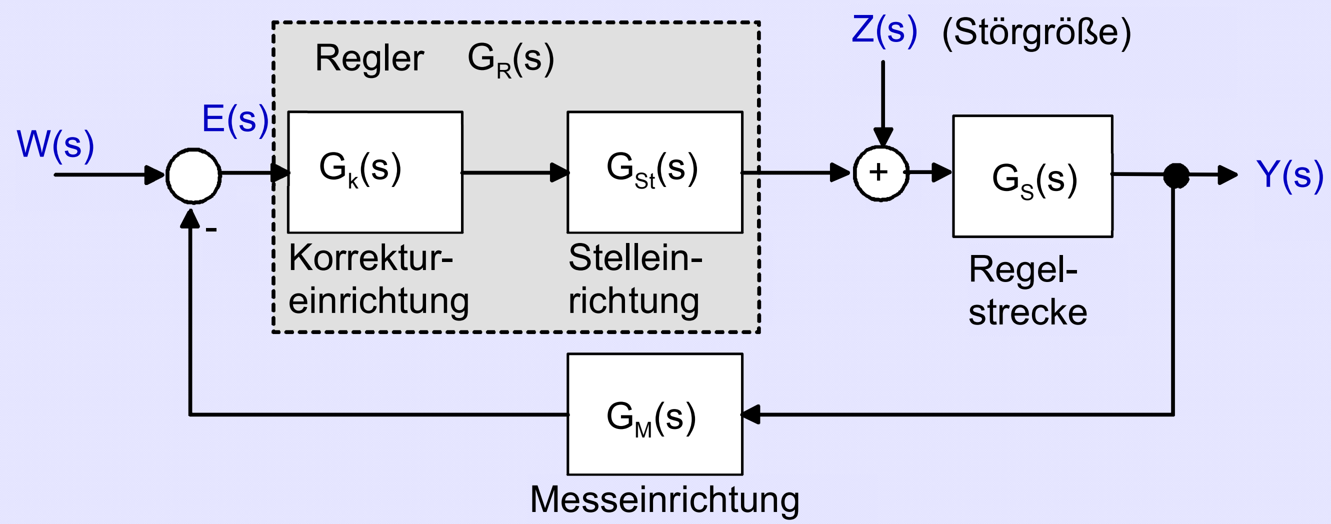
7

Regelung dyn. Systeme

7.3.1 Übertragungsfunktion des Regelkreises

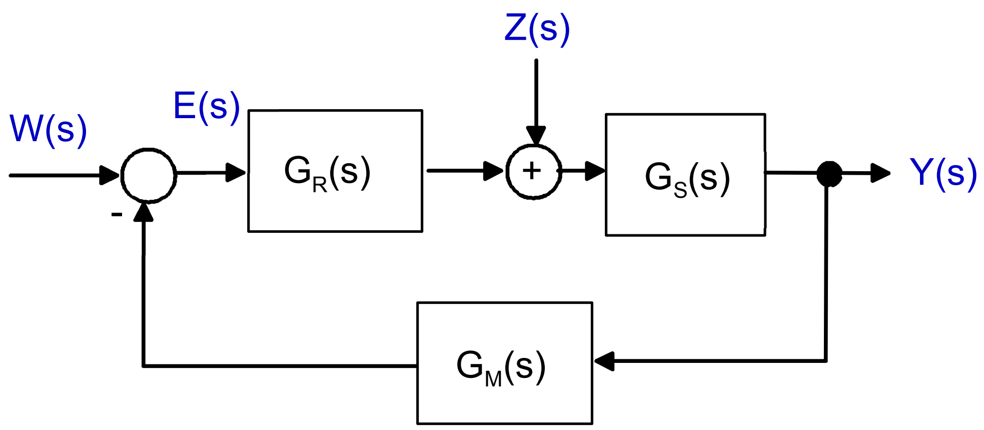
7.3.1.1 Standardregelkreis



Regelkreis im Bildbereich

- Viele Regelkreise haben diese Struktur → „*Standardregelkreis*“
- $G_k(s)$ und $G_{St}(s)$ werden meist zusammengefasst. → $G_R(s)$

7.3.1.2 Übertragungsfunktion des Standardregelkreises (Führungs-ÜF)

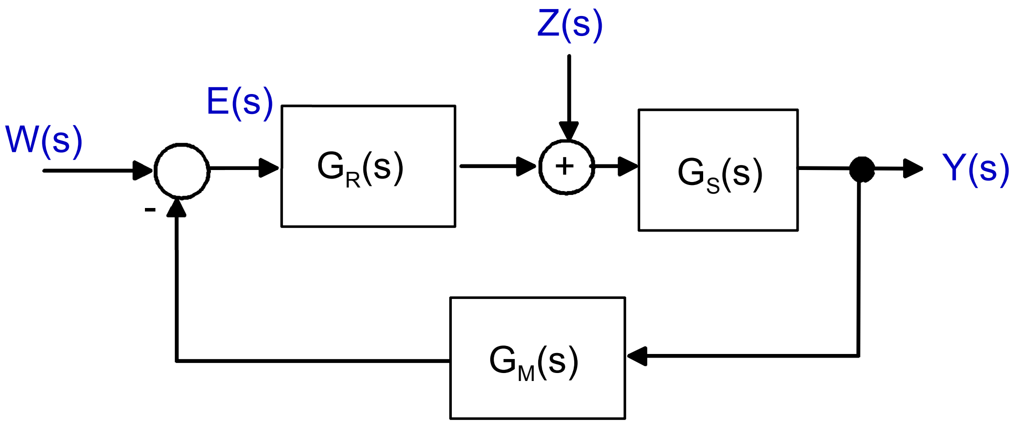


Für die Gesamtübertragungs-
funktion des Standardregelkreises gilt:

$$G_W(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{G_R(s) \cdot G_S(s)}{1 + G_R(s) \cdot G_S(s) \cdot G_M(s)}$$

Diese Führungsübertragungsfunktion beschreibt das Führungsverhalten des geschlossenen Regelkreises.

ÜBUNG: Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises

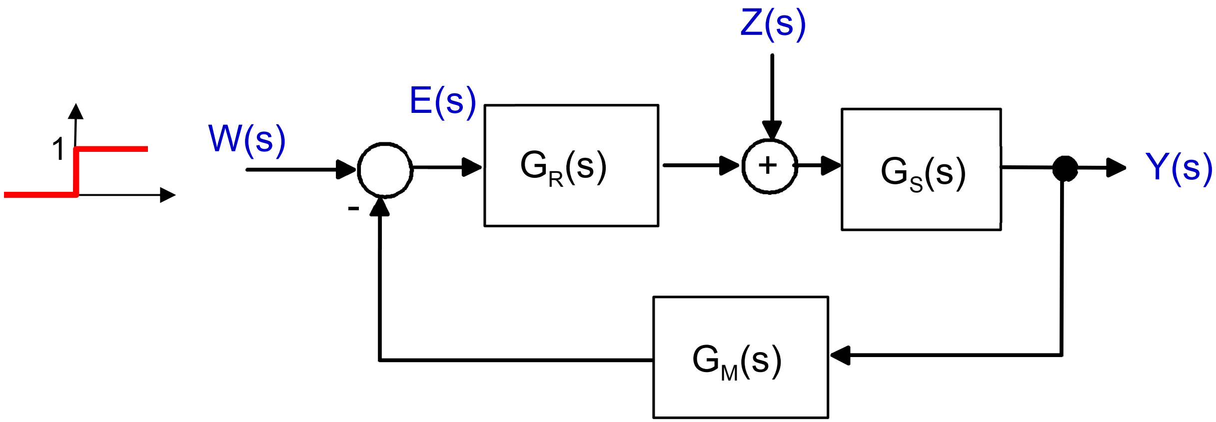


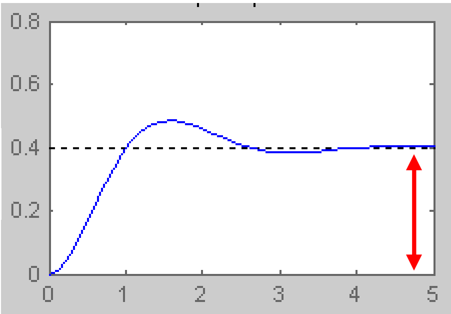
Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion folgender Systeme:

a) $G_S(s) = \dfrac{2}{(s+5)}$ $\quad G_R(s) = 10$ $\quad G_M(s) = 1$

b) $G_S(s) = \dfrac{2}{(s+5)}$ $\quad G_R(s) = 10\dfrac{1}{s}$ $\quad G_M(s) = 1$

7.3.2 Stationärer Endwert





Der stationäre Fehler eines Regelkreises ist nur dann 0, wenn die Regelgröße y(t) irgendwann die Höhe des vorgegebenen Sollwertes einnimmt (stationärer Endwert), bei einem Einheitsprung also 1.

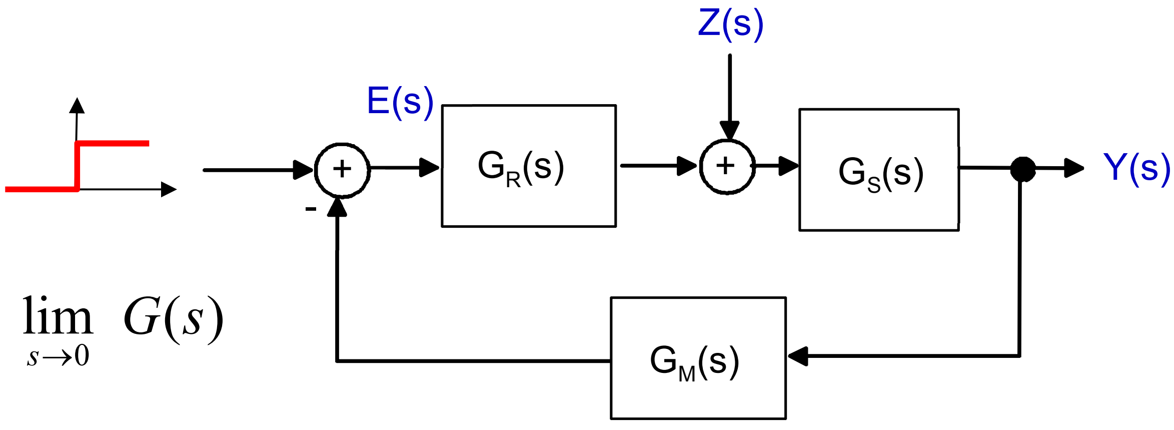
Der stationäre Endwert der Sprungantwort eines (BIBO-stabilen) Systems mit der Übertragungsfunktion $G_W(s)$ lässt sich berechnen mit (s.nä. Seite):

$$\boxed{\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} G_W(s)}$$

Beispiel:

$$G_W(s) = \frac{2}{s^2 + 2s + 5} \quad \Rightarrow \quad G_W(s \to 0) = \frac{2}{0^2 + 0s + 5} = 0.4$$

ÜBUNG: Stationärer Regelfehler von Regelstrecken bei Eingangssprung



$$\lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{s \to 0} G(s)$$

Berechnen Sie den stationären Regelfehler folgender Systeme (bei Eingangssprung):

a) $G_S(s) = \frac{2}{(s+5)}$ $\quad G_R(s) = 10$ $\quad G_M(s) = 1$

b) $G_S(s) = \frac{2}{(s+5)}$ $\quad G_R(s) = 10\frac{1}{s}$ $\quad G_M(s) = 1$

7

Regelung dyn. Systeme

7.4.1 Klassische Reglersynthese

7.4.1.1 Grundsätzliches

Es gibt keine allgemeingültigen Regeln zur Dimensionierung von $G_R(s)$.
Die Lösung hängt entscheidend von der jeweiligen Strecke und den besonderen Anforderungen an das Systemverhalten ab.
Es gibt eine große Methodenvielfalt zum Reglerentwurf:

Wir beschränken uns hierauf

- Einstellregeln für spezielle Streckentypen
- Frequenzgang-Verfahren (Nyquist-Kriterium, Frequenzkennlinienverfahren, …)
- Pol-/Nullstellen - basierte Verfahren (PN-Diagramm, Wurzelortsverfahren)
- Regelung im Zustandsraum

- ….. u.v.m.

Bei allen Reglerentwürfen ist immer zu prüfen, ob die vom Regler erzeugten Stellgrößen realisierbar sind. Ggf. muss der Reglerentwurf modifiziert werden

7.4.1.2 Industrie-Standardregler

In vielen Anwendungsfällen (aber nicht in allen) hat sich der Einsatz von Standardreglern bewährt.

→ **PI**-Regler, **PD**-Regler, **PID**-Regler (**P**roportional, **I**ntegral, **D**ifferential)

Ziele:

a) einfache Handhabung

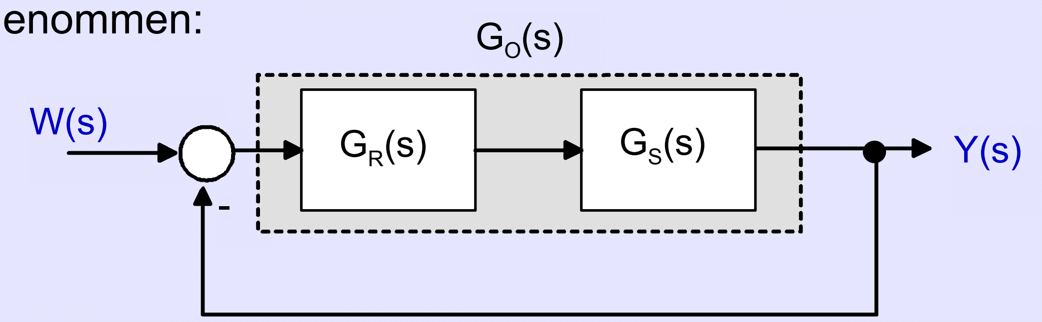
b) kleiner oder verschwindender stationärer Fehler

c) Stabilität und gutes dynamisches Verhalten

→ kleine Einstellzeit

→ geringes Überschwingen

Im Folgenden wird der vereinfachte Standardregelkreis angenommen:

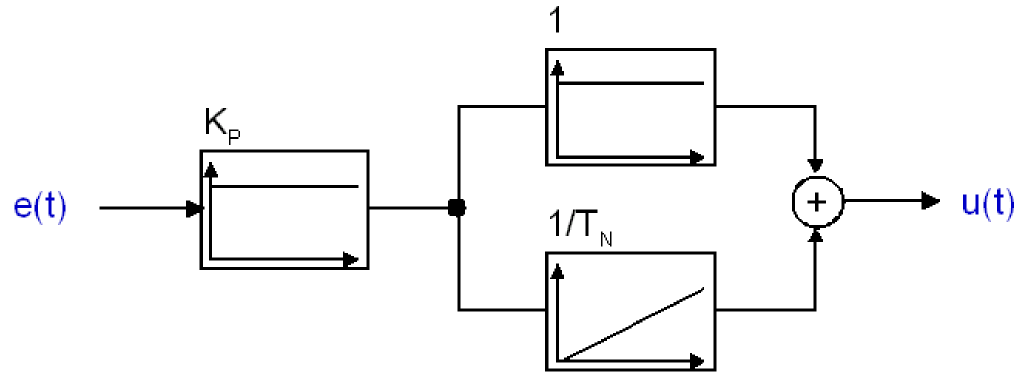


7.4.1.3 Reglertypen

PI-Regler

Übertragungsfunktion:

$$G_{PI}(s) = K_P \cdot \frac{sT_N + 1}{sT_N}$$



K_P: Proportionalwert
T_N: Nachstellzeit

Einsatzbereich des PI-Reglers

Der PI-Regler ist für solche Regelstrecken geeignet,

- deren dynamisches Verhalten (Einstellzeit) zufriedenstellend ist,
- deren stationäres Verhalten (Regelfehler) aber verbessert werden soll.

ÜBUNG: PI-Regler

a) Leiten Sie aus der Übertragungsfunktion des PI-Reglers das Strukturbild ab.

b) Wie sieht die Sprungantwort des PI-Reglers aus?

c) Eine Regelstrecke habe PT1-Verhalten (Parameter K_1, T_1). Zeigen Sie, dass der PI-Regler den stationären Fehler des Regelkreises auf 0 bringt (bei sprungförmiger Eingangsgröße).

d) Diskutieren Sie für folgende Fälle das dyn. Verhalten:

d1) $$T_N = T_1$$

d2) $$K_R = K_1 = 1$$
$$T_1 = 1, \quad T_N = 0.1$$

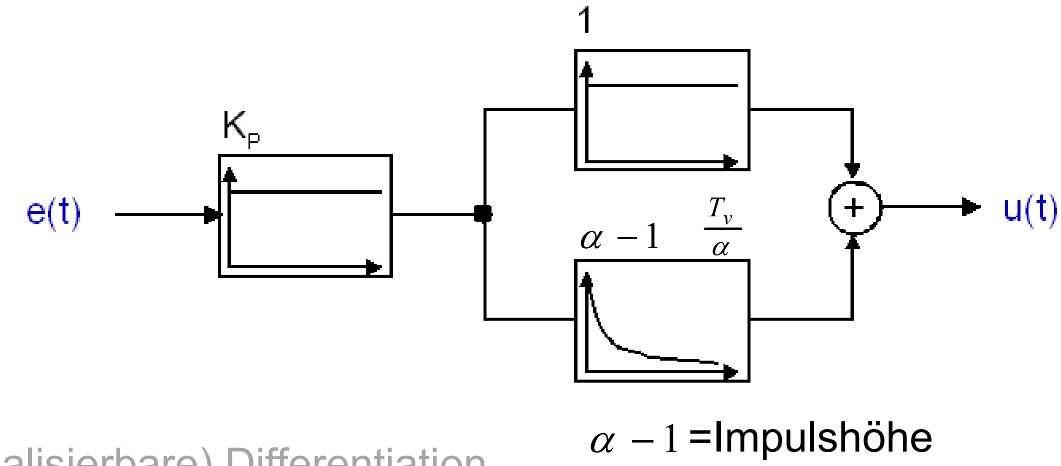
PD-Regler

Übertragungsfunktion:

$$G_{PD}(s) = K_P \cdot \frac{sT_V + 1}{s\frac{T_V}{\alpha} + 1}$$

$$\alpha \geq 1$$

K_P: Proportionalwert
T_V: Vorhaltezeit
α: Faktor für genäherte (realisierbare) Differentiation



Einsatzbereich des PD-Reglers

Der PD-Regler ist für solche Regelstrecken geeignet,

- deren stationäres Verhalten (Regeldifferenz) zufriedenstellend ist,
- deren dynamisches Verhalten aber verbessert werden soll (bessere Dämpfung, höhere Regelgeschwindigkeit).

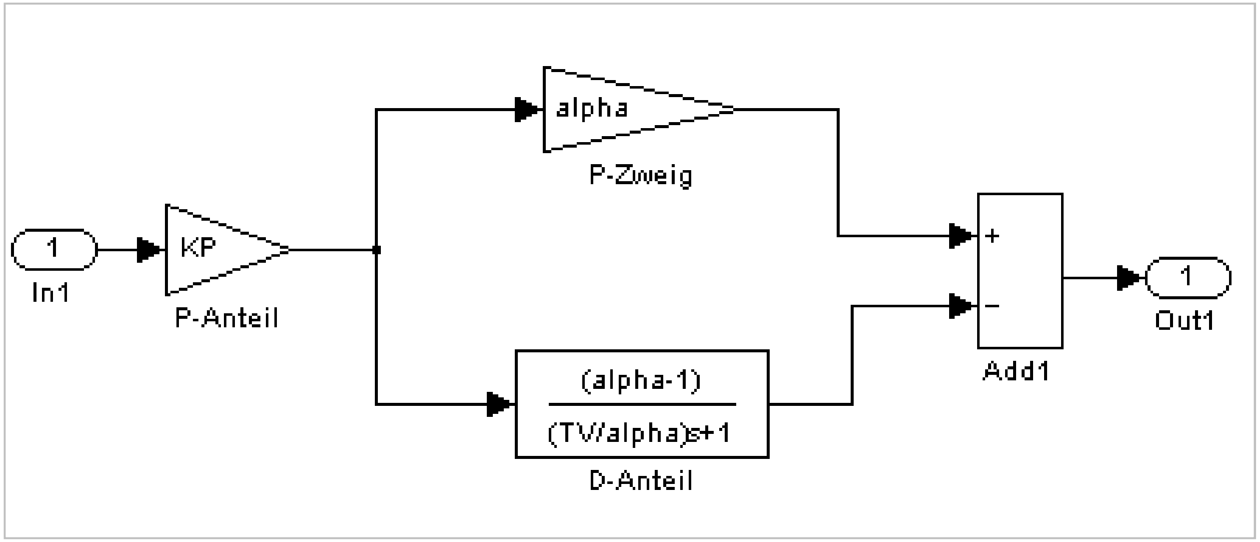
Anm.: Je größer α ist, desto idealer ist der Differentialanteil, desto unrealistischer ist aber auch möglicherweise die Stellgröße (typ. α = 4 …. 20).

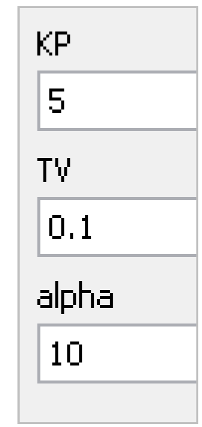
ÜBUNG: PD-Regler

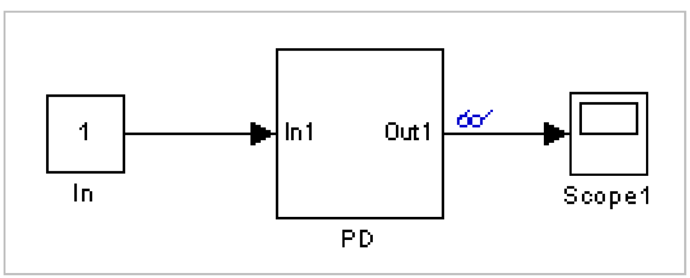
a) Leiten Sie aus der Übertragungsfunktion des PD-Reglers das Strukturbild ab.

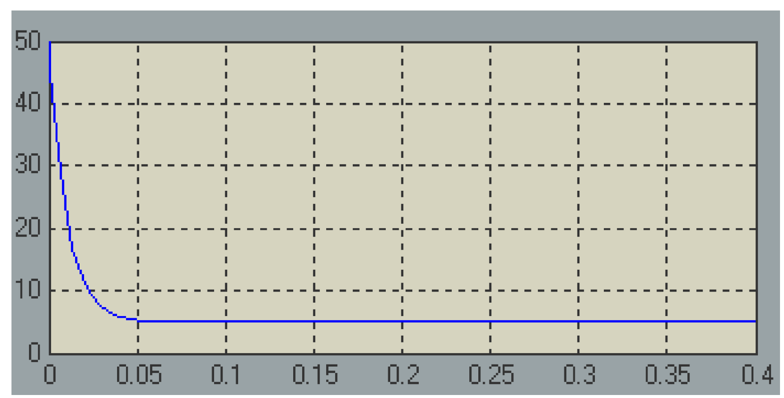
b) Wie sieht die Sprungantwort des PD-Reglers aus?

Realisierung in Matlab









PID-Regler

Durch Kombination der PI- und PD-Reglereigenschaften kann sowohl das stationäre als auch das dynamische Verhalten des Regelkreises verbessert werden.

a) **Multiplikative Form des PID-Reglers**

$$G_{PID}(s) = K_P \cdot \frac{(T_N s + 1)\cdot(T_V s + 1)}{s T_N \cdot (s \frac{T_V}{\alpha} + 1)}$$

$\alpha \geq 1$

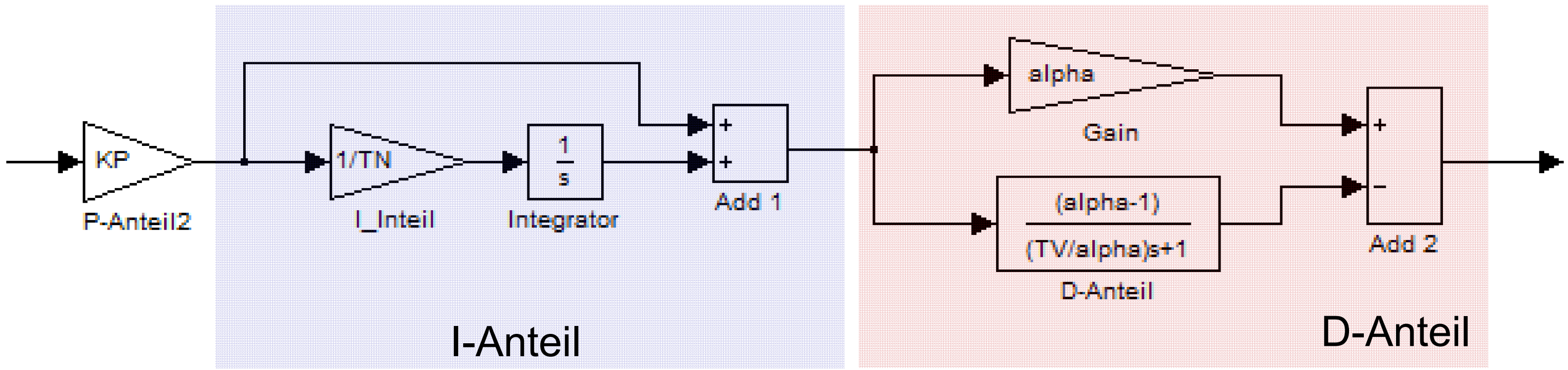
Die multiplikative Form ist besonders gut für den Reglerdimensionierung geeignet. Die Berechenung der Reglerparameter K_P, T_V und T_N erfolgt nach den o.a. Regeln.

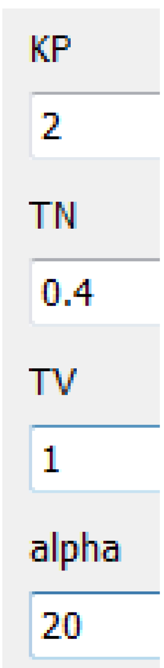
Anm.: Je größer α ist, desto idealer ist der Differentialanteil, desto unrealistischer ist aber auch möglicherweise die Stellgröße (typ. α = 4 …. 20).

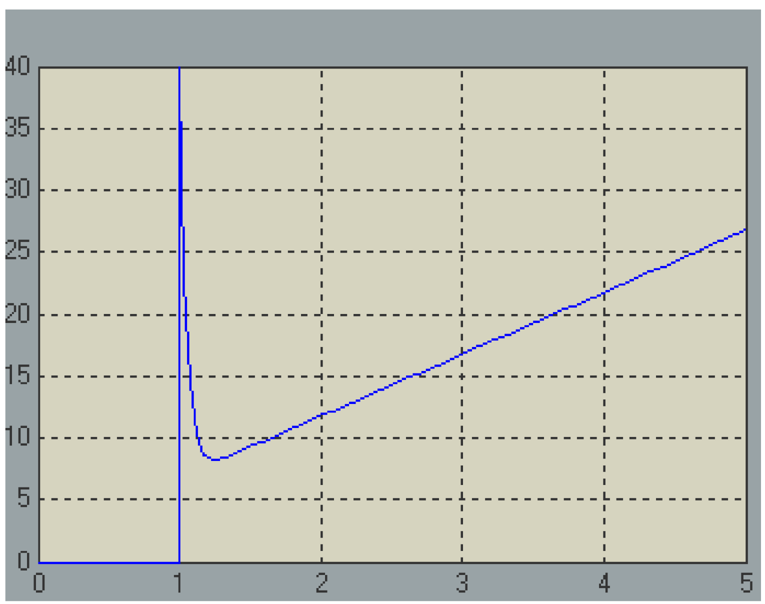
Für den idealen PID-Regler ist $\alpha \rightarrow \infty$.
Die ÜF des idealen PID-Regler ist dann:

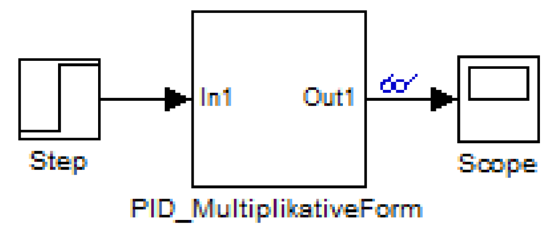
$$G_R(s) = \frac{K_P(sT_N + 1)(sT_V + 1)}{sT_N}$$

Realisierung des PID-Reglers (multiplikative Form) mit Matlab







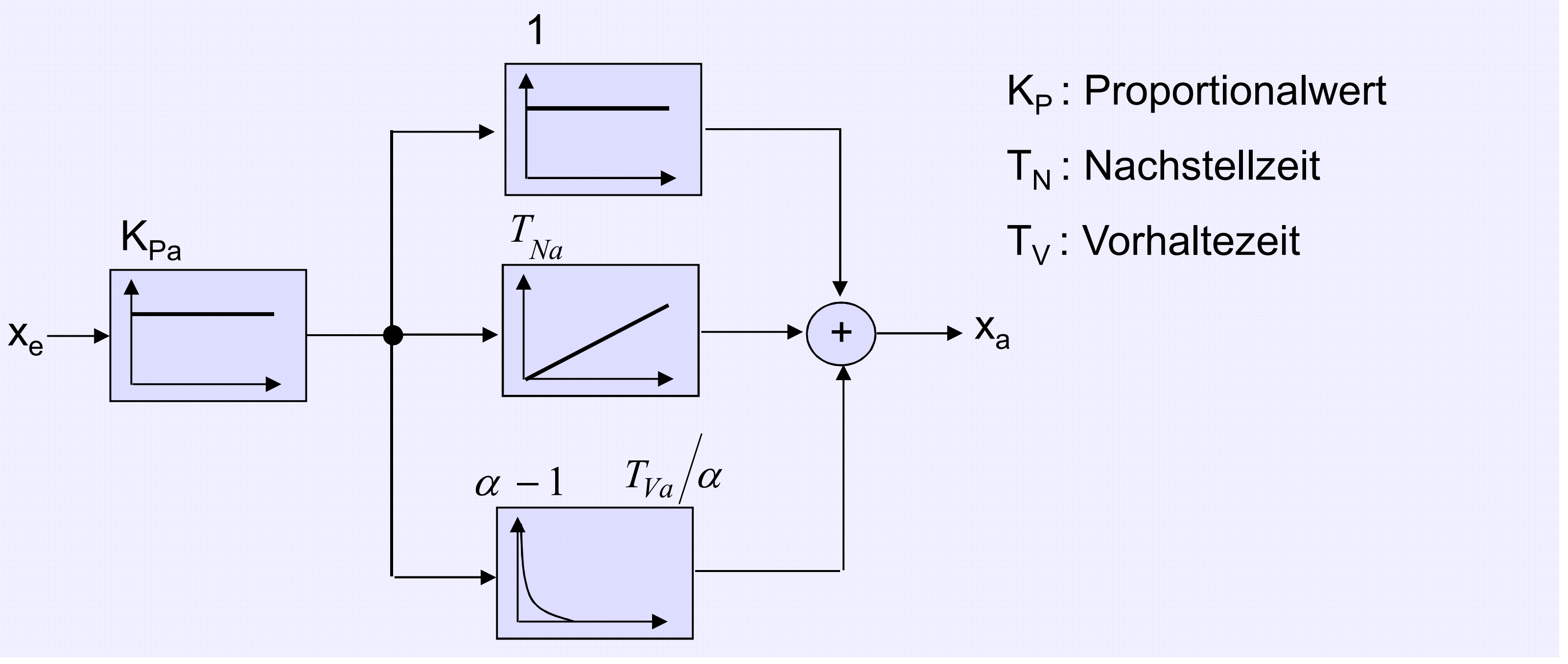


Alternative Realisierung mit Hilfe eines TransferFunction-Blocks (einfacher).

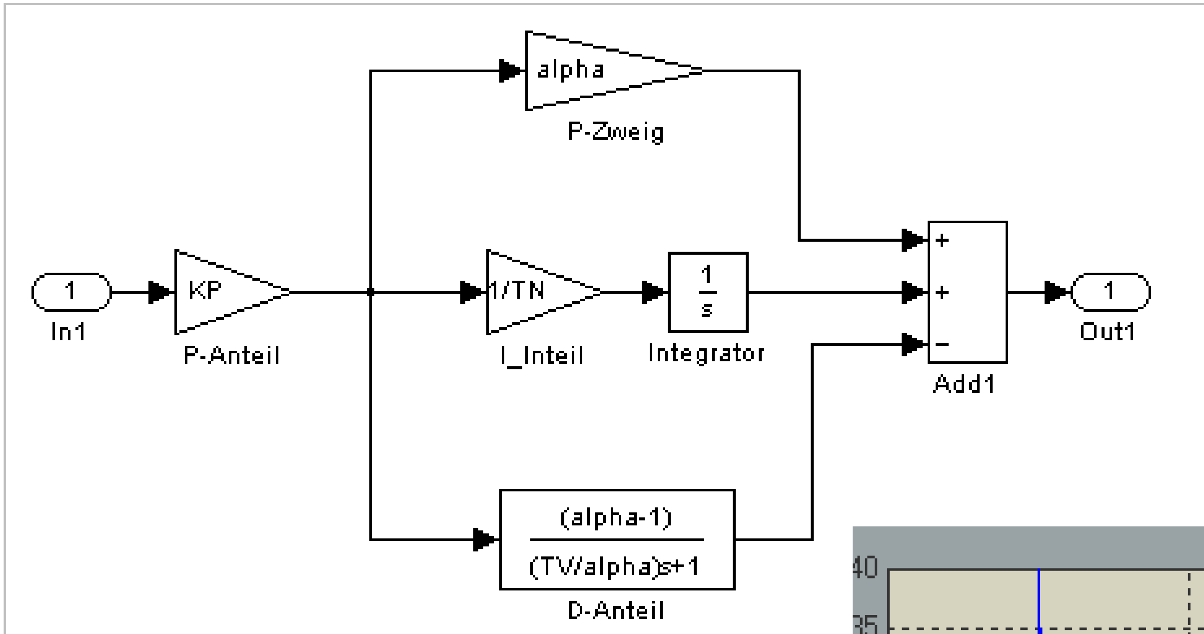
b) **Additive Form des PID-Reglers**

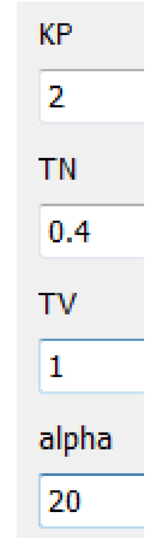
Die additive Form ist besonders anschaulich und einfacher zu realisieren.

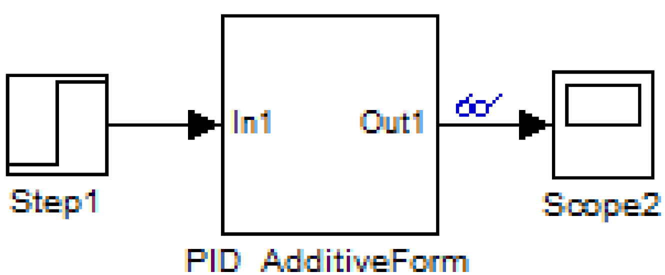
Die Reglerparameter der additiven Form K_{Pa}, T_{Va} und T_{Na} unterscheiden sich von den Reglerparametern der multiplikativen Form.

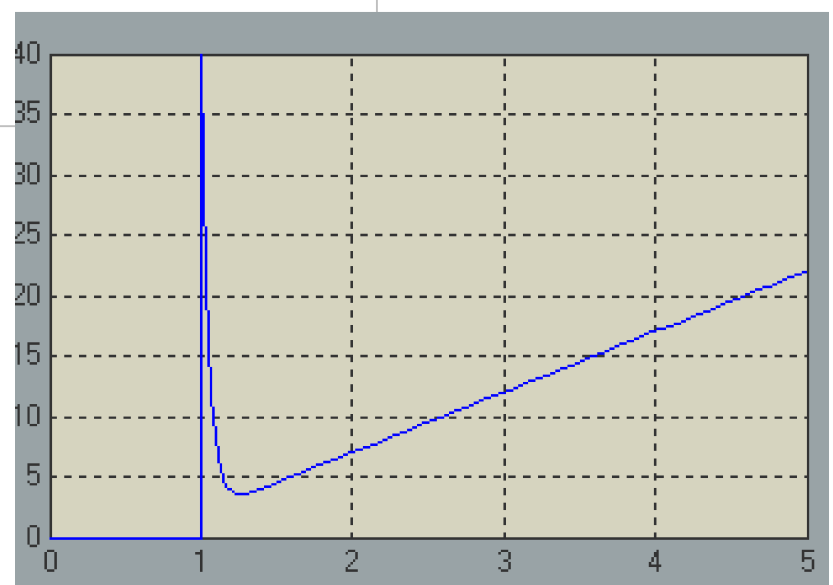


Realisierung des PID-Reglers (additive Form) mit Matlab









Umrechnung der PID-Parameter: multiplikative Form → additive Form

$$K_{Pa} = K_P \cdot \frac{T_N + T_V}{T_N}$$

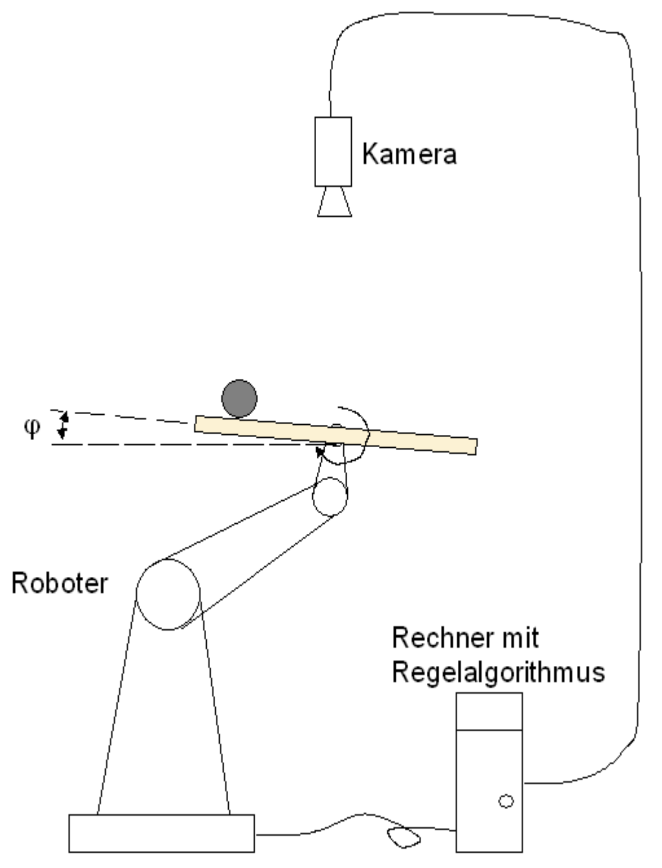
$$T_{Na} = T_N + T_V$$

$$T_{Va} = K_P \cdot \frac{T_N \cdot T_V}{T_N + T_V}$$

ÜBUNG: Reglerauswahl

Ein Roboter soll einen Ball balancieren, der in einer Schiene rollt. Die Position des Balls wird mit einer Kamera erfasst.

Die DGL der Bewegung lautet: $\ddot{x} = 7 \cdot \sin(\varphi)$



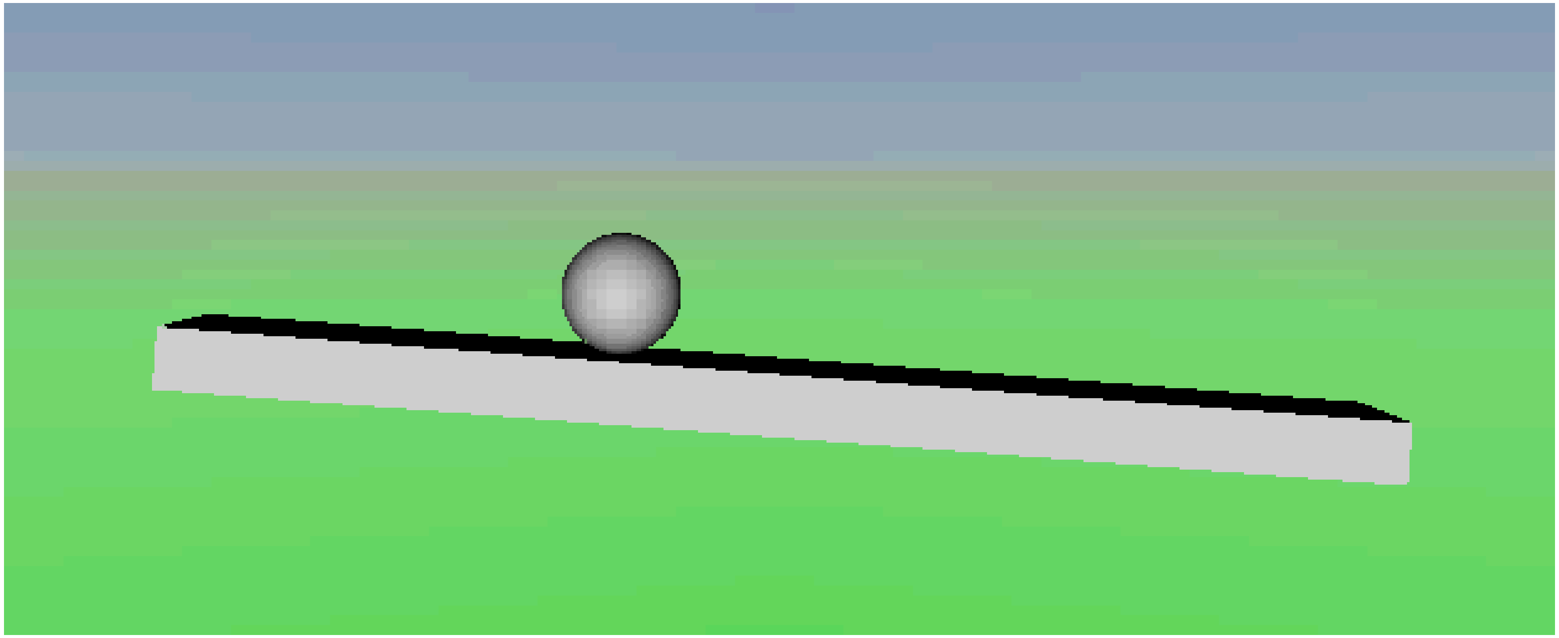
a) Linearisieren Sie dass System.

b) Geben Sie die Übertragungsfunktion des Systems an.

c) Ist das System mit einem

c1: PI- Regler
c2: PD-Regler

stabilisierbar?



Regelung mit PD-Regler

→ Reglereinstellung folgt später