МКР №2

Кильчук Марії, ІПС-12

Варіант 3

1. $\begin{cases} 2x_1+3x_2+x_3+2x_4=3 \\ 4x_1+6x_2+3x_3+4x_4=5 \\ 6x_1+9x_2+5x_3+6x_4=7 \\ 8x_1+12x_2+7x_3+\lambda x_4=9 \end{cases}$ $A=\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 6 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 9 & 5 & 6 & 7 \\ 8 & 12 & 7 & \lambda & 9 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 3 & \lambda-8 & -3 \end{array}\right) \sim$

1 рядок × число віднімаю від інших

$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda-8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$

1) Якщо $\lambda=8$. $r(A)=r(A|B)=2 \Rightarrow$ система сумісна

$x_3=-1$; $2x_1+3x_2+x_3+2x_4=3$

$x_2=x_2$ $\quad 2x_1+3x_2+2x_4=4$

$x_4=x_4$ $\quad 2x_1=4-3x_2-2x_4$

$x_1=2-\frac{3}{2}x_2-x_4$

Заг. розв'язок: $x_1=2-\frac{3}{2}x_2-x_4$, $x_2=x_2$, $x_3=-1$, $x_4=x_4$

2) Якщо $\lambda\neq 8$. $r(A)=r(A|B)=3 \Rightarrow$ система сумісна

$(\lambda-8)x_4=0$; $x_4=0$

$x_3=-1$; $x_2=x_2$

$2x_1+3x_2+x_3+2x_4=3$; $2x_1+3x_2-1=3$; $2x_1=4-3x_2$; $x_1=2-\frac{3}{2}x_2$.

$x_1=2-\frac{3}{2}x_2$

$x_2=x_2$ ← Загальний розв'язок

$x_3=-1$

$x_4=0$.

2. а) $\Delta=\begin{vmatrix} 1 & b_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 1-b_1 & b_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1-b_2 & b_3 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 1-b_n \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 1 & b_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & b_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & b_3 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{vmatrix}=1$

Коментар: до 2-го рядка + 1-ий рядок; після цього до 3-го рядка + 2-ий рядок і так далі. Отримаємо визначник трикутного вигляду, який дорівнює добутку елементів головної діагоналі.

2 δ)

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & \cos(\alpha_1-\alpha_2) & \cos(\alpha_1-\alpha_3) & \dots & \cos(\alpha_1-\alpha_n) \\ \cos(\alpha_1-a_2) & 1 & \cos(\alpha_2-\alpha_3) & \dots & \cos(\alpha_2-\alpha_n) \\ \cos(\alpha_1-a_3) & \cos(\alpha_2-\alpha_3) & 1 & \dots & \cos(\alpha_3-\alpha_n) \\ - & - & - & - & - \\ \cos(\alpha_1-\alpha_n) & \cos(\alpha_2-\alpha_n) & \cos(\alpha_3-\alpha_n) & \dots & 1 \end{vmatrix} =$$

$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$.

$$= \begin{vmatrix} 1 & \cos\alpha_1\cos\alpha_2+\sin\alpha_1\sin\alpha_2 & \cos\alpha_1\cos\alpha_3+\sin\alpha_1\sin\alpha_3 & \dots & \cos\alpha_1\cos\alpha_n+\sin\alpha_1\sin\alpha_n \\ \cos\alpha_1\cos\alpha_2+\sin\alpha_1\sin\alpha_1 & 1 & \cos\alpha_2\cos\alpha_3+\sin\alpha_2\sin\alpha_3 & \dots & \cos\alpha_2\cos\alpha_n+\sin\alpha_2\sin\alpha_n \\ \cos\alpha_1\cos\alpha_3+\sin\alpha_1\sin\alpha_3 & \cos\alpha_2\cos\alpha_3+\sin\alpha_2\sin\alpha_3 & 1 & \dots & \cos\alpha_3\cos\alpha_n+\sin\alpha_3\sin\alpha_n \\ - \; a_1 & - \; a_2 & - \; a_3 & - & - \\ \cos\alpha_1\cos\alpha_n+\sin\alpha_1\sin\alpha_n & \cos\alpha_2\cos\alpha_n+\sin\alpha_2\sin\alpha_n & \cos\alpha_3\cos\alpha_n+\sin\alpha_3\sin\alpha_n & \dots & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & \cos\alpha_1\cos\alpha_2 & \cos\alpha_1\cos\alpha_3 & \dots & \cos\alpha_1\cos\alpha_n \\ \cos\alpha_1\cos\alpha_2 & 1 & \cos\alpha_2\cos\alpha_3 & \dots & \cos\alpha_2\cos\alpha_n \\ \cos\alpha_1\cos\alpha_3 & \cos\alpha_2\cos\alpha_3 & 1 & \dots & \cos\alpha_3\cos\alpha_n \\ - & - & - & - & - \\ \cos\alpha_1\cos\alpha_n & \cos\alpha_2\cos\alpha_n & \cos\alpha_3\cos\alpha_n & \dots & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & \sin\alpha_1\sin\alpha_2 & \sin\alpha_1\sin\alpha_2 & \dots & \sin\alpha_1\sin\alpha_n \\ \sin\alpha_1\sin\alpha_2 & 0 & \sin\alpha_2\sin\alpha_3 & \dots & \sin\alpha_2\sin\alpha_n \\ \sin\alpha_1\sin\alpha_3 & \sin\alpha_2\sin\alpha_3 & 1 & \dots & \sin\alpha_3\sin\alpha_n \\ \sin\alpha_1\sin\alpha_n & \sin\alpha_1\sin\alpha_n & \sin\alpha_3\sin\alpha_n & \dots & 1 \end{vmatrix}$$

$= 1 \quad \cos\alpha_1 \sin\alpha_1$

3. $$\left(\begin{array}{cccccc|cccccc} 2 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{array}\right)$$