Алгоритмы и структуры данных-1

SET 3. Задача A1.

Осень 2024. Клычков М. Д.

- ID посылки по задаче `A1i`: 292187460
- Ссылка на репозиторий:

Изначально был написан алгоритм Монте-Карло, генерирующий точки в широкой области, содержащей все три окружности. Эта область находилась с помощью нахождения минимумов/максимумов координат центров с прибавлением/вычитанием радиусов. Этот алгоритм прошел все тесты на `Codeforces`.

Затем на основе предыдущей программы была разработана новая, принимающая также параметры прямоугольной области для генерации точек. Вручную найдем область, максимально прилегающую к пересечению, при этом учтем, что операции с вещественными числами происходят не всегда точно, поэтому область будет расширена на величину $2\varepsilon \approx 0.02$ по $\epsilon \approx 0.01$ с каждой стороны.

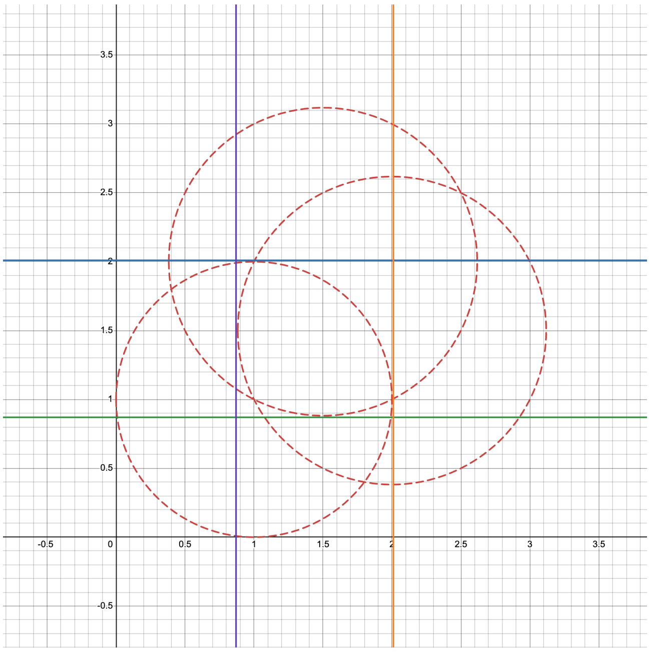

Рис. 1: Изображение «узкой» области генерации точек

Для экспериментальных запусков и построения графиков использовался язык `Python`.

1. Графики первого типа, отображающие меняется приближенное значение площади в зависимости от количества сгенерированных точек. В одной системе координат были построены два графика, отличающихся областью генерации точек («широкой» и «узкой»).

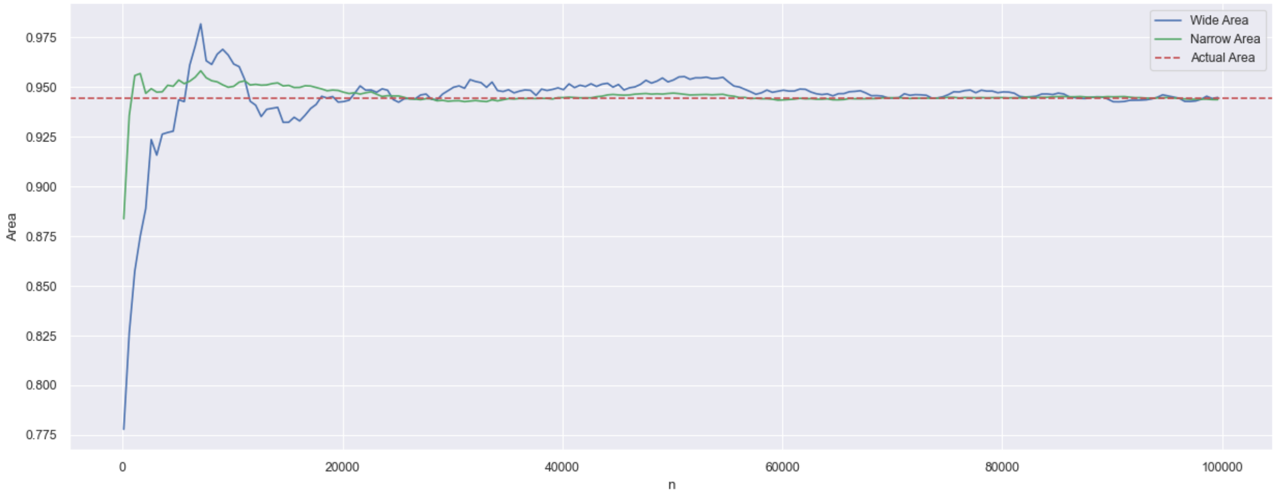

Рис. 2: График первого типа

Полученные результаты начальных тестов не дают в полной мере оценить «хвост», поэтому изобразим без учета первых пяти результатов.

Рис. 3: График первого типа без первых значений

2. Графики второго типа, отображающие изменение величины относительного отклонения приближенного значения площади от ее точной оценки в зависимости от количества сгенерированных точек. Аналогично первому типу графиков будет отображены исходные данные и данные без первых нескольких значений.

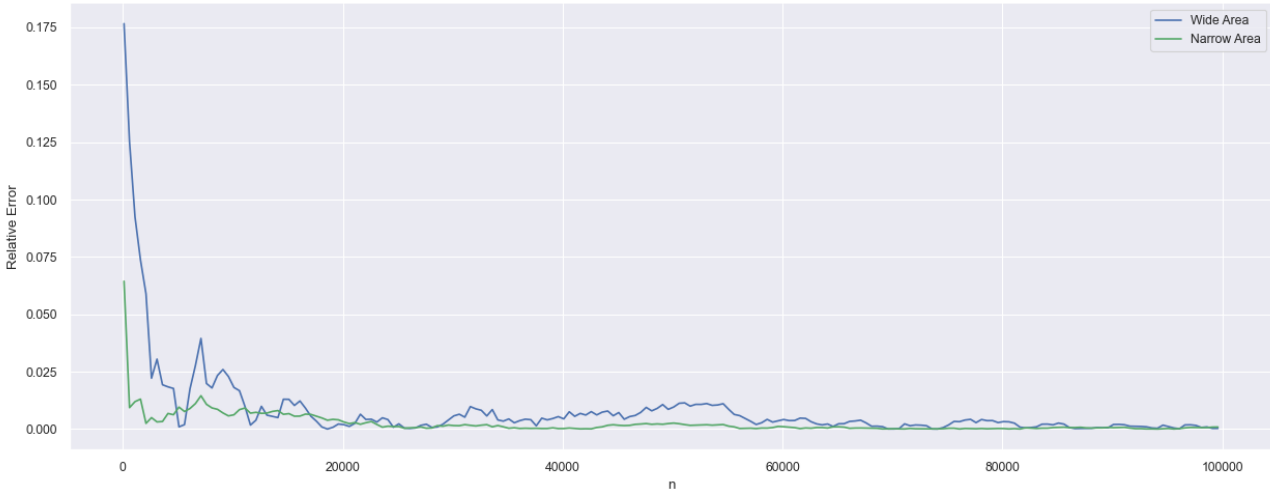

Рис. 4: График второго типа

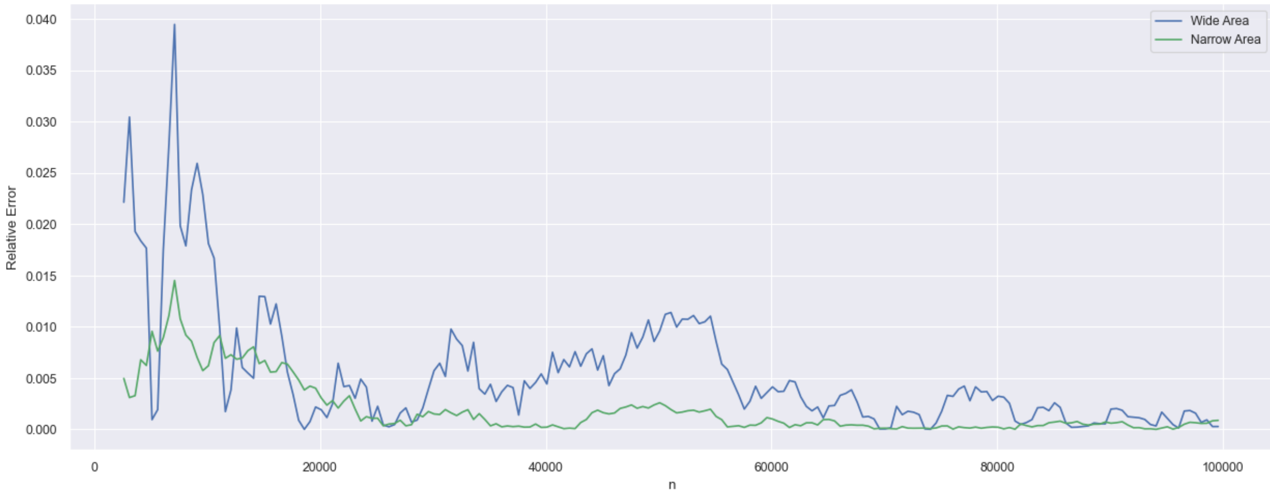

Рис. 5: График второго типа без первых значений

Перейдем к **выводам**:

В первую очередь отметим, что действительное значение площади фигуры, посчитанное по формуле из условия задачи $S \approx 0.9445171858994637$

Рассмотрим графики *первого* типа. Заметим, что при малом числе сгенерированных точек наблюдаются большие колебания площади (до $n \approx 20000$), особенно они проявляются в алгоритме, учитывающем «широкую» область.

После указанного значения параметра n зеленый график («узкая» область) начинает стабилизироваться около действительного значения площади фигуры (красная пунктирная линия), но в то же время оценка по «широкой» области продолжает вести себя неконтролируемо и при $n \approx 50000$ достигает значений площади $S_e \approx 0.955$, что отличается от действительного значения $|S_e - S| \approx 0.01$

В «хвосте» (по мере увеличения количества точек) приближенное значение площади стабилизируется, приближаясь к точной оценке, однако оценка по «узкой области» сильнее приближена к красной пунктирной линии фактического ответа.

Рассмотрим графики *второго* типа. Графики построенные в одной системе координат явно демонстрируют, что относительное отклонение приближенного значения площади при генерации точек в «узкой» области почти всегда меньше, чем при генерации в «широкой» области.

Можно также заметить более менее монотонное убывание относительного отклонения зеленого графика, что совсем нельзя сказать про синий.

Относительное отклонение зеленого графика при достаточно больших значениях n остается ниже 0.00025, что свидетельствует о высокой точности результата.

На основе построенных графиков и сделанных выводов по ним можно утверждать, что для решения задачи оценки площади пересечения трех окружностей с высокой точностью следует использовать способ генерации точек в «узкой» области, однако он усложняется подбором границ области, который опускается в данном решении.

Тем не менее результат при способе генерации в «широкой» области также показывает удовлетворительные значения, которые например проходят тесты задачи в системе `Codeforces`.