

# Übung: Drehgrößen und Tangentialgrößen

- a) Ein Fahrzeug fährt mit  $v=120 \text{ km/h}$ . Der Raddurchmesser beträgt  $d=60\text{cm}$ .  
Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  der Räder?  
Wie groß ist die Umdrehungsgeschwindigkeit  $U$ ?

- b) Ein zweites Fahrzeug mit gleichem Raddurchmesser beschleunigt konstant in 6s auf  $100\text{km/h}$ . Wie groß ist die Winkelbeschleunigung  $\alpha$  der Räder?

Einfache Merkgel:

$$\begin{array}{c} \text{Winkelgröße} \\ \downarrow \\ \varphi, \omega, \alpha \end{array} = \frac{\begin{array}{c} \text{Tangentialgröße} \\ \downarrow \\ x, v_t, a_t \end{array}}{\text{Radius}}$$

$$a) \quad v = 120 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 120 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{120}{3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 33 \frac{1}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$r = 0.3 \text{ m}$$

$$\omega = \dot{\varphi} = \frac{v}{r} = \frac{33 \frac{1}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.3 \text{ m}} = 111.1 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\text{oder in } \frac{\text{Umdr.}}{\text{s}} \quad U = \frac{\omega}{2\pi} = \underline{\underline{17.7 \frac{\text{Umdr.}}{\text{s}}}}$$

wie oft steckt  $2\pi$  (= 1 Umdrehung)  
in  $\omega$

$$b) \quad v = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 100 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 27.78 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{27.78 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6 \text{ s}} = \underline{\underline{4.63 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

wg Konst.  
Besch.

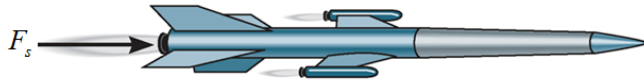
$$\alpha = \ddot{\varphi} = \frac{a}{r} = \frac{4.63 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0.3 \text{ m}} = \underline{\underline{15.43 \frac{1}{\text{s}^2}}}$$

## Übung: Rakete unter Schwerelosigkeit

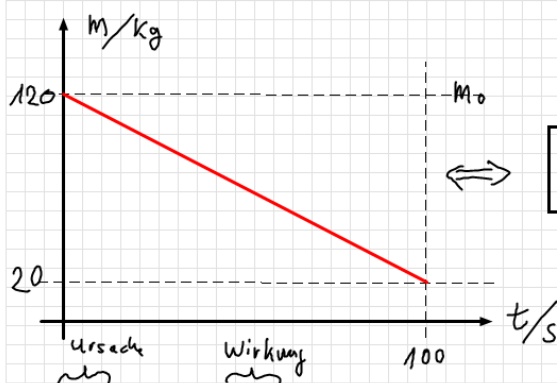
Eine Rakete (20kg Leergewicht, 100kg Treibstoff) unter Schwerelosigkeit startet aus dem Ruhezustand. Pro Sekunde wird 1kg Treibstoff verbrannt. Dabei wird eine Schubkraft von  $F_s=1000\text{N}$  erzeugt.

Zeichnen Sie das Analogrechnerbild der Simulation (mit Anfangswerten).

Realisieren Sie die Simulation mit Simulink.



s. Physik, Giancoli, Pearson Studium



Durchsatz :  $1\text{ kg/s}$  [insg.  $100\text{ kg}$ ]

Brennzeit :  $100\text{ s}$

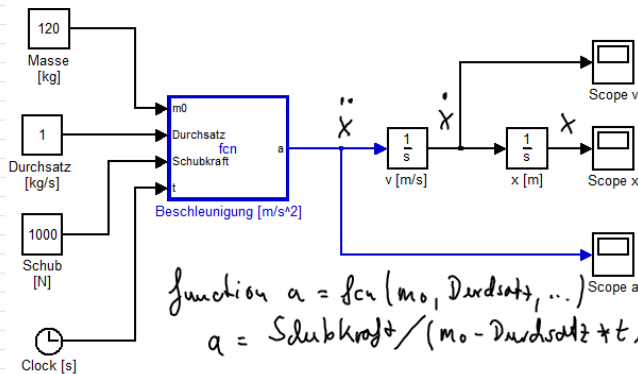
$$m(t) = m_0 - \text{Durchsatz} \cdot t$$

$$F = m(t) \cdot a$$

$$F_s = m(t) \cdot a$$

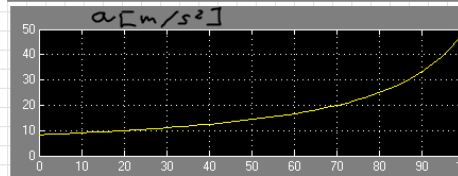
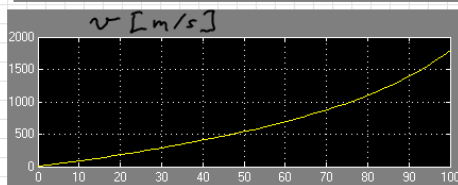
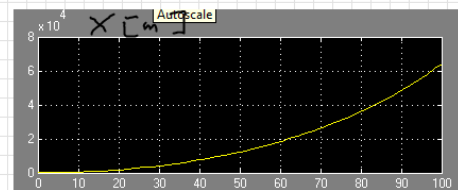
$$a = \ddot{x} = \frac{F_s}{m(t)}$$

$\Rightarrow$  in Simulieren

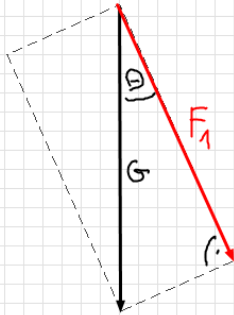


$$a = \text{Schubkraft} / (m_0 - \text{Durchsatz} \cdot t);$$

RaketeUnterSchwerelosigkeit.mdl

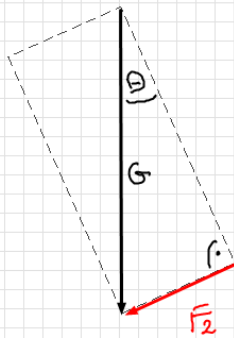


## Zerlegung von Kräften



$$\cos \Theta = \frac{F_1}{G}$$

$$\Rightarrow F_1 = G \cdot \cos \Theta$$

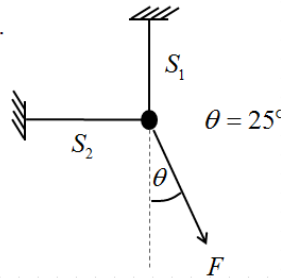


$$\sin \Theta = \frac{F_2}{G}$$

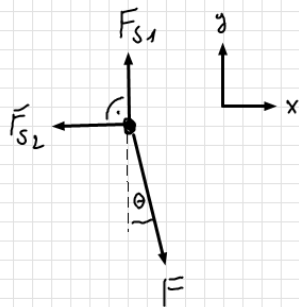
$$\Rightarrow F_2 = G \cdot \sin \Theta$$

### Übung: Kräfteparallelogramme (Zerlegung in senkrechte Kräftepaare)

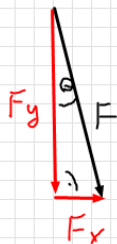
1. Ein Massepunkt ( $m=0$ ) wird von zwei Seilen gehalten.  
Weiter zieht eine Kraft von  $F=20\text{N}$  am Massepunkt.  
Mit welcher Kraft ziehen die Seile am Massepunkt?



Massepunkt freischneiden  
und Kräfte einzeichnen.



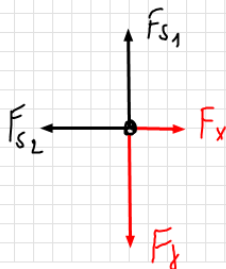
Zerlegung von  $F$  in  $x$ - und  $y$ -Richtung



$$F_y = F \cdot \cos \theta = 18.13 \text{ N}$$

$$F_x = F \cdot \sin \theta = 8.45 \text{ N}$$

Freigeschnittener Körper mit zerlegten Kräften



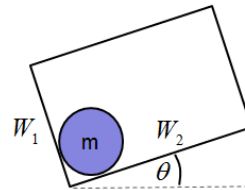
Da die Masse ruht, muss für die Kräfte gelten:

$$\sum F_y = 0 : F_{S1} = F_y = 18.13 \text{ N}$$

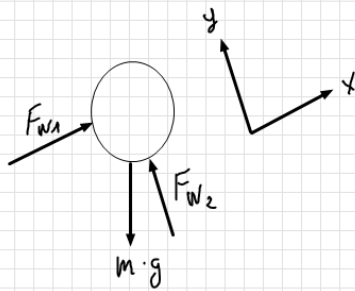
$$\sum F_x = 0 : F_{S2} = F_x = 8.45 \text{ N}$$

2. Eine Kreisscheibe ( $m=5\text{kg}$ ) liegt in einer gekippten rechtwinkligen Ecke. Mit welcher Kraft drücken die Seitenwände auf die Scheibe?

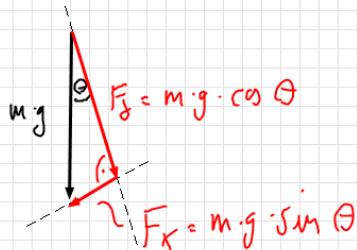
$$\theta = 15^\circ$$



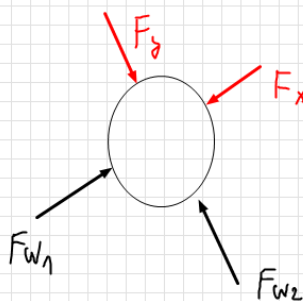
Scheibe freischnitten und Kräfte anzeichnen:



Zerlegg. von  $m \cdot g$  in  $x$ - und  $y$ -Richtung



Freigeschnittener Körper mit zerlegten Kräften



Scheibe ruht, daher muss gelten:

$$\sum F_x = 0 : F_{W1} = F_x = m \cdot g \cdot \sin \theta$$

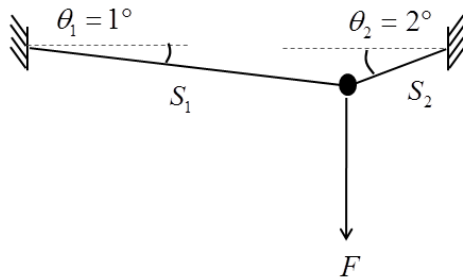
$$F_{W1} = 12,7 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 : F_{W2} = F_y = m \cdot g \cdot \cos \theta$$

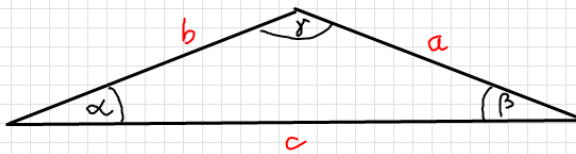
$$F_{W2} = 47,4 \text{ N}$$

### Übung: Zerlegung in nicht-senkrechte Kräftepaare

Ein Massepunkt ( $m=0$ ) wird von zwei Seilen gehalten. Weiter zieht eine Kraft von  $F=20\text{N}$  am Massepunkt. Mit welcher Kraft ziehen die Seile am Massepunkt?



In nicht-rechtwinkligen Dreiecken gilt der Sinussatz:

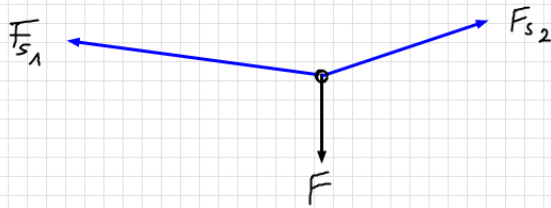


$$\frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

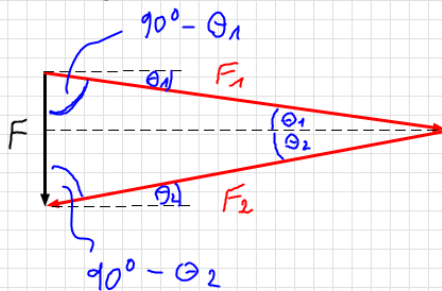
$$\frac{a}{c} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}$$

Fortsetzung:

Freigeschnittener Massepunkt



Zerlegung der Kraft F in Richtung der Seilkräfte:



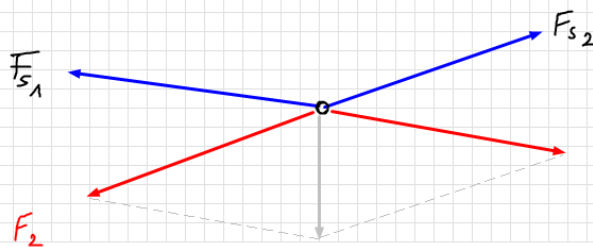
$$\frac{F_1}{F} = \frac{\sin(90^\circ - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \Rightarrow F_1 = F \cdot \frac{\sin 88^\circ}{\sin 3^\circ}$$

$$F_1 = 381,92 \text{ N}$$

$$\frac{F_2}{F} = \frac{\sin(90^\circ - \theta_1)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \Rightarrow F_2 = F \cdot \frac{\sin 89^\circ}{\sin 3^\circ}$$

$$F_2 = 382,08 \text{ N}$$

Freigeschnittener Punkt mit zerlegter Kraft F



Da der Punkt ruht:

$$\sum F = 0 :$$

$$F_{s1} = F_1$$

$$F_{s2} = F_2$$

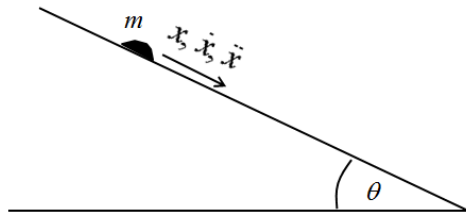
## Übung: Gleitblock auf schräger Ebene

Ein Massepunkt (Masse  $m$ ) gleitet eine reibungsbehaftete ( $\mu_0=0.2$ ) schiefe Ebene ( $\theta=20^\circ$ ) hinab.

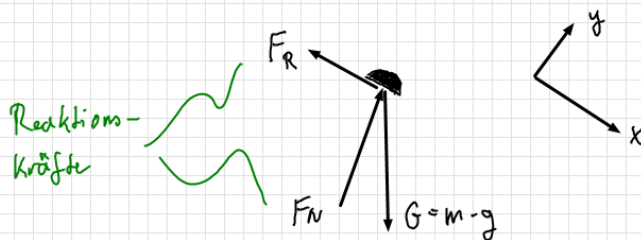
Welche Kräfte wirken auf den Massepunkt?

Zeichnen Sie das Analogrechnerbild der Simulation (mit Anfangswerten).

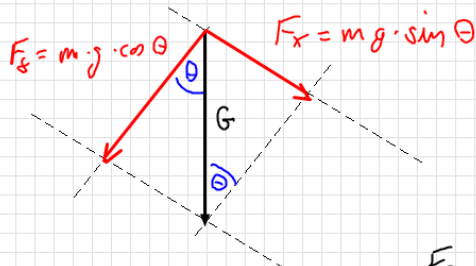
Unter welchen Voraussetzungen ist die Simulation gültig?



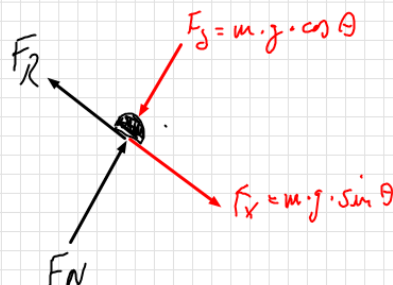
Freigeschnittene Masse:



Zerlegung der Gewichtskraft in x- und y-Richtung



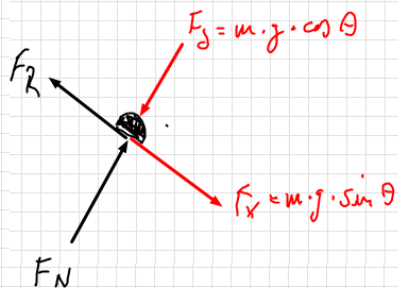
Freigeschnittene Masse mit zerlegter Gewichtskraft:





## Fortsetzung:

Freigeschmittener Massepunkt mit zerlegter Gewichtskraft



- a) Da sich der Block in  $y$ -Richtung nicht bewegen kann, muss gelten:

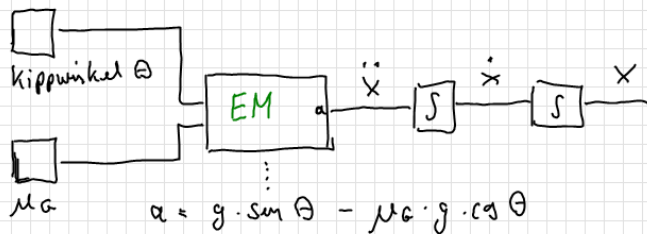
$$\sum F_{y\text{-Richtg}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{F_N = m \cdot g \cdot \cos \theta}}$$

- b) In  $x$ -Richtung gilt:

$$\underbrace{F_x - F_R}_{\text{Ursache}} = m \cdot \underbrace{a}_{\substack{\downarrow \\ \text{Wirkung}}}$$

$$m \cdot g \cdot \sin \theta - \mu_G \cdot F_N \overset{\text{s. oben}}{=} m \cdot a$$

$$\mu \cdot g \cdot \sin \theta - \mu_G \cdot \cancel{\mu} \cdot g \cdot \cos \theta = \cancel{\mu} \cdot a = \ddot{x}$$



Wichtig: gilt nur, wenn

$$F \geq \mu \cdot N$$

$$\mu \cdot g \cdot \sin \theta \geq \mu_G \cdot \cancel{\mu} \cdot g \cdot \cos \theta$$



Newton'sche Gleichg.

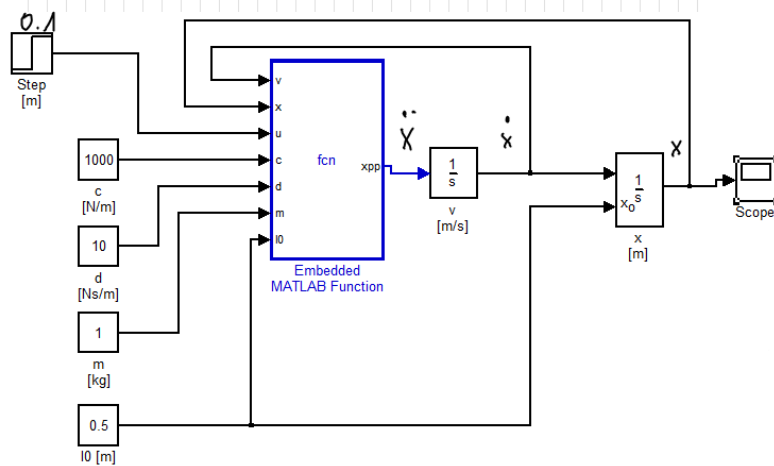
$$\underbrace{+F_F - F_D}_{\text{Ursache}} = m \cdot \underbrace{\ddot{x}}_{\text{Wirkung}}$$



$$-[(x-m)-l_0] \cdot c - \dot{x} \cdot d = m \ddot{x}$$

$$\underline{\underline{\ddot{x} = -\frac{1}{m} [(x-m-l_0) \cdot c + \dot{x} \cdot d]}}$$

$$\ddot{x} = -\frac{1}{m} \left[ (x-u-l_0) \cdot c + \dot{x} \cdot d \right]$$



```
function xpp = fcn(v,x,u,c,d,m,l0)
% Embedded MATLAB subset.
xpp = -1/m*((x-u-l0)*c + v*d);
```