Name	Matrikel-Nummer

Montag, den 27.01.2014 **Prof. Dr.-Ing. Andreas Meisel**

Klausur "Modellierung (dyn. Systeme)"

Hinweise:

1.) Tragen Sie in obige Felder Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer ein.

2.) Zusätzliche Lösungsblätter versehen Sie bitte mit **Namen und Matrikelnummer**.

3.) Vermerken Sie in den vorgesehenen Lösungsfeldern der Aufgabenblätter, daß ein Zusatzblatt existiert.

4.) Dauer der Klausur: **120 Minuten**

5.) **Erlaubte Hilfsmittel**:
- Ordner mit Unterlagen (Blätter abgeheftet), Bücher.
- Taschenrechner.

Übersicht zur Bewertung der Aufgaben.

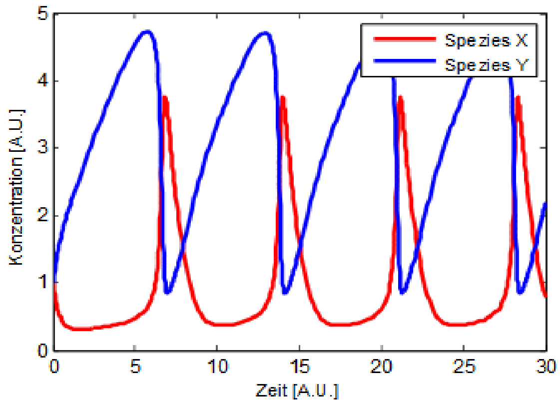
Aufgabe	Punkte	
01	15	
02	10	
03	10	
04	8	
05	7	
06	10	
Punkte ≅	60	

<u>Aufgabe 1:</u> (Euler, Runge-Kutta) [15 Punkte]

Eine berühmte oszillierende chemische Reaktion (der sog. *Brüsselator*) wird durch die folgende DGL beschrieben:

$$\dot{x} = a + x^2 y - x(b+1)$$

$$\dot{y} = bx - x^2 y$$



a) Zeichnen Sie das Blockschaltbild des Differentialgleichungssystems. a und b sind konstante Parameter.

b) Geben Sie an: abhängige Variable(n) = ...

unabhängige Variable(n) = ...

c) Geben Sie die Rekursionsgleichungen des Systems nach Euler an. Die Schrittweite sei h.

d) Geben Sie die Rekursionsgleichungen des Systems nach Runge-Kutta (2. Ordng.) an. Die Schrittweite sei h.
<u>Anm.:</u> Verwenden Sie für die Zwischengrößen ($x \rightarrow k_1, k_2$; $y \rightarrow m_1, m_2$)

Aufgabe 2: (Physical Modelling, Einheiten) [10 Punkte]

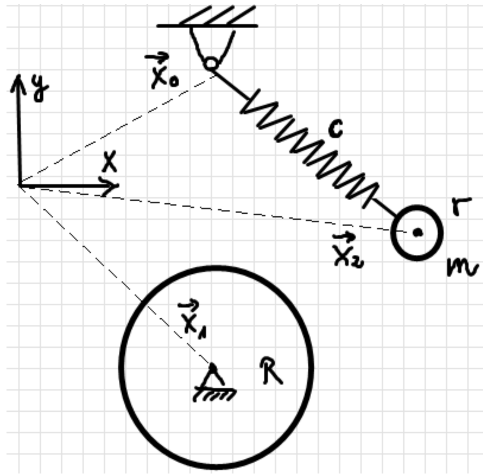
Ein Kraftfahrzeug mit der Masse m wird mit der Antriebskraft F_A=2000N angetrieben.
Auf das Fahrzeug wirkt die Luftreibung F_L (s.u.) und die Rollreibung F_R (s.u.).

$$F_L = k_L \cdot v^2$$
$$F_R = k_R + k_V \cdot v$$

Masse m :	800 kg
k_L:	0.8 kg/m
k_R:	200 kgm/s^2 bzw. 200N
k_V:	10 kg/s

a) Geben Sie die Differentialgleichung $\dot{v} = f(\mathrm{F_A}, \mathrm{v})$ der Fahrzeugbewegung an.
b) Setzen Sie die Zahlenwerte und Einheiten ein und normieren Sie die DGL auf SI-Einheiten.
c) Gegen welche Maximalgeschwindigkeit v_{max} (in km/h) beschleunigt das Fahrzeug?

<u>Aufgabe 3:</u> (ebenes Partikelsystem) [10 Punkte]



Eine kreisförmige Masse m (Radius r) hängt an einer Spiralfeder (Federkonstante c, enspannte Länge l_0).

Die Feder ist am festen Punkt $\vec{x}_0$ drehbar aufgehängt. Am Punkt $\vec{x}_1$ ist eine kreisförmige Scheibe (Radius R) fest angebracht.

a) Geben Sie die Bewegungs-DGL der Masse m in vektorieller Form an.

b) Wie lautet die Bedingung für die Kollision?

c) Angenommen die Geschwindigkeit der Masse m ist vor dem Zusammenprall mit der großen Kreisscheibe $\vec{v}$. Geben Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}\,*$ der Masse m nach der Kollision (e=1) an.

Aufgabe 4: (Linearisierung, Übertragungsfunktion) [8 Punkte]

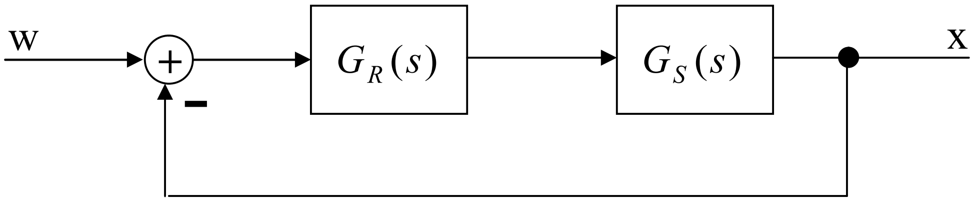
Gegeben ist die DGL: $$5\dddot{x} + 20\ddot{x}x + 30\dot{x}^2 + 4x + 5 = u$$

a) Geben Sie den Arbeitspunkt x_0 für $u_0=1$ an.
b) Geben Sie die DGL für Ruhelageänderungen um den Arbeitspunkt an (linearisieren).
c) Geben Sie die Übertragungsfunktion des Systems an.
d) Kann das System stabil sein? (Begründung)

Aufgabe 5: (Stabilität) [7 Punkte]

Bestimmen Sie mit Hilfe des Hurwitz-Kriteriums und des notwendigen Kriteriums den Wertebereich von K und T des PI-Reglers, für den der folgende Regelkreis stabil ist.

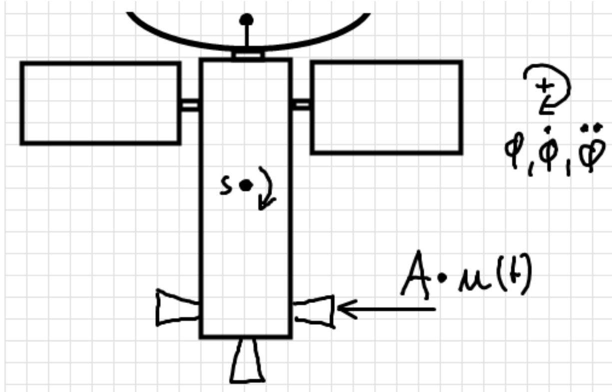
$$G_R(s) = K \cdot \frac{Ts+1}{Ts} \qquad G_S(s) = \frac{1}{s(s+2)}$$



Welche Bedingungen für K und T müssen erfüllt sein, damit das System stabil ist?

Aufgabe 6: (Einstellregeln) [10 Punkte]

Ein Satellit soll mit Hilfe einer Querdüse um den Schwerpunkt S gedreht werden. Die Drehung wird näherungsweise durch folgende DGL beschrieben:



$$J\ddot{\varphi}(\mathrm{t}) = A \cdot u(\mathrm{t})$$

Es gilt: J = 500, A=50 (normiert).
u(t) ist der steuerbare Schub.

Der Schub u(t) hängt von einer Steuergröße x(t) (=Wert im Schubregister) wie folgt ab:

$$\dot{u}(\mathrm{t}) + 10\,u(\mathrm{t}) = 50 \cdot x(\mathrm{t})$$

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion des Systems an, also $G(s) = \dfrac{\Phi(\mathrm{s})}{X(\mathrm{s})}$.

b) Was für einen Lagewinkel-Regler wählen Sie?
Dimensionieren Sie diesen so, daß nur kleine Stellgrößen erzeugt werden.

c) Wie könnte man das relativ starke Überschwingen um den Endlagewinkel weitgehend verhindern?