

# ÜBUNG: Floyd-Warshall-Algorithmus

Lab 1 = Lab 3  
 Lab 2 = Lab 5  
 Lab 3 = Lab 4  
 Lab 5 = Lab 7  
 Lab 4 = Lab 8  
 Lab 7 = Lab 6

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	X		X	2				5
2		X			X	4	8	
3	X		X	X				6
4	1		X	X				X
5		X			X	12	X	
6		3			10	X	X	
7		2			X	X	X	
8	3		4	X				X

initial gesetzte Felder  
 durch Regeln gesetzte Felder

Floyd-Warshall-Alg.

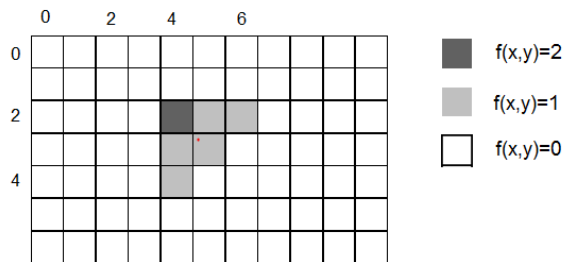
i	j	k
1	3	-
2	5	-
3	1	1
3	4	2
4	1	3
4	3	4
4	8	5 6
5	2	7
5	7	8
6	7	-
7	2	3
7	5	10
7	6	11 12
:	:	:

\* Der Alg. wird auch auf  
 FW-gesetzte Felder angewendet.

$\Rightarrow 1, 3, 4, 8 \rightarrow 1$   
 $2, 5, 6, 7 \rightarrow 2$

## ÜBUNG: Berechnung des Objektschwerpunktes

a) Geben Sie des Schwerpunkt des Objektes an.



$$\begin{aligned} \underline{\underline{m_{00}}} &= \sum_x \sum_y f(x,y) \cdot \cancel{x^0} \cdot \cancel{y^0} \\ &= 2 + 5 \cdot 1 = \underline{\underline{7}} \end{aligned}$$

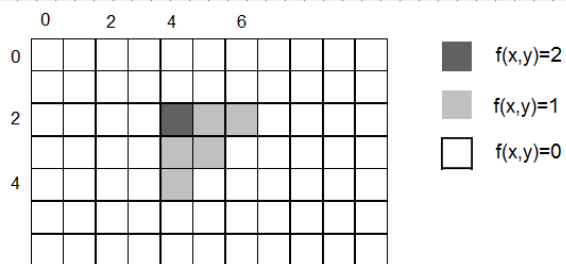
$$\begin{aligned} \underline{\underline{m_{10}}} &= \sum_x \sum_y f(x,y) \cdot \cancel{x^1} \cdot \cancel{y^0} \\ &= 2 \cdot 4 + 1 \cdot 5 + 1 \cdot 6 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 5 + 1 \cdot 4 = \underline{\underline{32}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{m_{01}}} &= \sum_x \sum_y f(x,y) \cdot \cancel{x^0} \cdot \cancel{y^1} \\ &= 2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 1 \cdot 3 + 1 \cdot 4 = \underline{\underline{18}} \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{\bar{x}}} = \frac{m_{10}}{m_{00}} = \frac{32}{7} = \underline{\underline{4.57}}$$

$$\underline{\underline{\bar{y}}} = \frac{m_{01}}{m_{00}} = \frac{18}{7} = \underline{\underline{2.57}}$$

b) Geben Sie das Moment  $m_{20}$  des Objektes an.



$$\begin{aligned}
 \underline{\underline{m_{20}}} &= \sum_x \sum_y f(x,y) x^2 \cdot y^0 \\
 &= 2 \cdot 4^2 + 1 \cdot 5^2 + 1 \cdot 6^2 + 1 \cdot 4^2 + 1 \cdot 5^2 + 1 \cdot 6^2 \\
 &= 32 + 25 + 36 + 16 + 25 + 36 = \underline{\underline{150}}
 \end{aligned}$$

## ÜBUNG: Hessesche Normalform 1

Prüfen Sie, welche Punkte auf der Gerade mit den folgenden Parametern liegen:

$$r = \frac{5}{\sqrt{2}}, \quad \theta = 45^\circ$$

- a)  $(x_1, y_1) = (1, 4)$
- b)  $(x_2, y_2) = (2, 2)$
- c)  $(x_3, y_3) = (3, 2)$

Hesse'sche Normalform:

$$r = x \cos \theta + y \sin \theta$$

$$\Rightarrow y = -\frac{\cos \theta}{\sin \theta} x + \frac{r}{\sin \theta}$$

$$= -\frac{1}{\tan \theta} x + \frac{r}{\sin \theta}$$

$$\text{mit } \tan 45^\circ = 1$$

$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\underline{\underline{y}} = -x + \frac{5}{\cancel{\sqrt{2}}} \cdot \cancel{\sqrt{2}} = \underline{\underline{-x + 5}}$$

a)  $(x_1, y_1) = (1, 4)$

$$f(1) = 5 \rightarrow \text{auf der Gerade}$$

b)  $(x_2, y_2) = (2, 2)$

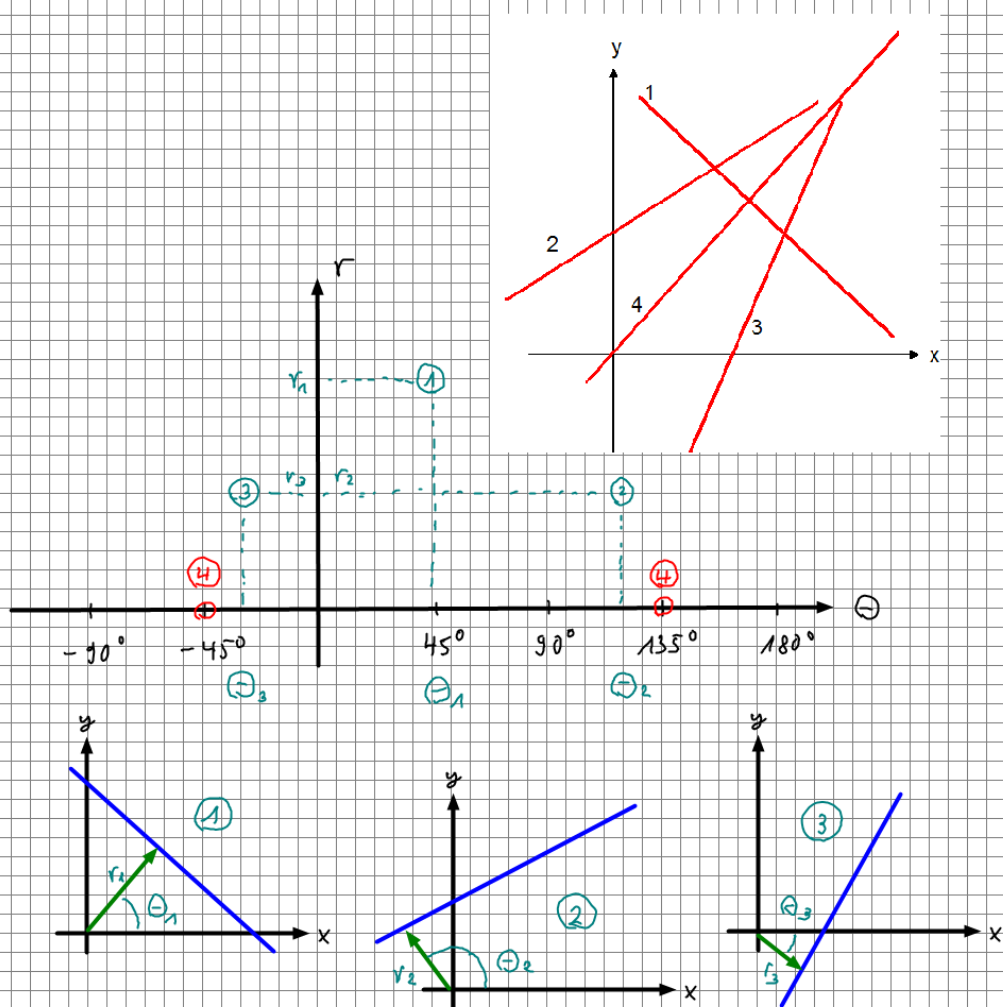
$$f(2) = 3 \rightarrow \text{nicht auf der Gerade}$$

c)  $(x_3, y_3) = (3, 2)$

$$f(3) = 2 \rightarrow \text{auf der Gerade}$$

## ÜBUNG: Hessesche Normalform 2

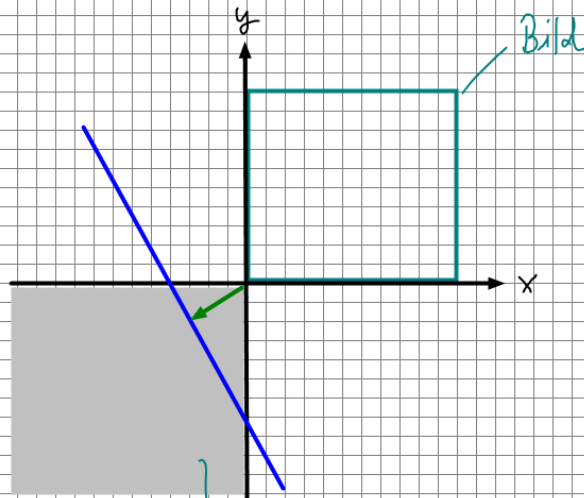
Skizzieren Sie für folgende Geraden den Parameterraum (Houghraum).



**Frage:**

Unter der Einschränkung, dass ein Teil  
der Gerade im 1. Quadranten liegt:

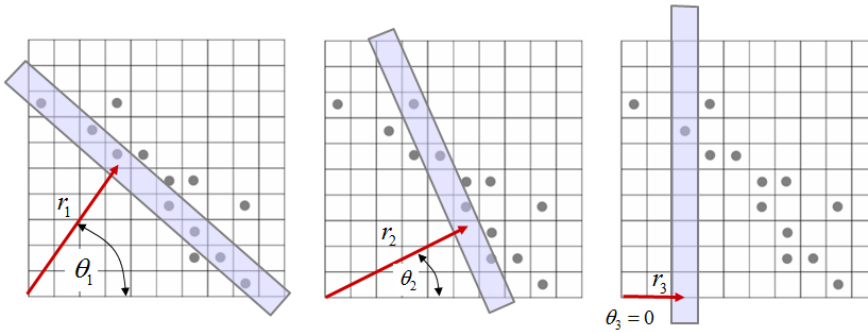
Wie ist der Wertebereich von  $\theta$  ?



Ursprungsvektoren, die in diesem Bild  
liegen, gehören nicht zu Geraden, die  
im Bild (I. Quadrant) liegen!

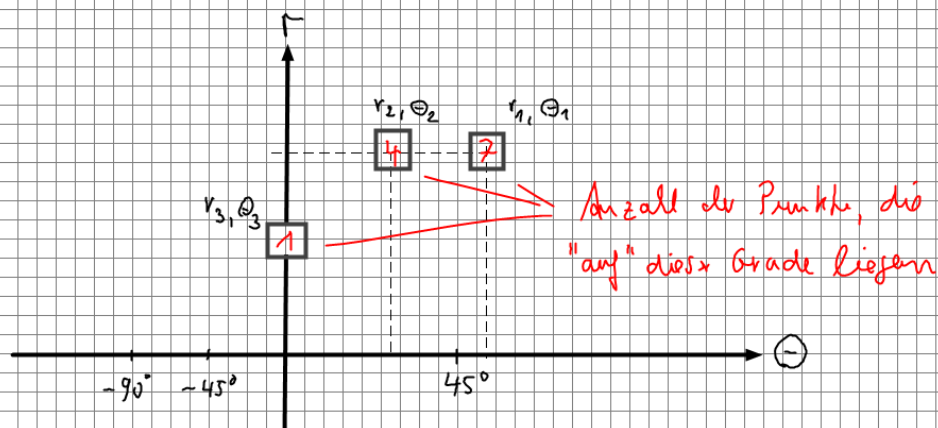
$$\Rightarrow \theta \in [-90^\circ, +180^\circ]$$

## ÜBUNG: Detektion kollinear Bildpunkte mit Hilfe des Parameterraumes



Welche Einträge erzeugen die Bildpunkte auf folgenden Geraden im Parameterraum?

Wie könnte man den vollständigen Parameterraum bestimmen?



### 1. Idee:

- Geraden vorgeben
  - Anzahl der "darauf" liegenden Geraden bestimmen und in den Houghraum eintragen
- => hohe Werte im Houghraum deuten auf kollineare Punkte hin.

Nachteil: Es müssen sehr viele Geraden ausgezählt werden

## 2. Idee (Hough - Ansatz)

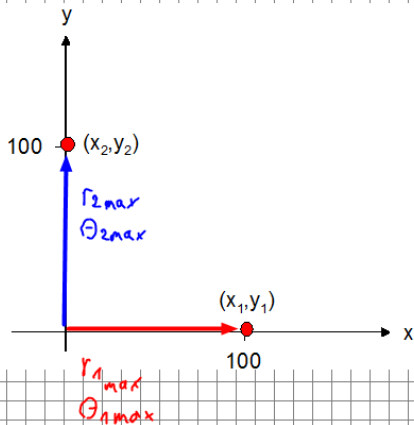
- Pro Kantenpunkt berechnen, auf welcher Gerade er liegen könnte (Geradenhypothesen).

⇒ mehrfach übereinstimmende Hypothesen deuten auf eine Gerade hin.



## ÜBUNG: Houghtransformation

Zeichnen Sie den Parameterraum (Houghraum) und tragen Sie für die beiden gegebenen Punkte die Menge aller durch diese Punkte möglichen Geraden ein:

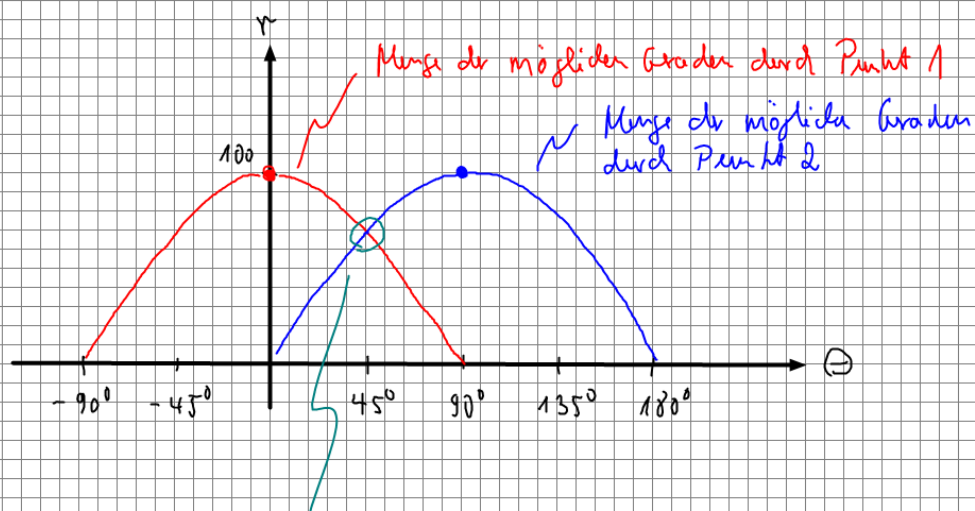


$$\Theta_{1, \max} = 0$$

$$\Rightarrow \Theta_1 \in [-90^\circ, 90^\circ]$$

$$\Theta_{2, \max} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \Theta_2 \in [0, 180^\circ]$$

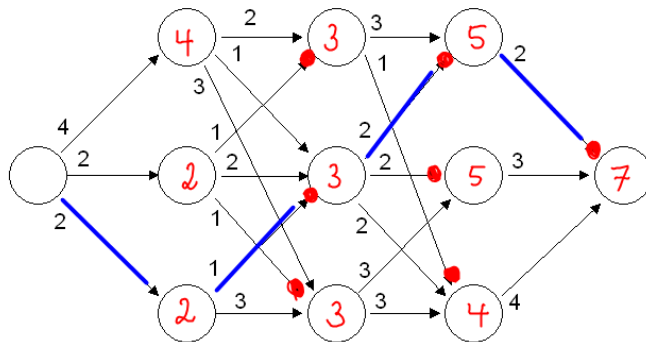


2 Hypothesen denken auf eine Gerade durch 2 Punkte hin.

Gerade :  $\Theta = 45^\circ$ ,  $r \approx 70$

## ÜBUNG: Dynamische Programmierung 1 (Viterbi-Algorithmus)

Gegeben ist folgender Graph. Finden Sie mit Hilfe der dyn. Programmierung den Weg mit der minimalen Gewichtssumme.



Gegeben ist folgender Graph. Finden Sie mit Hilfe der dyn. Programmierung den Weg von links nach rechts mit der minimalen Gewichtssumme.

