Aufgabe 1:

Für die Geschwindigkeit v eines Kraftfahrzeugs gilt (abhängig von der Antriebskraft F_a) näherungsweise die folgende Differentialgleichung:

$$\boxed{m\dot{v} + bv^2 = F_a}$$

Masse m :	800 kg
Reibkoeffizient b:	5 Kg/m

a) Berechnen Sie die stationäre Geschwindigkeit v_O des Kraftfahrzeugs bei einer Antriebskraft F_a = 8000 N (in m/s und km/h).

v_0 = ... m/s = ... km/h

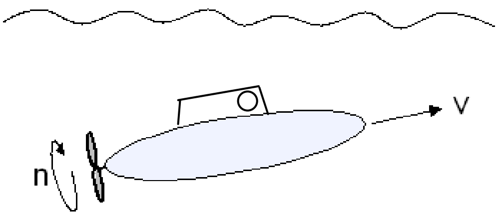
b) Geben Sie die linearisierte Differentialgleichung für diese Ruhelage an
c) Normieren Sie das System auf SI-Einheiten.
d) Geben Sie die Übertragungsfunktion $G_S(s)$ des linearisierten Systems an.

$$G_S(s) = \frac{V(s)}{F_a(s)}$$

Aufgabe 2:

Für die Geschwindigkeit eines Unterwasserfahrzeugs gilt bei einer Schraubendrehzahl von n_O=10 näherungsweise folgende Differentialgleichung (bereits normiert):

$$\boxed{\dot{v} = \tfrac{1}{100} \cdot n^2 - v^2}$$



a) Berechnen Sie die stationäre Geschwindigkeit v_O des Unterwasserfahrzeugs bei n_O.
b) Geben Sie die linearisierte Differentialgleichung für diese Ruhelage an.
c) Geben Sie die Übertragungsfunktion $G_S(s)$ des linearisierten Systems an.

$$G_S(s) = \frac{V(s)}{N(s)}$$

d) Wie groß ist die (normierte) Zeitkonstante des Systems.

Aufgabe 3: Linearisieren und Übertragungsfunktion

Gegeben sind folgende nichtlineare Differentialgleichungen
(u: Eingangssignal, x: abhängige Variable):

a) $\ddot{x} + u\dot{x} + 2x + u = 6$

b) $\dot{x} = 2\dfrac{u}{x} - 10$

c) $5\dot{x} = u \cdot e^{2x} - 20$

Bestimmem Sie für a) – c) und für das Eingangssignal u_O=2 (Arbeitspunkt)
- x_O im stationären Zustand,
- die linearisierte Differentialgleichung um den Arbeitspunkt,
- die Übertragungsfunktion G(s)=X(s)/U(s).

Welche Systeme sind instabil?
Welchen stationären Endwert nehmen die Systeme nach einem Einheitssprung im Eingang an?

Ergebnisse:

1a) $\boxed{v_0 = 40m/s}$

1b) $\boxed{\Delta\dot{v} = 0.00125\tfrac{1}{kg} \cdot \Delta F_a - 0.5\tfrac{1}{s} \cdot \Delta v}$

1c) $\boxed{\Delta\dot{v} = 0.00125 \cdot \Delta F_a - 0.5 \cdot \Delta v}$

1d) $\boxed{G(s) = \dfrac{0.00125}{s+0.5} = \dfrac{0.0025}{2 \cdot s + 1}}$

2a) $\boxed{v_0 = 1}$

2b) $\boxed{\Delta\dot{v} = 0.2 \cdot \Delta n - 2 \cdot \Delta v}$

2c) $\boxed{G(s) = \dfrac{1}{5} \cdot \dfrac{1}{(s+2)} = \dfrac{1}{10} \cdot \dfrac{1}{\left(\frac{1}{2}s+1\right)}}$

2d) T=0.5

3a) x_0=2, $\boxed{\Delta\ddot{x} = -2\Delta\dot{x} - 2\Delta x - \Delta u}$, $\boxed{G(s) = -\dfrac{1}{s^2+2s+2}}$, stabil, $\boxed{x(t \to \infty) = -0.5}$

3a) x_0=0.4, $\boxed{\Delta\dot{x} = 5\Delta u - 25\Delta x}$, $\boxed{G(s) = \dfrac{0.2}{\frac{1}{25}s+1}}$, stabil, $\boxed{x(t \to \infty) = 0.2}$

3a) x_0=1.15, $\boxed{\Delta\dot{x} = 2\Delta u + 8\Delta x}$, $\boxed{G(s) = \dfrac{2}{s-8}}$, instabil