## ÜBUNG: Elementarsignale

Skizzieren Sie folgende Funktionen unter Angabe von Kennwerten:

$$s(t) = 2 \cdot rect(2t - 4)$$
$$s(t) = rect(t) \cdot \cos(\pi t)$$
$$s(t) = rect(t-1) \cdot \sin(4\pi t)$$

Diskussion: $rect\,(Arg)$

bei $Arg = 0$ $\Rightarrow$ Mitte des Impulses

bei $Arg = \pm \frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ Beginn und Ende des Impulses

---

am einfachsten: rect-Impuls auf "Standardform" bringen

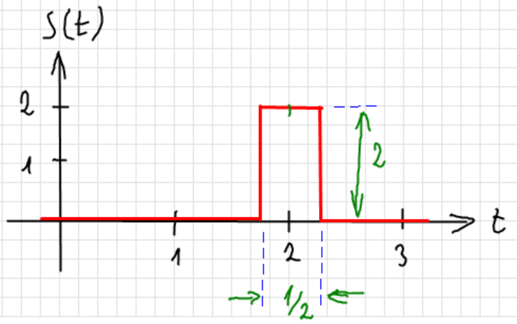
$$s(t) = rect\left(\frac{t - \text{Rechtsverschiebung}}{\text{Breite}}\right)$$

---

a) $s(t) = 2 \cdot rect\,(2t-4) = 2 \cdot rect\,[2(t-2)]$

$$= 2 \cdot rect\left(\frac{t-2}{1/2}\right)$$

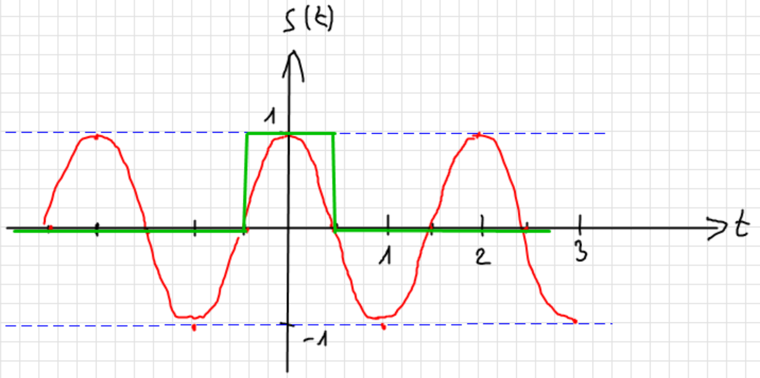
$\Rightarrow$ Höhe: 2, Breite: $\frac{1}{2}$, Verschiebung: um 2 nach rechts

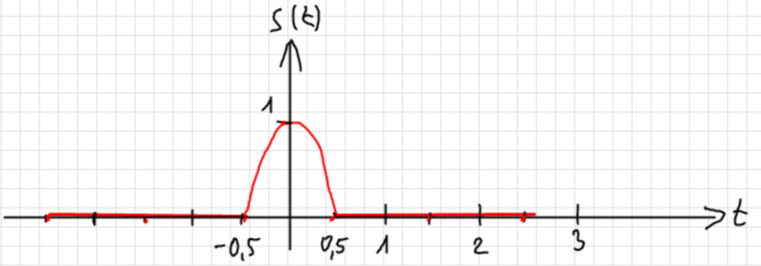


b) $s(t) = \text{rect}(t) \cdot \cos(\pi t)$

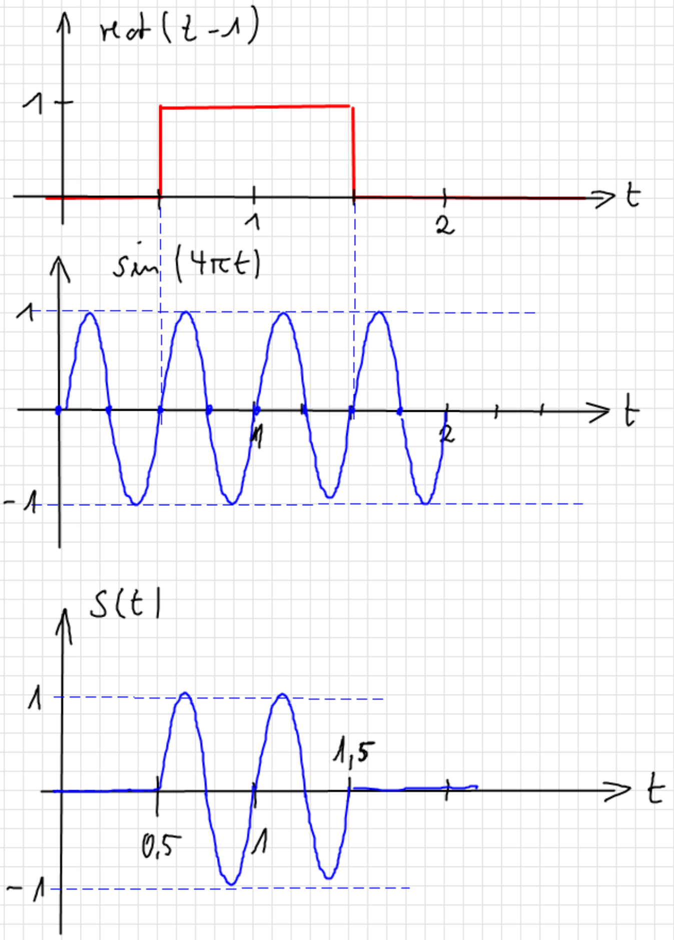
m $\cos(\pi t) = 1$ bei $t = 0, 2, 4, 6, \ldots$

$\cos(\pi t) = -1$ bei $t = 1, 3, 5, 7, \ldots$



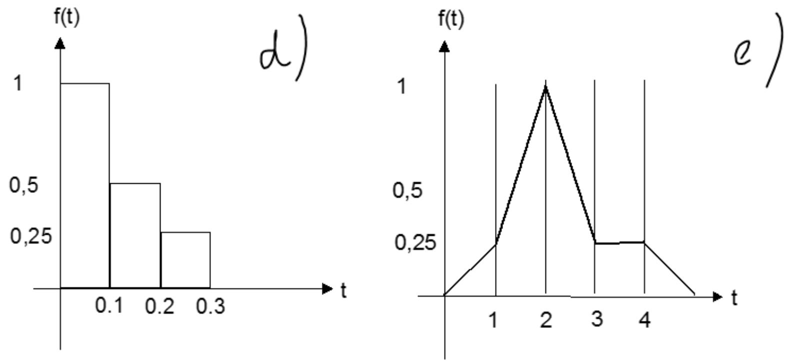



c) $s(t) = \mathrm{rect}(t-1) \cdot \sin(4\pi t)$




$\sin(4\pi t) = 0, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \ldots$

Beschreiben Sie die folgenden Funktion mit Hilfe von Elementarsignalen.



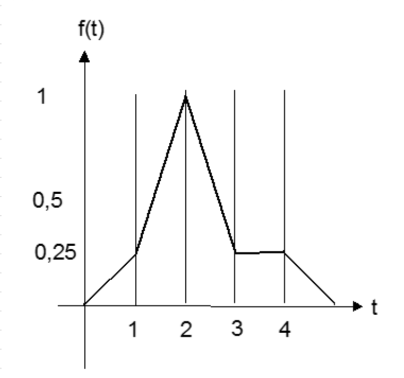

d) Rechteckimpulse der Breite $0{,}1 = \frac{1}{10}$

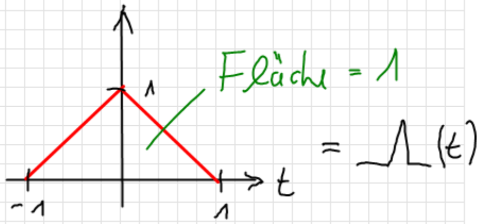
Impulse verschoben um $t_0 = 0{,}05,\ 0{,}15,\ 0{,}25, \dots$

$$f(t) = 1 \cdot \mathrm{rect}\left(\frac{t-0.05}{0.1}\right) + 0.5 \cdot \mathrm{rect}\left(\frac{t-0.15}{0.1}\right) + 0.25 \cdot \mathrm{rect}\left(\frac{t-0.25}{0.1}\right)$$

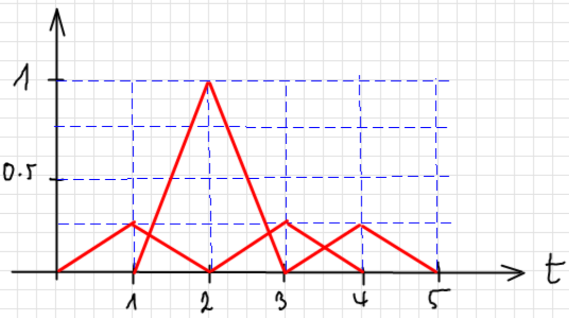
$$= 1 \cdot \mathrm{rect}\left[10(t-0.05)\right] + 0.5 \cdot \mathrm{rect}\left[10(t-0.15)\right] + 0.25 \cdot \mathrm{rect}\left[10(t-0.25)\right]$$

e)




Summe von Dreiecksimpulsen der Breite 2 verschoben um $t_0 = 1, 2, 3, 4, \ldots$




$$f(t) = 0.25 \cdot \Lambda(t-1) + 1 \cdot \Lambda(t-2) + 0.25\,\Lambda(t-3) + 0.25\,\Lambda(t-4)$$

## ÜBUNG: LTI-Systeme

Zeigen Sie am Beispiel der beiden Abtastsignale-Sequenzen $s_1(x)$ und $s_2(x)$, dass

a) Der gleitende Mittelwert über die Signale linear ist.
b) Der gleitende Median über 3 Werte (der mittlere von 3 Werten) nichtlinear ist.

Wie steht es mit der Zeitinvarianz der beiden Filter?

$s_1(x)=\{1,3,2,5,3,4,6,3,3,3,0,2\}$
$s_2(x)=\{0,3,0,1,4,2,1,0,0,1,4,3\}$

Gleitender Mittelwert über 3 Elemente

$1 \quad 3 \quad 2 \quad \boxed{5}\boxed{3}\boxed{4} \quad \ldots$ Input

$\Downarrow$ Mittelwert

$2 \quad \frac{10}{3} \quad \frac{10}{3} \quad 4$ Output

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $S1$ | 1 | 3 | 2 | 5 | 3 | 4 | 6 | 3 | 3 | 3 | 0 | 2 | . | . | . |
| $S2$ | 0 | 3 | 0 | 1 | 4 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 4 | 3 | . | . | . |
| $\vec{S1}$ | . | 2 | $\frac{10}{3}$ | $\frac{10}{3}$ | 4 | $\frac{13}{3}$ | $\frac{13}{3}$ | 4 | 3 | 2 | $\frac{5}{3}$ | . | . | . | . |
| $\vec{S2}$ | . | 1 | $\frac{4}{3}$ | $\frac{5}{3}$ | $\frac{7}{3}$ | $\frac{7}{3}$ | 1 | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{5}{3}$ | $\frac{8}{3}$ | . | . | . | . |
| $\vec{S}_1+\vec{S}_2$ | . | 3 | $\frac{14}{3}$ | $\frac{15}{3}$ | $\frac{19}{3}$ | $\frac{20}{3}$ | $\frac{16}{3}$ | $\frac{13}{3}$ | $\frac{10}{3}$ | $\frac{11}{3}$ | $\frac{13}{3}$ | . | . | . | . |
| $S_1+S_2$ | 1 | 6 | 2 | 6 | 7 | 6 | 7 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | . | . | . |
| $\overrightarrow{S_1+S_2}$ | . | 3 | $\frac{14}{3}$ | $\frac{15}{3}$ | $\frac{19}{3}$ | $\frac{20}{3}$ | $\frac{16}{3}$ | $\frac{13}{3}$ | $\frac{10}{3}$ | $\frac{11}{3}$ | $\frac{13}{3}$ | . | . | . | . |

gleich

$\longrightarrow$ Der gleitende Mittelwert ist eine lineare Operation

## Gleitender Median

Median: sortieren und Wert in der Mitte nehmen

$1 \quad 3 \quad 2 \quad \boxed{5 \mid 3 \mid 4}$ ⇓ median

$2 \quad 3 \quad 3 \quad 4$

$1 \quad 3 \quad 2 \Rightarrow 1 \quad 2 \quad 3$ ↓ Median

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $S_1$ | 1 | 3 | 2 | 5 | 3 | 4 | 6 | 3 | 3 | 3 | 0 | 2 | . | . | . |
| $S_2$ | 0 | 3 | 0 | 1 | 4 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 4 | 3 | . | . | . |
| $med(S_1)$ | . | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 3 | 3 | 3 | 2 | . | . | . | . |
| $med(S_2)$ | . | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 3 | . | . | . | . |
| $med(S_1) + med(S_2)$ | . | 2 | 4 | 4 | 6 | 6 | 5 | 3 | 3 | 4 | 5 | . | . | . | . |
| $S_1 + S_2$ | 1 | 6 | 2 | 6 | 7 | 6 | 7 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | . | . | . |
| $med(S_1 + S_2)$ | . | 2 | 6 | 6 | 6 | 7 | 6 | 3 | 3 | 4 | 4 | . | . | . | . |

$\neq$

Der Median ist <u>keine</u> lin. Operation!