Живчук Марія, ІПС-22

МКР №2.

1. а) "існує не менше 3 непарних простих числа"

$P(x)$ – x є непарним числом

$\exists a(a*a+1=x)$

$N(x)$ – x є простим числом

$\forall a \forall b(a*b=x \to a=1 \& b=x)$

В-дь:

$\exists x \exists y \exists z(P(x) \& N(x) \& P(y) \& N(y) \& P(z) \& N(z) \&$

$\neg(x=y) \& \neg(y=z) \& \neg(x=z)$

1. б) $X = Y \cap (Z \setminus S)$

$\forall a(a \in X \Leftrightarrow a \in Y \& a \in Z \& \& \neg(a \in S)$

2. $\forall y \exists x A(x,y) \to \forall y(\forall z \forall x B(x,y,z) \to \neg \forall x \forall y A(x,y)$

Вільних змінних немає.

$\forall y \exists x A(x,y) \to \forall a(\forall z \forall b B(b,a,z) \to \underline{\neg \forall c \forall d} A(c,d)$

$\forall y \exists x A(x,y) \to \forall a(\forall z \forall b B(b,a,z) \underline{\to} \exists c \exists d \neg A(c,d)$

~~$\forall y \exists x A(x,y) \to \forall a(\forall z \forall b B(b,a,z)$~~

$\forall y \exists x A(x,y) \underline{\to} \forall a(\exists z \exists b \exists c \exists d(B(b,a,z) \to$

$\to \neg A(c,d)$

$\exists y\ \forall x\ \forall a\ \exists z\ \exists b\ \exists c\ \exists d\ (A(x,y) \to (B(b,a,z) \to \neg A(c,d)))$

$y \mapsto c \quad z \mapsto f(x,a) \quad b \mapsto g(x,a)$

$c \mapsto h(x,a) \quad d \mapsto q(x,a)$

$\forall x\ \forall a\ (A(x,c) \to (B(g(x,a),a,f(x,a)) \to \neg A(h(x,a), q(x,a))))$

3. $\forall x\ (A(x) \& B(x)) \to (\forall x\ A(x) \& B(x))$. big сыир.

$\vdash \forall x\ (A(x) \& B(x)), \neg \forall x A(x) \textcircled{\&} B(x)$

$\textcircled{\forall} x\ A(x), \vdash \forall x (A(x) \& B(x)) \quad | \quad \neg B(x), \textcircled{\vdash \forall} x (A(x) \& B(x))$

$\neg A(y), \textcircled{\vdash \forall} x\ (A(x) \& B(x)) \quad | \quad \vdash A(x) \textcircled{\&} B(x), \neg B(x), \vdash \forall y \ldots$

$\vdash A(y) \textcircled{\&} B(y), \neg A(y), \vdash \forall x \ldots \quad | \quad \vdash B(x), \neg B(x), \ldots$

$\vdash A(y), \neg A(y), \ldots$

Дерево замкнене. Отже, твердження вірне.

4. $M = \{y \mid E_y \neq \mathcal{D}\}$

$y \in M \Leftrightarrow E_y \neq \mathcal{D} \Leftrightarrow \exists a (a \in E_y \& a \notin \mathcal{D}) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \exists a\ (a \in E_y \& \neg (a \in \mathcal{D}))$.

Нехай $P_u(v)\downarrow$ на кроці k - $P(u,v,k)$

$P_u(v)\downarrow = z$ на кроці k - $P(u,v,k)\downarrow z$.

$\exists a (\exists b \exists k\ P(y,b,k)\downarrow a \& \neg (\exists l\ P(a,a,l) \Leftrightarrow$

$\exists a \exists b \exists k\ \forall l\ (P(y,b,k)\downarrow a \& \neg P(a,a,l))$. Отже, $M \in \Sigma^M_2$.

5. $V(x)$ – «x справді хоче вчитися»

$P(x)$ – «x намагається працювати»

$S(x)$ – «x є студентом»

$$(\forall x(V(x) \to P(x)) \,\&\, \exists x(S(x) \,\&\, P(x))) \to \exists x(S(x) \,\&\, V(x))$$

$\vdash \forall x(V(x) \to P(x))$, $\vdash \exists x(S(x) \,\&\, P(x))$,

$\vdash \exists x(S(x) \,\&\, V(x))$

$\vdash S(y) \,\&\, P(y)$, $\vdash \forall x(V(x) \to P(x))$, $\vdash \exists x(S(x) \,\&\, V(x))$

$\vdash S(y)$, $\vdash P(y)$, $\vdash \forall x(V(x) \to P(x))$, $\vdash \exists x(S(x) \,\&\, V(x))$

$\vdash S(y)$, $\vdash P(y)$, $\vdash V(y) \to P(y)$, $\vdash S(y) \,\&\, V(y)$, $\vdash \forall x, \vdash \exists x \ldots$

$\vdash S(y)$, $\vdash S(y) \ldots$ | $\vdash V(y)$, $\vdash S(y)$, $\vdash P(y)$, $\vdash V(y) \to P(y) \ldots$

(×)

$\vdash V(y)$, $\vdash V(y)$, $\vdash S(y)$, $\vdash P(y)$ | …

Дерево не замкнене. Отже, твердження невірне. Контрмодель:

	y
V	F
S	T
P	T