Жмевчук Марія ІПС-12 МКР №3 ①

Варіант 24

① $f(x,y,z) = x \oplus (\bar{y} \to z)$

x	y	z	$\bar{y}$	→	⊕
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0

3) $f(x,y,z) = x \oplus \overline{(\bar{y} \to z)} = x \oplus \overline{(\bar{y} \vee z)} = x \oplus (\bar{y}\bar{z}) =$

$= x(y \vee z) \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} = xy \vee xz \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} = xy(z \vee \bar{z}) \vee$

$\vee\ xz(y \vee \bar{y}) \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} = xyz \vee x\bar{y}z \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$

38) $f(x,y,z) = (1\,1\,0\,0\,0\,1\,0\,1)$

$f(0,0,0) = a_{000} = 1$ $\qquad a_{000} = 1$

$f(1,0,0) = a_{000} \oplus a_{100} = 0$ $\qquad a_{100} = 1$

$f(0,1,0) = a_{000} \oplus a_{010} = 1 \oplus a_{010} = 0$ $\qquad a_{010} = 1$

② $f(0,0,1) = a_{000} \oplus a_{001} = 1 \oplus a_{001} = 1$ $\quad a_{001} = 0$

$f(1,1,0) = a_{000} \oplus a_{100} \oplus a_{010} + a_{110}$ $\quad a_{110} = 1$

$f(1,0,1) = a_{000} \oplus a_{100} \oplus a_{001} \oplus a_{101}$ $\quad a_{101} = 1$

$f(0,1,1) = a_{000} \oplus a_{010} \oplus a_{001} + a_{011}$ $\quad a_{011} = 0$

$f(1,1,1) = a_{000} \oplus a_{100} \oplus a_{010} \oplus a_{001} \oplus a_{110} \oplus$

$\oplus a_{101} \oplus a_{011} \oplus a_{111} = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus a_{111}$

$a_{111} = 0$

Відповідь: $1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1 x_2 \oplus x_1 x_3$

37) $f(x,y,z) = xy\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee x\bar{y}z = xy(1 \oplus z) \vee$

$\vee (1 \oplus x)(1 \oplus y)(1 \oplus \bar{z}) \vee xz(1 \oplus y) = xy \oplus xyz \oplus$

$\oplus xz \oplus x \oplus y \oplus z \oplus yz \oplus 1 = 1 \oplus x \oplus y \oplus z \oplus yz \oplus xyz$

23 $f = xy \Rightarrow f^* = \overline{\bar{x}\bar{y}} = \bar{\bar{x}} \vee \bar{\bar{y}} = x \vee y$

21 $f = (1\,0\,1\,00\,1\,0\,1)$

$f^* = (010\ 11\,010)$, бо за означенням

$f^* = \bar{f}(\bar{x}_1, \ldots, \bar{x}_n)$

22 За означенням, якщо $f \in S$, то $f^* = f$. З задачі 21 бачимо, що $f^* \neq f$. Відповідно $f \notin S$.

14. $f(x,y,z) = \overline{((\bar{x} \vee \bar{z})(y \vee \bar{z}))} \vee x(y \vee \bar{y}\bar{z}) \vee \bar{x}\bar{y}$.

①. Знайдемо СДНФ за методом Блейка

③

$\overline{(\bar{x} \vee \bar{z})(y \vee \bar{z})} \vee x(y \vee \bar{y}z) \vee \bar{x}\bar{y} = xy \vee x\bar{y}z \vee xz \vee$
$\vee \bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y} = xy \vee xz \vee \bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}$

② Модифікована для методу ~~Вілкса~~ Петріка ТІ

		$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}z$	$x\bar{y}z$	$xy\bar{z}$	xyz
A	xy				*	*
B	xz			*		*
C	$\bar{y}z$		*	*		
D	$\bar{x}\bar{y}$	*	*			

③ Побудуємо КПНФ: $D(C \vee D)(B \vee C)A(A \vee B) =$
$= AD(B \vee C) = ABD \vee ACD$

Маємо такі МДНФ:

$xy \vee xz \vee \bar{x}\bar{y}$ та $xy \vee \bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}$

9) $f(x, y, z) = (11111010)$. Набори по z:

$1 = 1$

$1 = 1$

$1 \neq 0 \Rightarrow z$ не є фіктивною

35 Довести $M^* = M$

Нехай $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in L^*$. Тоді $\exists$ така

④ лінійна функція $g(x_1,\dots,x_n)=a_1x_1\oplus a_2x_2\oplus\dots$
$\dots\oplus a_nx_n\oplus a_{n+1}$, що $f=g^*$

Звідси $f(x_1,\dots,x_n)=\overline{a_1\bar{x}_1\oplus a_2\bar{x}_2\oplus\dots\oplus a_n\bar{x}_n\oplus a_{n+1}}=$

$=a_1(x_1\oplus1)\oplus a_2(x_2\oplus1)\oplus\dots\oplus a_n(x_n\oplus1)\oplus a_{n+1}\oplus1=$

$=a_1x_1\oplus a_2x_2\oplus\dots\oplus a_nx_n\oplus(a_1\oplus a_2\oplus\dots\oplus a_n\oplus a_{n+1}\oplus1)$, тобто $f\in L$.

Припустимо, що $f(x_1,\dots,x_n)\in L$, тобто $f(x_1,\dots,x_n)=a_1x_1\oplus\dots\oplus a_nx_n\oplus a_{n+1}$. Розглянемо лінійну функцію $g(x_1,x_n)=a_1x_1\oplus\dots\oplus a_nx_n\oplus(a_1\oplus\dots\oplus a_n\oplus a_{n+1}\oplus1)$. Тоді $g^*\in f\Rightarrow f\in L^*$

30) Побудуємо таблицю належності ф-ції $\Sigma=\{\vee,\wedge,\oplus,0\}$ до 5 класів БФ.

	T_0	T_1	M	L	S
$\vee$	+	+	+	−	−
$\wedge$	+	+	+	−	−
$\oplus$	+	−	−	+	−
0	+	−	+	+	−

За теор. Поста ця БФ не є функціонально повною, адже жодна з БФ цієї системи не є такою, що $F \notin T_0$

32) Ні, бо вона є надлишковою. Цю систему можна розбити на 2 інші функціонально повні системи $\Sigma_0 = \{\wedge, \overline{x}\}$ $\Sigma_1 = \{\vee, \overline{x}\}$. Тому, за означенням базису БФ Σ не є базисом

28 Із означення самодвоїстої БФ випливає, що вона істотно залежить лише від змінної. Щоб переконатися в цьому, достатньо помітити, що самодвоїстими є функції $\{x, \overline{x}, y, \overline{y}\}$

7) Із означення БФ еквівалентності відомо, що вона є запереченням виключної диз'юнкції, тобто $x \leftrightarrow y = \overline{(x \oplus y)}$. Так як функцію логічного заперечення очевидно не можна подати як суперпозицію функцій нашої множини, то і еквівалентність не можна також.

16 Так як БФ, що набуває 1 на (0, 0, 0) і 0 на (1, 1, 1) (що слідує з умови), за означенням монотонності БФ, що ум. монотонності порушує, то множина буде порожньою. Тобто

$M \setminus (T_0 \cup T_1) = \emptyset$

системи не є такою, що $F \notin T_0$

5

32) Ні, бо вона є надлишковою. Цю систему можна розбити на 2 інші функціонально повні системи $\Sigma_0 = \{\wedge, \bar{x}\}$ $\Sigma_1 = \{\vee, \bar{x}\}$. Тому, за означенням базису БФ Σ не є базисом

28 Із означення самодвоїстої БФ випливає, що вона істотно залежить лише від змінної. Щоб переконатися в цьому, достатньо помітити, що самодвоїстими є функції $\{x, \bar{x}, y, \bar{y}\}$

7) Із означення БФ еквівалентності відомо, що вона є запереченням виключної диз'юнкції, тобто $x \leftrightarrow y = \overline{(x \oplus y)}$. Так як функцію логічного заперечення очевидно не можна подати як суперпозицію функцій нашої множини, то і еквівалентність не можна також.

16 Так як БФ, що набуває 1 на $(0,0,0)$ і 0 на $(1,1,1)$ (що слідує з умови), за означенням монотонності порушує монотонності БФ, що ум. монотонності порушує. Тобто що множина буде порожньою.

$M \setminus (T_0 \cup T_1) = \varnothing$

⑥ 18) $f=(0 0 1 1 0 0 0 1)$ не є монотонною. Щоб впевнитися в цьому, достатньо порівняти значення (0011) і (0001). Умова монотонності порушується, тому $f \notin M$.

19) Скористаємось властивістю: якщо $\alpha_1 \in \beta_1$, то $\alpha_i \vee \beta_1 = \beta_1$ та $\alpha_i \beta_i = \alpha_i$, де $i=\overline{0,n}$, $\alpha = \beta = \{0, 1\}$

Тоді при підстановці для цих співвідношень кортежів $(0, x_1, \dots x_n)$ та $(1, x_1, \dots, x_n)$ легко переконатися, що розклад є справедливим.

33) $f=(1011)$, відповідно ДДНФ $f = \bar{x}_1 y \vee x_1 \bar{y} \vee$ $\vee x_1 y$.

34) ДКНФ $f = x \vee \bar{x}_2$.

Для розв'язку задач 33, 34 використано імплікація $1 \to 0$.

24) Якщо f - не константа, а f^* - так, то $f \neq f^*$, відповідно $f \notin S$.

$1 \to 0 \quad = 0$

2б) За означенням, самодвоїста БФ це така, що $f(x_1, \dots, x_n) = \overline{f}(\overline{x_1}, \dots, \overline{x_n})$ для $\forall x$. (7)

Якщо БФ істотно залежна від двох змінних, то обидві змінні впливають на результат ф-ії.

Нехай $f(x,y)$ – самодвоїста БФ, істотна залежна від x та y. Тоді для $f(0,0)=a$ $f(1,1)=\overline{a}$ $a \in \{0,1\}$;

для $f(0,1)=b$ $f(1,0)=\overline{b}$ $b \in \{0,1\}$;

Оскільки це БФ залежить від 2-х змінних, мають існувати 2 кортежі, на яких ф-ія приймає однакове значення. Але за ум. самодвоїст. кожна пара кортежів, що є інверсією одна одної, призводить до інверсованих результатів.

Суперечність

3б) Припустимо, що проста імпліканта W монотонної ф-ії $f(x_1, \dots, x_n)$ містить заперечення якоїсь змінної x_i. Тоді $W = \overline{x_i} V$, де V – елементарна кон'юнкція. Розглянемо множину N_W двійкових наборів довжини n, на яких

⑧ W(і ф-и f) набуває значення 1. Нехай ~~(а...)~~ $(a_1, \dots, a_{i-1}, 0, a_{i+1}, \dots, a_n) \in N_W$. Тоді внаслідок монотонності ф-ї f матимемо

$f(a_1, a_2, \dots, a_{i-1}, 1, a_{i+1}, \dots, a_n) = 1$. Це означатиме, що $x_i V$ - також імпліканта ф-ї f. Якщо $\bar{x}_i V$ і $x_i V$ - імпліканти f, то імплікантою f буде й V, що суперечитиме припущенню про простоту W.