Scipy
- Matplotlib

Prvi argument kod poziva Python interpretera će uvijek biti *skripta.py* (budući da ona poziva sve funckije), a drugi može biti *kutevi* (što poziva funkciju koja iscrtava kuteve na slici), *gradijenti* (što poziva funkciju koja iscrtava gradijente i aproksimira ih elipsom) ili *uparivanje* (što poziva funkciju koja pokušava upariti točke na dvije različite slike).

8.1.1 Harrisov detektor kuteva

Nakon pokretanja komandne linije valja unijeti sljedeći kod:

```
python skripta.py kutevi imeslike.jpg
```

Gdje `imeslike.jpg` predstavlja put do slike kojoj želite iscrtati kuteve.

8.1.2 Grafički prikaz gradijenata

Nakon pokretanja komandne linije valja unijeti sljedeći kod:

```
python skripta.py gradijenti imeslike.jpg [sigma] [prozor]
```

Argumente koji se nalaze unutar uglatih zagrada nije nužno unijeti budući da imaju pretpostavljene vrijednosti `sigma=1`, `prozor=5`, a određuju faktor gaussovog zaglađivanja (sigma) te dimenzije prozora oko točke na kojem se traže gradijenti (prozor). Nakon unosa koda potrebno je kliknuti na mjesto u ponuđenoj slici.

8.1.3 Uparivanje slika

Nakon pokretanja komandne linije valja unijeti sljedeći kod:

```
python skripta.py uparivanje slika1.jpg slika2.jpg [sigma] [width]
```

Kao i za gradijente, imamo dva argumenta koje nije potrebno unositi, a radi se o sigmi (pretpostavljena vrijednost 1) te širini prozora (pretpostavljeno 5). U ovom slučaju ulaz su dvije slike.

8.2 Implementacija u C++-u

Za kompajliranje je potrebno imati instaliran OpenCV 2.4.3, najnoviju verziju u vrijeme pisanja ovog teksta.

Nakon što se kompajlira pomoću priložene *Makefile* datoteke, program se poziva na sljedeći način iz komandne linije:

```
./harrisDetector [-d] [-s] [-k jezgra] [-b int_mj] [-t granica] -i slika
```

Pritom su parametri unutar uglatih zagrada neobavezni. Objašnjenje korištenja prikazano je u tablici 1.

Tablica 1: Detaljno objašnjenje parametara

Zastavica	Objašnjenje
-d	Uključuje crtanje dijagnostičkih slika za među-korake algoritma.
-s	Onemogućuje početno zaglađivanje slike.
-k	Postavlja radijus za zaglađivanje, pretpostavljena vrijednost je 3.
-b	Postavlja integracijsko mjerilo, pretpostavljena vrijednost je 5.
-t	Postavlja graničnu vrijednost za odbacivanje nepotrebnih točaka u intervalu <0,1>, pretpostavljena vrijednost je 0.1.
-i	Postavlja putanju do ulazne slike.

Program se gasi pritiskom na tipku *Esc*.

9. Literatura

1. Solem, J.E., Programming Computer Vision with Python, Sebastopol: O'Reilly, 2012
2. Sobel derivatives, http://docs.opencv.org/doc/tutorials/imgproc/imgtrans/sobel_derivatives/sobel_derivatives.html, 15.12.2012.
3. OpenCV reference manual, release 2.4.2, July 2012.
4. Gaussian blur, http://en.wikipedia.org/wiki/Gaussian_blur, 9.12.2012.
5. Corner detector, http://en.wikipedia.org/wiki/Corner_detection, 7.12.2012.
6. Vito Macchia, OpenCV's C++ interface, 30.6.2010., http://www.aishack.in/2010/07/opencvs-c-interface/, 8.12.2012.
7. Matplotlib reference guide, http://matplotlib.org/, 10.12.2012.
8. Numpy reference guide, http://docs.scipy.org/doc/numpy/reference/, 10.12.2012.
9. Wijewickrema, S.N.R., Paplinski, A.P., Principal Component Analysis for the Approximation of a Fruit as an Ellipse, Australia, Monash University, 2004.
10. Intuitive explanation to Harris corner detector, Andrey, http://matlabcorner.wordpress.com/2012/11/17/does-harris-corner-detector-finds-corners-intuitive-explanation-to-harris-corner-detector/, 10.12.2012.
11. Principal Component Analysis, Jolliffe, I.T., Second edition, Springer, Aberdeen, 2002.
12. Moravec corner detector, http://en.wikipedia.org/wiki/Moravec_corner_detection_algorithm, 13.12.2012.