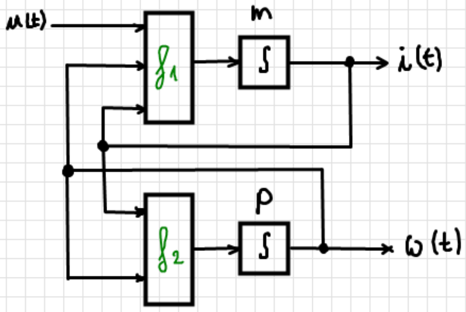
Aufgabe 1

$$\dot{i}(t) = \underbrace{\frac{1}{L}\left[u(t) - R\,i(t) - k\,\omega(t)\right]}_{f_1(t)}$$

$$\dot{\omega}(t) = \underbrace{\frac{1}{J}\left[k \cdot i(t) - b\,\omega^2(t)\right]}_{f_2(t)}$$



b) abhäng. $i(t)$, $\omega(t)$

unabh. t

Eingangsgr. $u(t)$

c) $i_{n+1} = i_n + h \cdot \left[\frac{1}{L} u_n - \frac{R}{L} i_n - \frac{k}{L} \omega_n\right]$

$\omega_{n+1} = \omega_n + h \cdot \left[\frac{k}{J} i_n - \frac{b}{J} \omega_n^2\right]$

$t_{n+1} = t_n + h$

d) $$m_1 = h \cdot \left[\frac{1}{L} u(t_n) - \frac{R}{L} i_n - \frac{k}{L} \omega_n \right]$$

$$p_1 = h \cdot \left[\frac{k}{J} i_n - \frac{b}{J} \omega_n^2 \right]$$

$$m_2 = h \cdot \left[\frac{1}{L} u\left(t_n + \frac{h}{2}\right) - \frac{R}{L} \left(i_n + \frac{m_1}{2} \right) - \frac{k}{L} \left(\omega_n + \frac{p}{2} \right) \right]$$

$$p_2 = h \cdot \left[\frac{k}{J} \left(i_n + \frac{m_1}{2} \right) - \frac{b}{J} \left(\omega_n + \frac{p_1}{2} \right)^2 \right]$$

$$i_{n+1} = i_n + m_2$$

$$\omega_{n+1} = \omega_n + p_2$$

$$t_{n+1} = t_n + h$$

Aufgabe 2

$$5\dddot{x} + 15\ddot{x}x^2 + 30k\dot{x}x + 20x + 10 = 20u \qquad u_0 = 1$$

a) Ruhelage $\Rightarrow \dddot{x} = \ddot{x} = \dot{x} = 0$

$$20x_0 + 10 = 20u_0 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{x_0 = 0.5}}$$

b) $$\dddot{x} = \underbrace{-3\ddot{x}x^2 - 6k\dot{x}x - 4x - 2 + 4u}_{f(\ddot{x},\dot{x},x,u)}$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial \ddot{x}}\right|_{AP} = -3 \cdot x_0^2 = -0.75$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial \dot{x}}\right|_{AP} = -6kx_0 = -3k$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{AP} = -\cancel{6\ddot{x}_0}^{0}x_0 - \cancel{6k\dot{x}_0}^{0} - 4 = -4$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{AP} = 4$$

$$\Delta\dddot{x} = -0.75\Delta\ddot{x} - 3k\Delta\dot{x} - 4\Delta x + 4\Delta u \quad \text{bzw.}$$

$$\underline{\underline{\Delta\dddot{x} + 0.75\Delta\ddot{x} + 3k\Delta\dot{x} + 4\Delta x = 4\Delta u}}$$

c) $$X(s)\left[s^3 + 0.75s^2 + 3ks + 4\right] = 4U(s)$$

$$\underline{\underline{G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{4}{s^3 + 0.75s^2 + 3ks + 4}}}$$

d) $$G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{4}{\underset{a_0}{s^3} + \underset{a_1}{0.75 s^2} + \underset{a_2}{3ks} + \underset{a_3}{4}}$$

Notwendiges Kriterium : $k > 0$

Hinreichendes Kriterium : Hurwitz-krit.

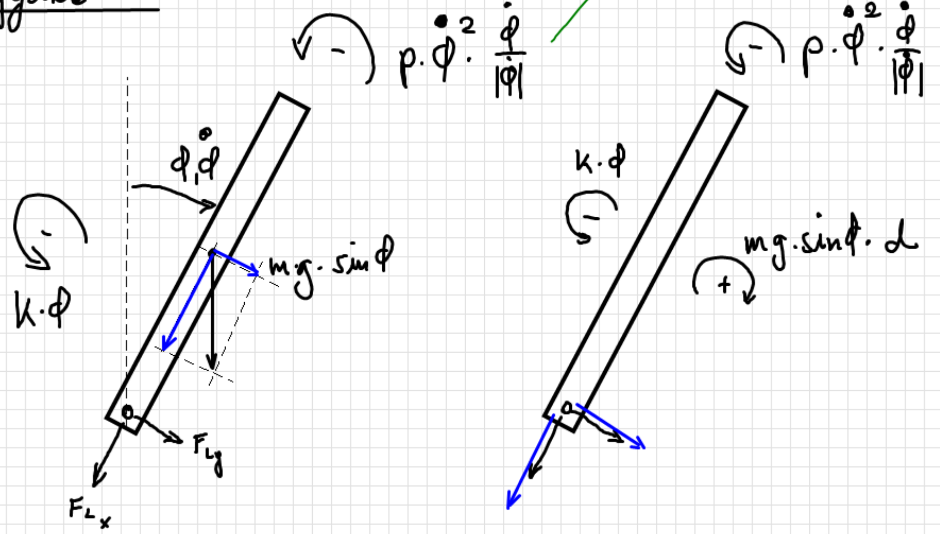
$$\begin{vmatrix} 0.75 & 4 \\ 1 & 3k \end{vmatrix} = 2.25k - 4 > 0$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{k > \frac{4}{2.25} = 1.778}}$$

Aufgabe 3 :

Kraft wirkt immer entgegen der Bewegungsrichtung

a)



b) $$m\cdot g\cdot\sin\varphi\cdot d - k\cdot\varphi - \rho\cdot\dot\varphi^2\,\frac{\dot\varphi}{|\dot\varphi|} = J_A\cdot\ddot\varphi$$

Nebenrechnungen :

$$m\cdot g\cdot d = 0.05\cdot 9.81\cdot 0.1\ \frac{kg\,m^2}{s^2} = \underline{0.04905\ Nm}$$

$$J_A = J_S + m\cdot d^2 = \frac{1}{12}\,m\cdot l^2 + m\cdot d^2$$

$$= \frac{1}{12}\,0.05\cdot 0.22^2\ kg\,m^2 + 0.05\cdot 0.1^2\ kg\,m^2$$

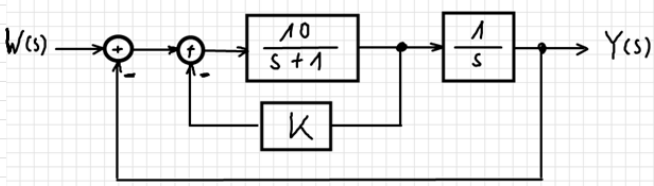
$$= \underline{701{,}67\cdot 10^{-6}\ kg\,m^2}$$

$$0.04905\ Nm\cdot\sin\varphi - 0.04\ Nm\cdot\varphi - 2\cdot 10^{-6}\,kg\,m^2\cdot\dot\varphi^2\,\frac{\dot\varphi}{|\dot\varphi|} = 701.67\cdot 10^{-6}\,kg\,m^2\cdot\ddot\varphi$$

c) $$701.67\cdot 10^{-6}\,\ddot\varphi = 0.04905\,\sin\varphi - 0.04\,\varphi - 2\cdot 10^{-6}\,\dot\varphi^2\,\frac{\dot\varphi}{|\dot\varphi|}$$ bzw.

$$\ddot\varphi = 69.9\,\sin\varphi - 57\cdot\varphi - 2{,}85\cdot 10^{-3}\,\dot\varphi^2\,\frac{\dot\varphi}{|\dot\varphi|}$$

Aufgabe 4 :



a) innere Teilübertragungsfunktion

$$G_1(s) = \frac{\frac{10}{s+1}}{1 + K \cdot \frac{10}{s+1}} = \frac{10}{s + 1 + 10K}$$

Reihenschaltung

$$G_2(s) = \frac{10}{s\,(s + 10k + 1)}$$

Gesamt - ÜF

$$G(s) = \frac{\frac{10}{s\,(s + 10k + 1)}}{1 + \frac{10}{s\,(s+10k+1)}} = \frac{10}{s\,(s + 10k + 1) + 10}$$

$$= \underline{\underline{\frac{10}{s^2 + s\,(10k+1) + 10}}}$$

b) Es sei $k = 0.1$

$\Rightarrow$ Nennerpolynom $\quad s^2 + 2s + 10$

$$s_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1^2 - 10} = -1 \pm 3j$$

$\Rightarrow$ Pole bei $s_1 = -1 + 3j \,, \; s_2 = -1 - 3j$

c) $G(s) = \dfrac{10}{s^2 + s(10k+1) + 10}$

$$s_{1,2} = -\frac{10k+1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10k+1}{2}\right)^2 - 10}$$

Damit gilt 45°, d.h. $|Re| = |Im|$

$$\Rightarrow \quad \frac{10k+1}{2} = \sqrt{10 - \left(\frac{10k+1}{2}\right)^2}$$

$$\left(\frac{10k+1}{2}\right)^2 = 10 - \left(\frac{10k+1}{2}\right)^2$$

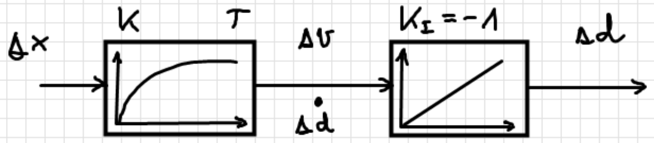
$$2\left(\frac{10k+1}{2}\right)^2 = 10$$

$$\frac{10k+1}{\cancel{2}} = \sqrt{5} \cdot 2$$

$$\underline{\underline{k}} = \left(\sqrt{5} \cdot 2 - 1\right)/10 = \underline{\underline{0.347}}$$

Aufgabe 5:

a)



b) Zeitkonstante T aus Diagramm entnehmen (63% - Regel)

$$\underline{\underline{T = 2\,s}}$$

DGL des 1. Teilsystems (PT_1) lautet)

$$T\,\Delta\dot{v} + \Delta v = K \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{K}} = \frac{\Delta v(t \to \infty)}{\Delta x} = \frac{1.8\,\frac{km}{h}}{125} = \frac{0.5\,\frac{m}{s}}{125} = \underline{\underline{4 \cdot 10^{-3}\,\frac{m}{s}}}$$

mit SI - Normierung gilt:

$$\underline{\underline{G_1(s)}} = \frac{V(s)}{X(s)} = \underline{\underline{\frac{4 \cdot 10^{-3}}{(2s + 1)}}}$$

Bei $\Delta v = 0.5\,\frac{m}{s}$ nimmt die Entfernung zu B mit $0.5\,\frac{m}{s}$ ab. $\Rightarrow K = -1$

$$\underline{\underline{G_2(s) = -\frac{1}{s}}}$$

Gesamt - ÜF

$$\underline{\underline{G(s)}} = -\frac{4 \cdot 10^{-3}}{s\,(2s + 1)} = \underline{\underline{-\frac{1}{250 \cdot s \cdot (2s+1)}}}$$

d) $G(s) = \frac{-1}{200 \cdot s\,(3s+1)}$

symm. Optimum – Regel $\Rightarrow$ PI – Regler

$K_S \cdot K_0 = -\frac{1}{200}$ $\quad T_E = 3$ $\quad \beta = 2$

$\underline{\underline{T_N}} = \beta^2 T_E = 4 \cdot 3 = \underline{\underline{12}}$ (Nachstellzeit)

$\underline{\underline{K_p}} = \frac{1}{K_{sk_0} \cdot \beta \cdot T_E} = \frac{1}{-\frac{1}{200} \cdot 2 \cdot 3} = \underline{\underline{-33{,}3}}$

e) Je nach eingelegtem Gang und v_0 (Windwiderstand wächst quadratisch mit v) wird K und T des PT_1 – Elements unterschiedlich sein.