7

Regelung dyn. Systeme

7.1.1 Begriffe und Grundlagen

7.1.1.1 Worum geht es ?

Dynamische Systeme so beeinflussen, dass bestimmte Systemgrößen ein gewünschtes Zeitverhalten aufweisen.

a) Systemgrößen sollen konstant bleiben, obwohl Störungen auf das System einwirken.

Beispiele:

Die Raumtemperatur soll trotz schwankender Außentemperaturen konstant gehalten werden.

Fluglageregelung Quadcopter

b) Systemgrößen sollen einer Führungsgröße folgen.

Beispiele:

Ein Fahrzeug soll eine bestimmte Bahn abfahren. Carolo

Ein Industrieroboter soll eine bestimmte Bewegung ausführen Robot

7.1.1.2 Grundbegriffe

Regelstrecke: Das System, im dem Größen trotz einwirkender Störungen konstant gehalten oder geführt werden sollen.
→ kurz: das zu regelnde System

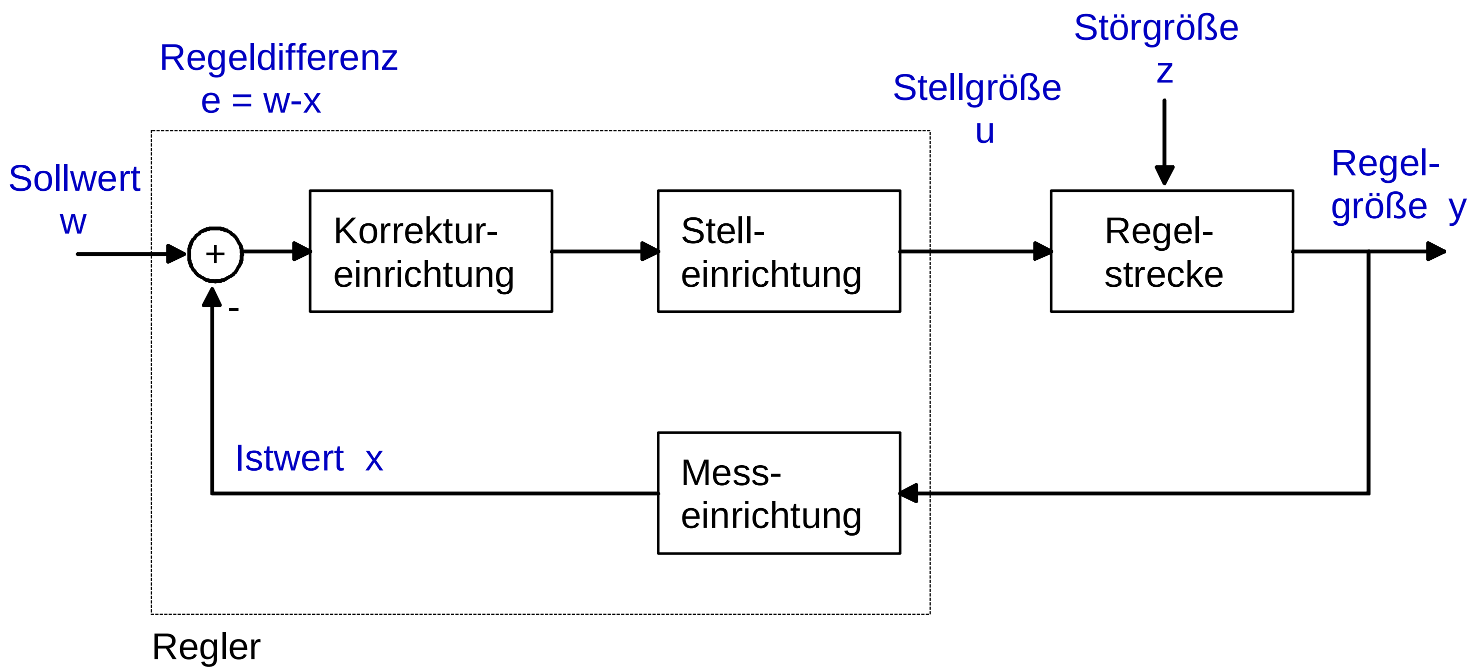
Regelgröße: Diejenige Größe, die konstant gehalten oder geführt werden soll.
→ kurz: die zu beeinflussende Größe

Störgrößen: Die auf das System einwirkenden Störeinflüsse.

Sollwert: Der Wert, den die Regelgröße einnehmen soll, bzw. dem die Regelgröße folgen soll.

Istwert: Der Wert, den die Regelgröße tatsächlich hat.

7.1.1.3 Grundstruktur einer Regelung

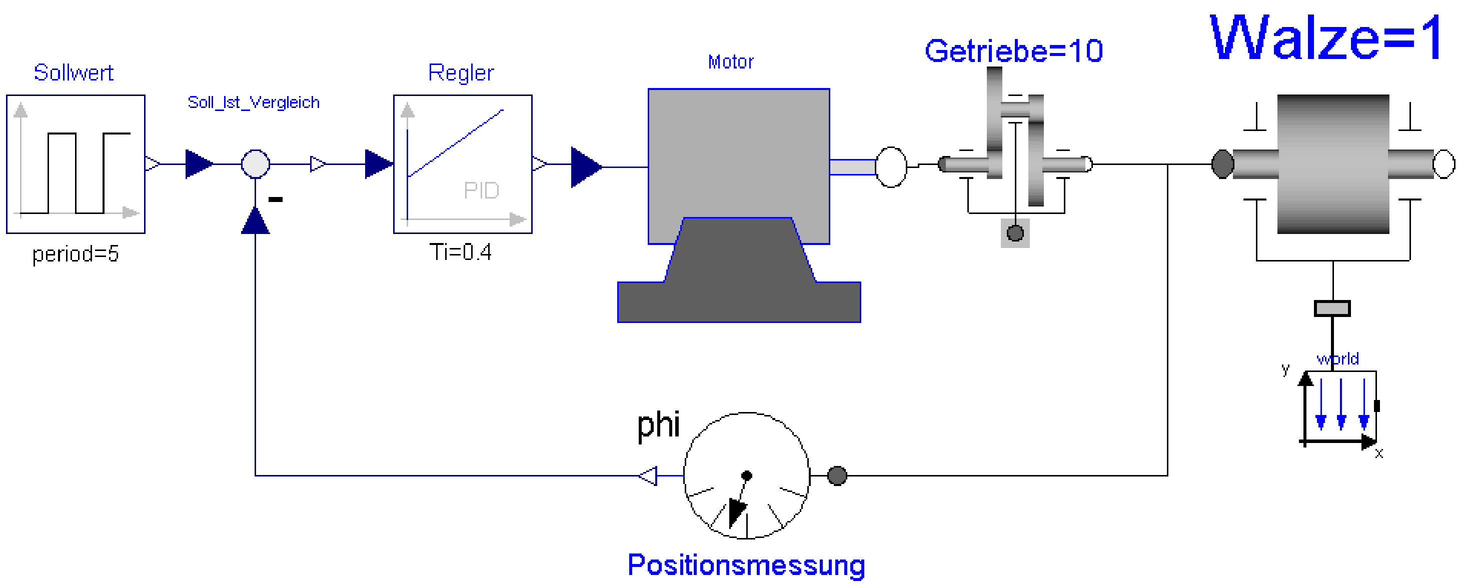


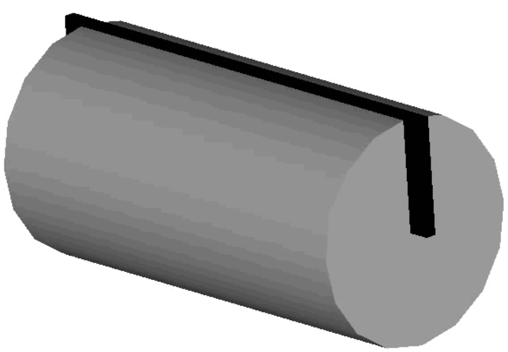
Regeln ist ein Vorgang, bei dem fortlaufend eine Größe (*Regelgröße*) erfasst, mit einer vorgegebenen Größe (*Führungsgröße, Sollwert w*) verglichen und mit dem Ziel einer <u>Angleichung an die Führungsgröße</u> beeinflusst wird.

Das Wesen der Regelung ist der <u>geschlossene Wirkungskreis</u>.

<u>Regeln gleicht Unwissenheit aus</u> !

Technisches Beispiel: Positionsregelung einer Walze

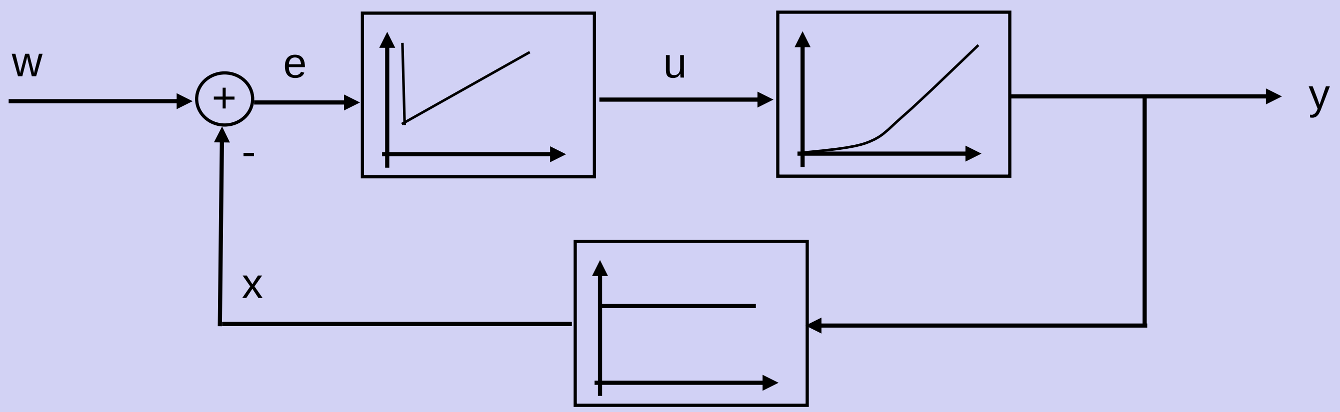




7.1.1.4 Anspruch

→ eine von Prozessdetails abstrahierte Behandlung der Regelung

Beispiel: abstrahierte Darstellung mit Übertragungsblöcken (Wirkungsplan)



Vorteil: Die Beschreibungs- und Lösungsmethoden sind unabhängig vom Anwendungsbereich (Technik, Betriebswirtschaft, Medizin, ……..).

7.1.1.5 Fragen

1. Wie lassen sich Übertragungsblöcke charakterisieren?
2. Wie erhält man die Übertragungsblöcke eines realen Systems?
3. Wie lässt sich das Zusammenspiel der Übertragungsblöcke herleiten?
4. Was lässt sich über die Stabilität des Gesamtsystems aussagen?
5. Wie lässt sich ein Regelungssystem gezielt beeinflussen?

7.1.2 Übertragungsblöcke

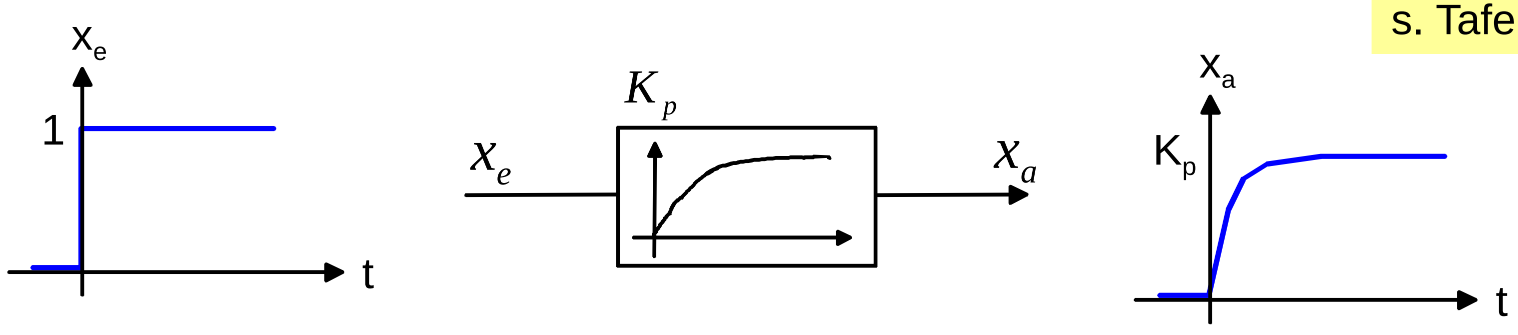
7.1.2.1 Charakterisierung von Übertragungsblöcken - Sprungantwort

Übertragungsblöcke beschreiben einen abgegrenzten Teil des Gesamtsystems.

Die Reaktion auf ein <u>sprungförmiges Eingangssignal</u> (die sog. ***Sprungantwort***) ist charakteristisch für die Dynamik eines Übertragungsblocks.

Übertragungsblöcke werden daher durch den <u>Typ der Sprungantwort</u> und <u>Kennwerte</u> gekennzeichnet.

s. Tafel



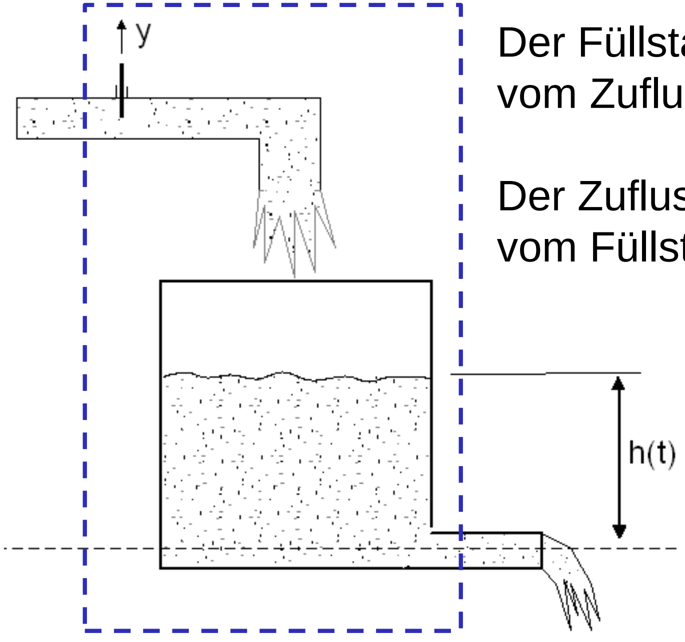
Voraussetzung: Im Moment des Sprungs muss sich das System bezüglich der betrachteten Größen in Ruhe befinden.

7.1.2.2 Zerlegung realer Systeme in Übertragungsblöcke - Rückwirkungsfreiheit

Ein reales System ist so in Übertragungsblöcke zu zerlegen, dass für die einzelnen Blöcke gilt:

Die Ausgangsgröße darf keinen Einfluss auf die Eingangsgröße haben !
→ Rückwirkungsfreiheit

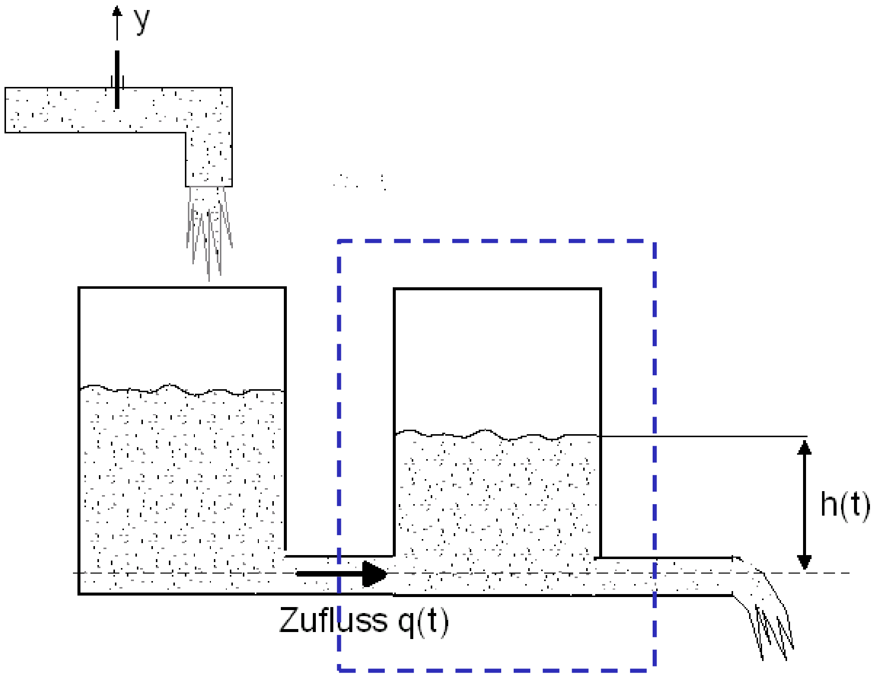
Beispiel :
rückwirkungsfreies System



Der Füllstand h ist abhängig vom Zufluss y,

Der Zufluss y ist aber nicht abhängig vom Füllstand h.

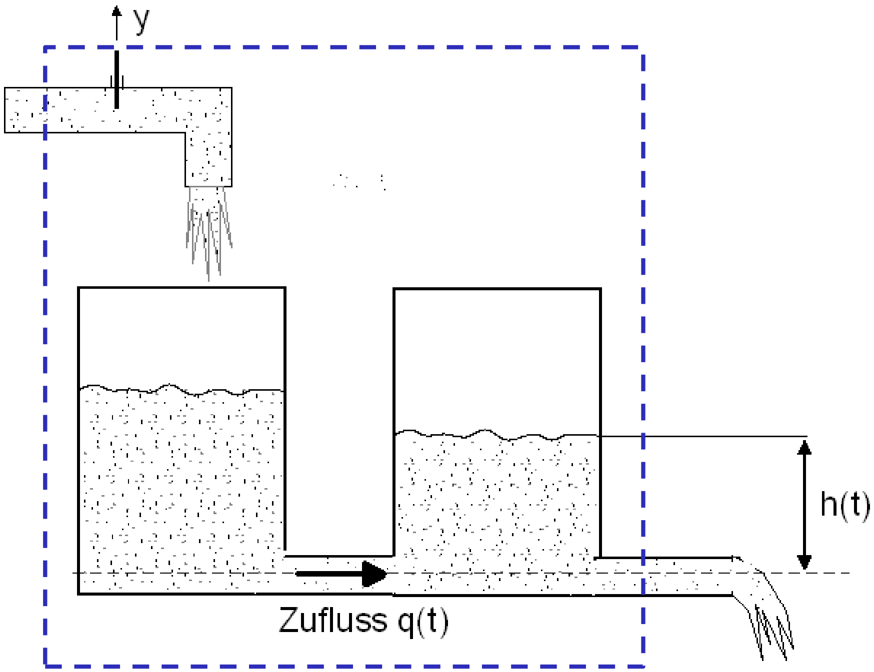
Beispiel :
rückwirkungsbehaftetes System



Hier gilt:

h ist abhängig von q,
h hat aber auch Einfluß auf q.

Beispiel :
rückwirkungfreies System



Hier gilt:

h ist abhängig von y,
h hat aber keinen Einfluß auf y.

Zusammenfassung: Vorteile der Übertragungsblock-orientierten Vorgehensweise

Komplexe Systeme können aus mehreren Übertragungsgliedern mit eindeutiger Wirkungsrichtung (Ursache → Wirkung) zusammengesetzt werden.

Das Verhalten eines Übertragungsglieds ist experimentell bestimmbar (z.B. Sprungantwort).

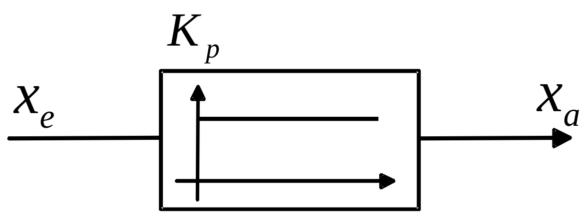
Die diesem Verhalten zugrunde liegenden Gesetzmäßigkeiten müssen nicht unbedingt bekannt sein.

Das Verhalten des Übertragungsglieds ist eine von Details abstrahierte Darstellung und unabhängig vom Anwendungsbereich.

7.1.2.3 Elementare Übertragungsblöcke

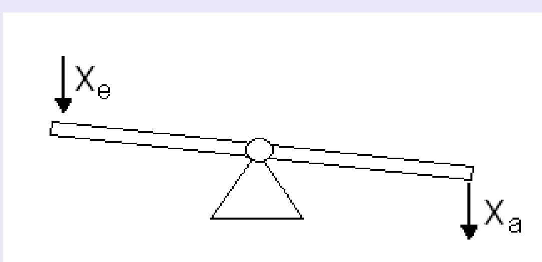
Proportional-Verhalten

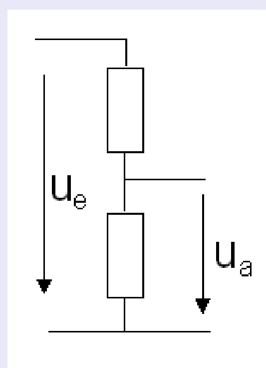
Gleichung $x_a = K_p \cdot x_e$

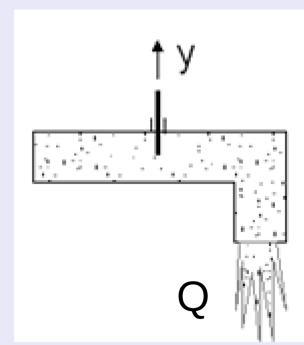


Reaktion auf Sprung der Eingangsgröße

Beispiele:



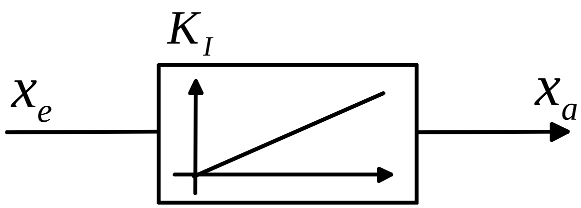




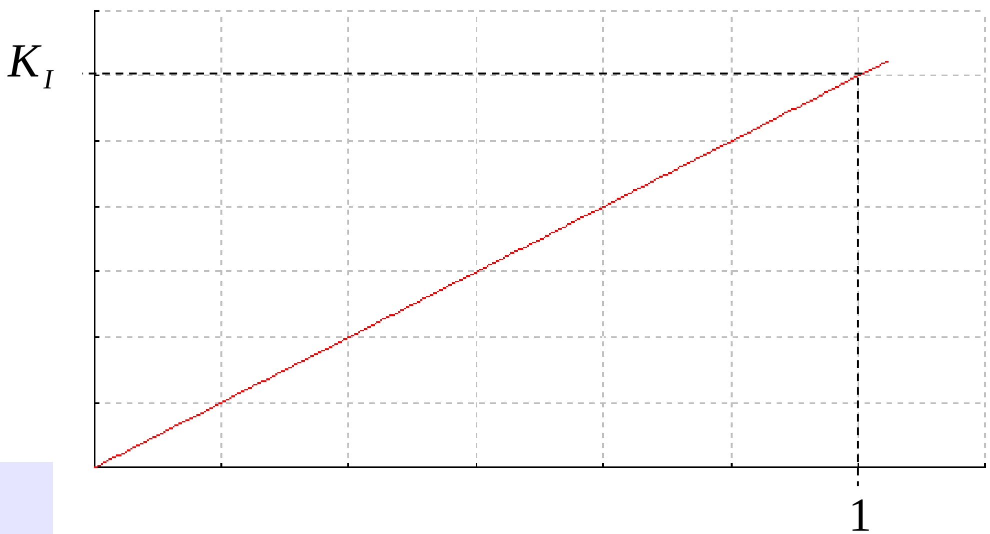
Integral-Verhalten

Gleichung

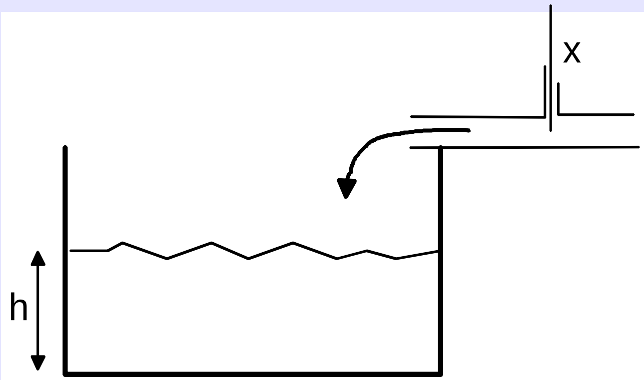
$$x_a = K_I \cdot \int_0^t x_e(\tau)\,d\tau$$

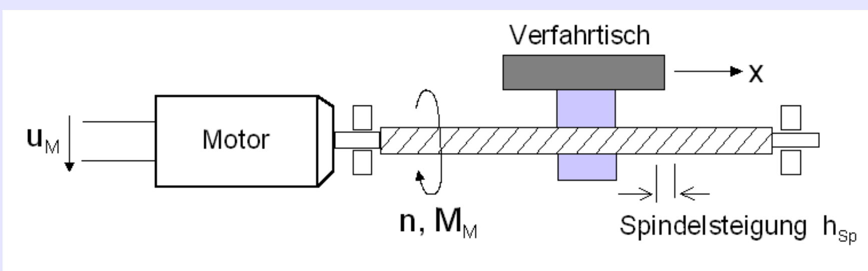


Reaktion auf Sprung der Eingangsgröße

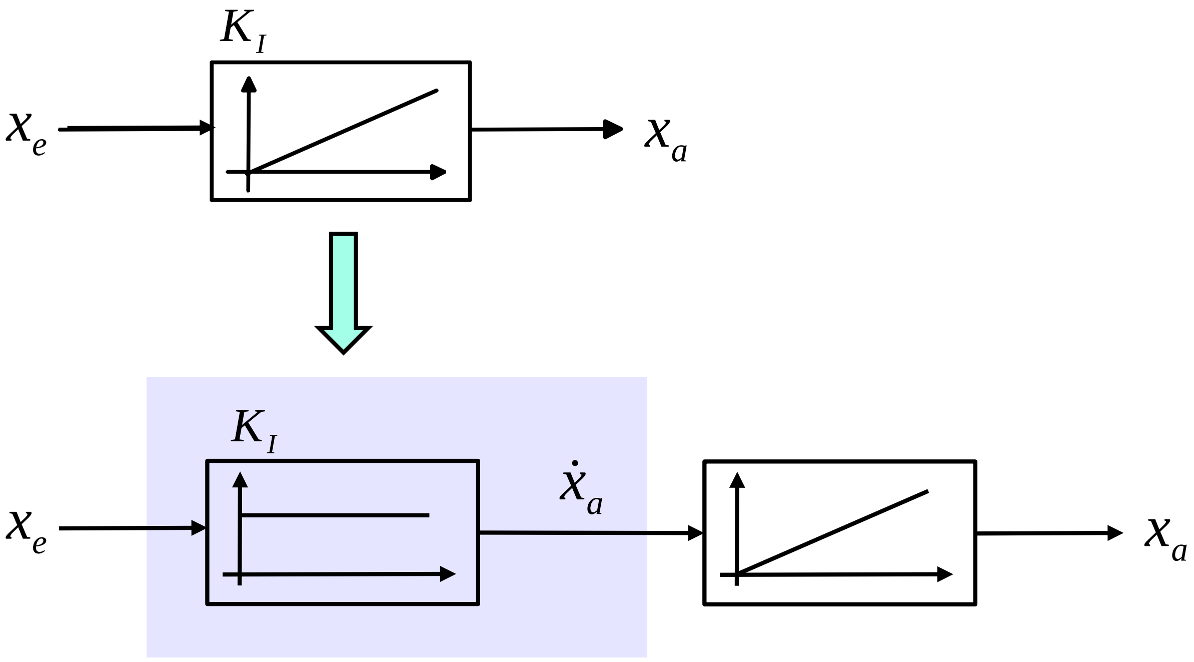


Beispiele:





Alternative Darstellung des Integral-Verhaltens

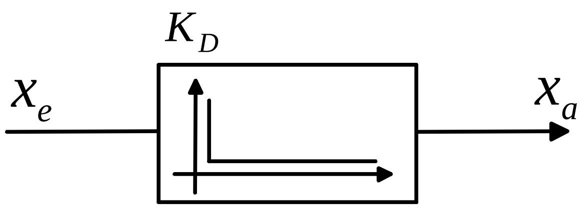


$$\dot{x}_a = K_I \cdot x_e$$

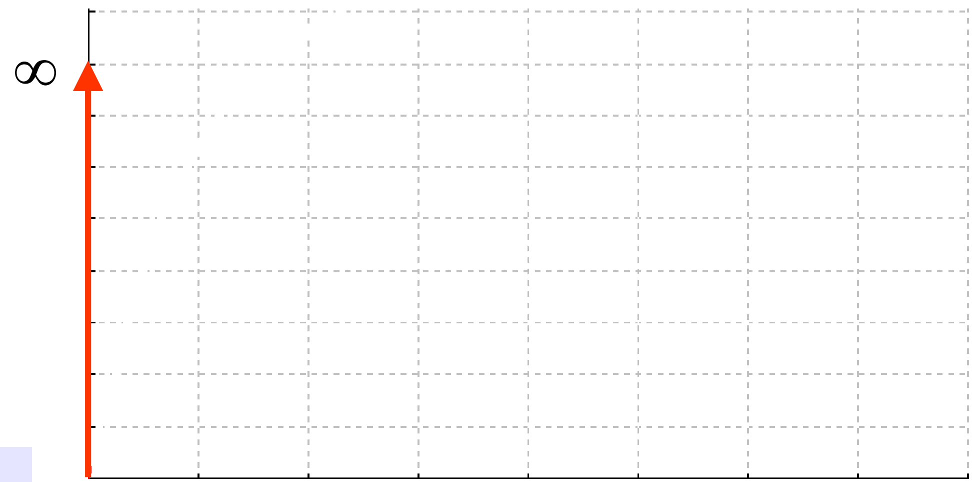
Differential-Verhalten

Gleichung

$$x_a = K_D \cdot \frac{dx_e}{dt}$$

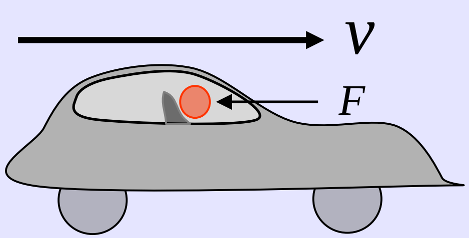


Reaktion auf Sprung der Eingangsgröße

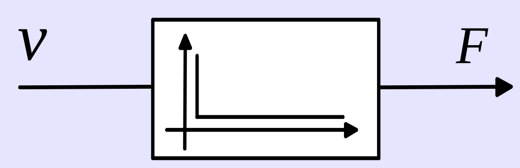


→ sprungförmige Eingangsgrößen sind nur näherungsweise realisierbar

Beispiel: Kraft F auf den Fahrer bei Änderung der Geschwindigkeit v



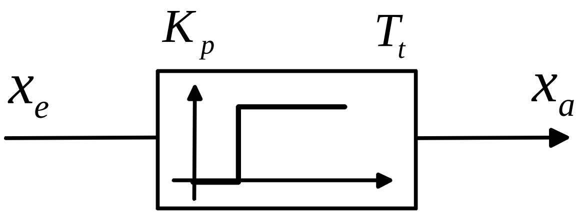
$$F = m\frac{dv}{dt}$$



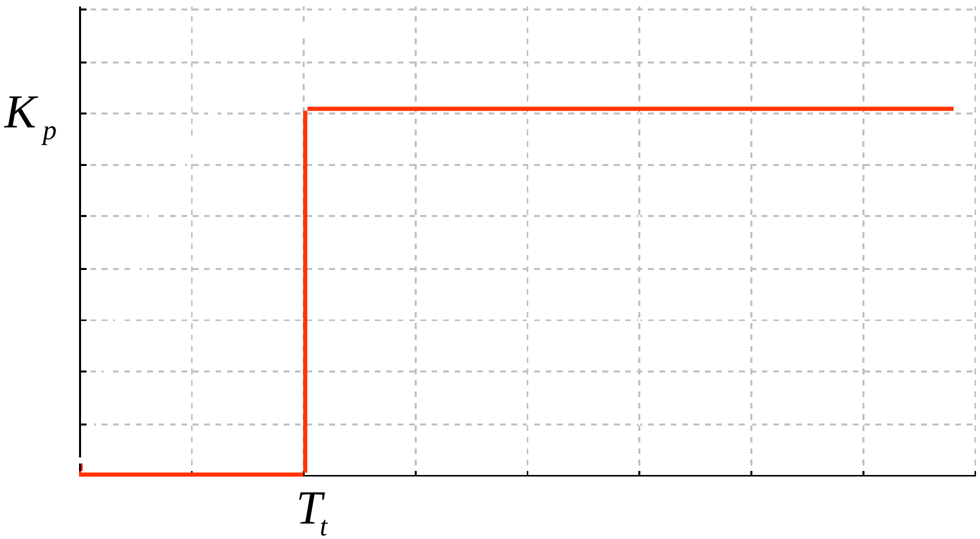
Totzeit-Verhalten

Gleichung

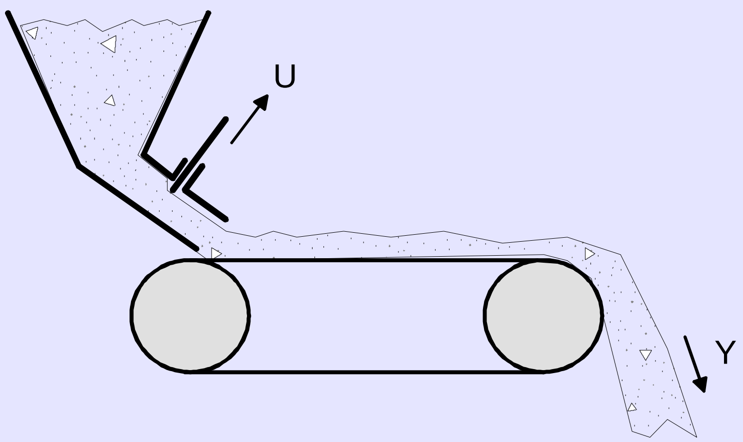
$$x_a = K_p \cdot x_e(t - T_t)$$



Reaktion auf Sprung der Eingangsgröße



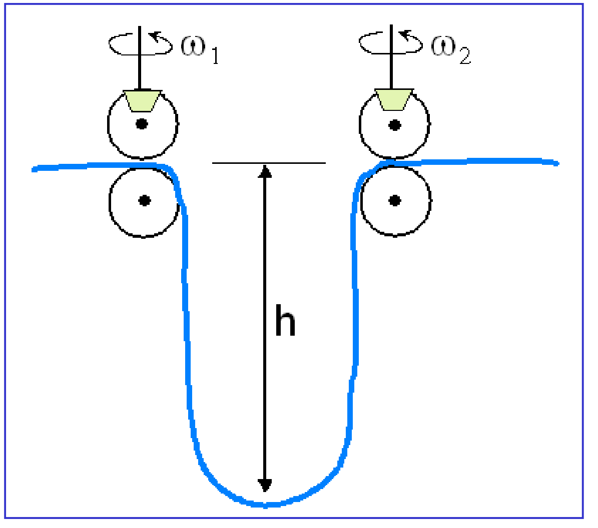
Beispiel:



ÜBUNG: Charakterisierung von Übertragungsblöcken

Diskutieren Sie die Dynamik folgender Systeme.

a) Förderung einer Stoffbahn



b) Geschwindigkeit eines Autos in Abhängigkeit vom Winkel des Gaspedals.

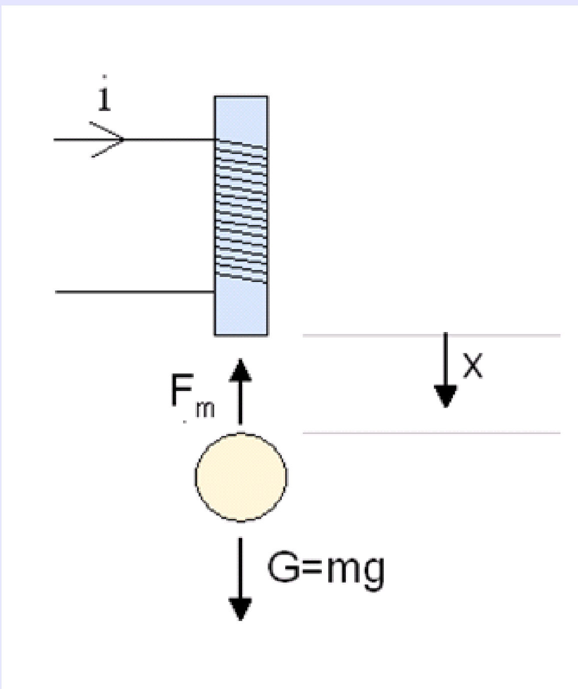
c) Fahrwinkel eines Autos in Abhängigkeit vom Lenkwinkel.

d) Position einer Kugel in einer Kippschine (für kleine Kippwinkel)

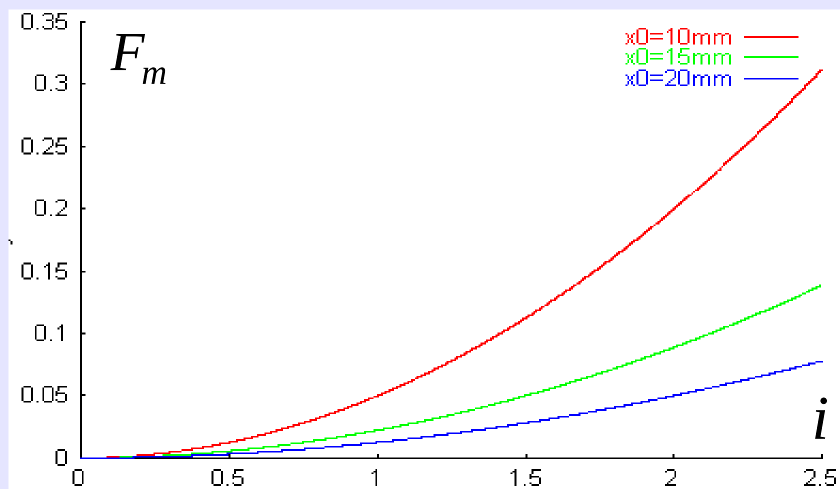
7.1.2.4 Problem: Nichtlineare Teilsysteme

Bei vielen Systemen ist der Zusammenhang zwischen Eingangs- und Ausgangsgröße nichtlinear und abhängig vom Arbeitspunkt.

Beispiel: Kraft eines Elektromagneten auf eine Eisenkugel



$$i \longrightarrow \boxed{F_m = C \cdot \left(\frac{i}{x}\right)^2} \longrightarrow F_m$$



Fallstudie: Sprungantwort nichtlinearer Teilsysteme (Schwebekugelsystem)

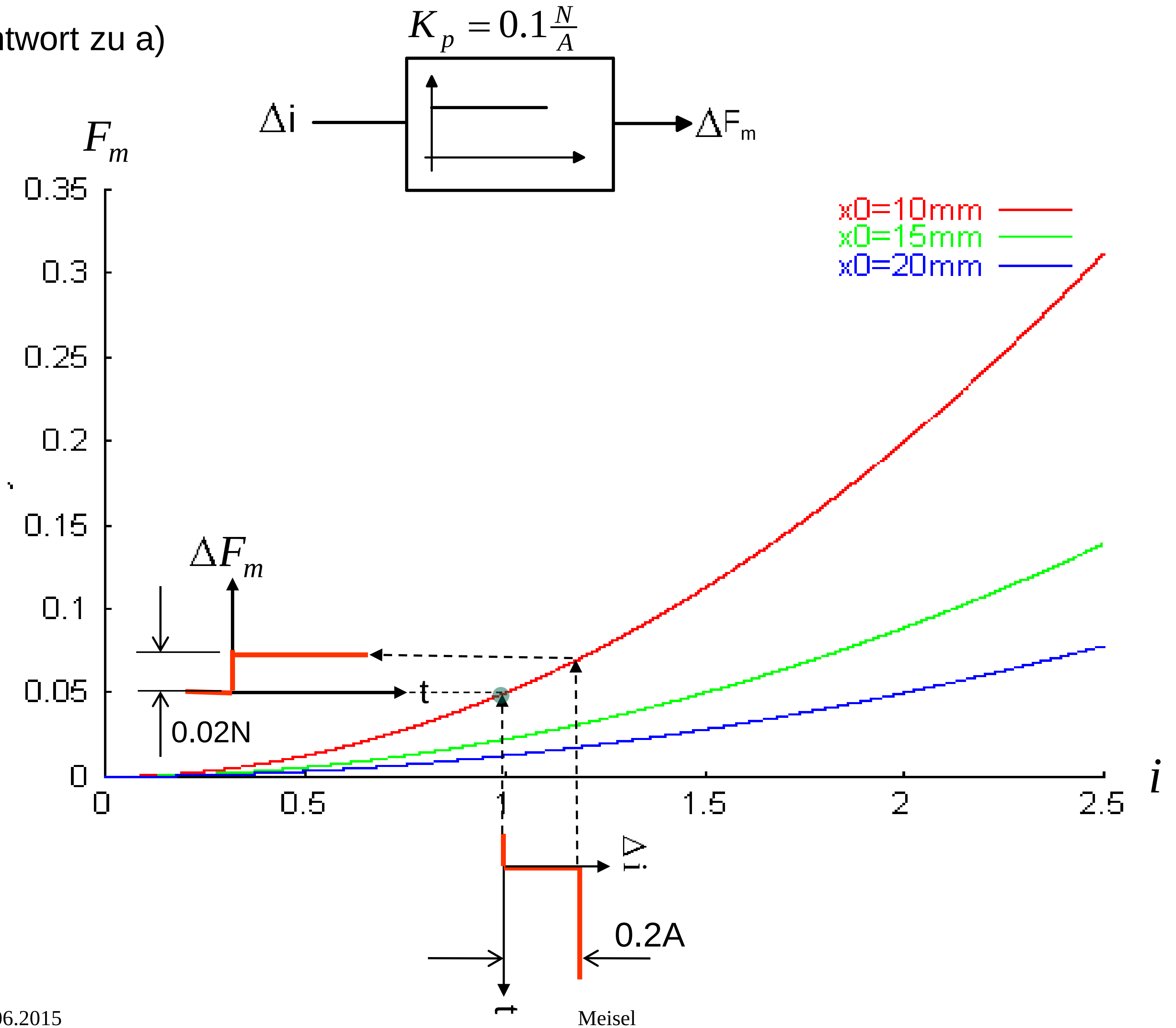
Beschreiben Sie die Sprungantwort [also $\Delta F = f(\Delta i)$] des Schwebekugelsystems anhand der Kennlinien (für kleine Stromsprünge) für folgende Fälle:

a) Eine Eisenkugel mit dem Gewicht 0.05N soll im Abstand von 10mm vom Elektromagneten in der Schwebe gehalten werden.

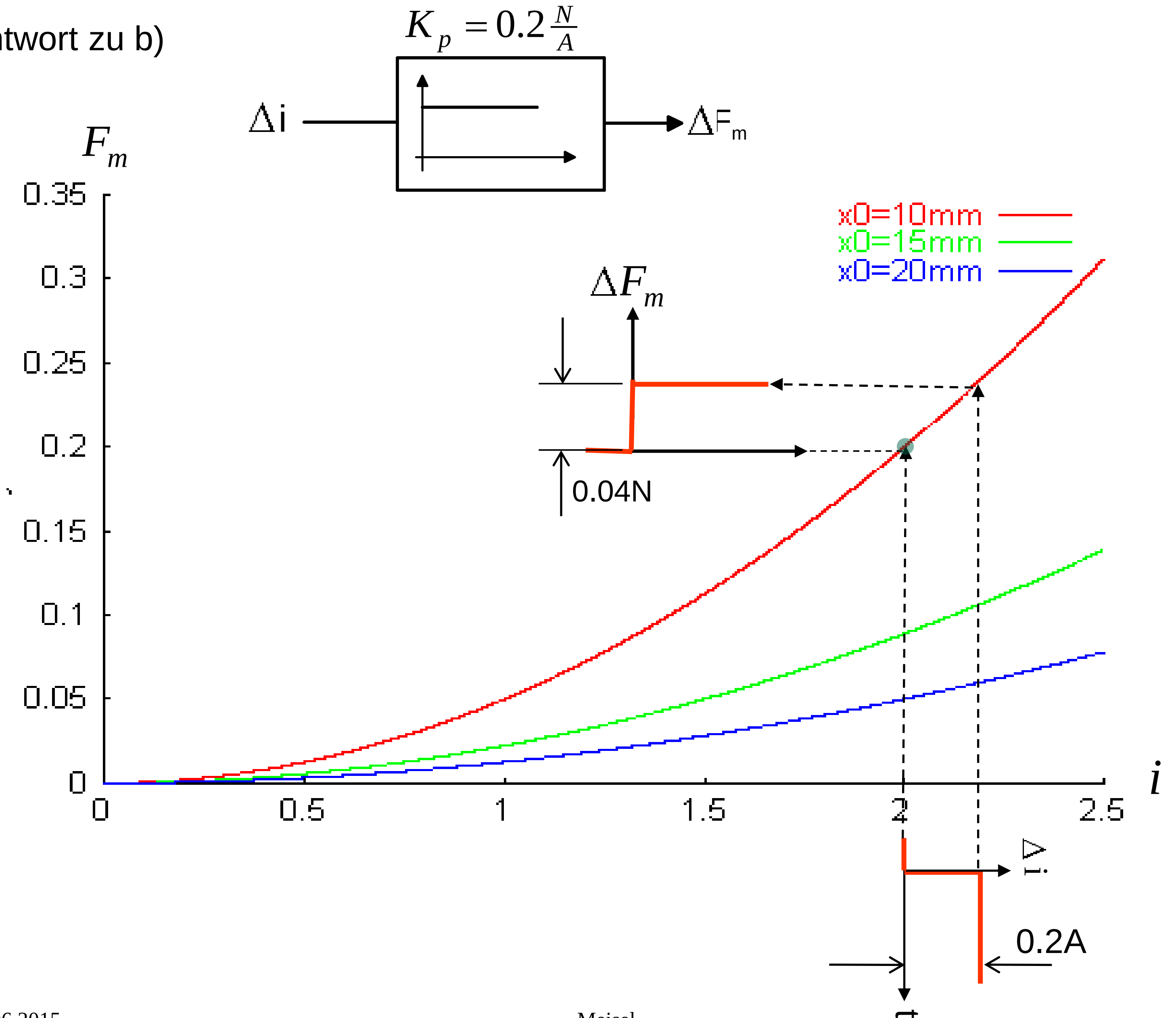
b) Eine Eisenkugel mit dem Gewicht 0.2N soll im Abstand von 10mm vom Elektromagneten in der Schwebe gehalten werden.

s.u.

Antwort zu a)


$K_p = 0.1\frac{N}{A}$
Δi
ΔFm
Fm
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
0
0.5
1
1.5
2
2.5
i
x0=10mm
x0=15mm
x0=20mm
ΔFm
t
0.02N
Δi
0.2A
t

Antwort zu b)

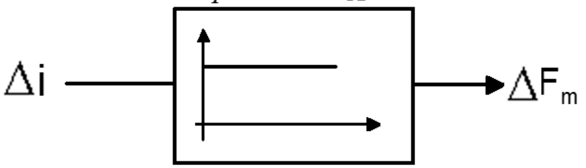

$K_p = 0.2\,\frac{N}{A}$
Δi
ΔF_m
F_m
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
0
0.5
1
1.5
2
2.5
i
x0=10mm
x0=15mm
x0=20mm
ΔF_m
0.04N
Δi
0.2A
t

Fazit

Die Sprungantwort des Systems hängt stark vom gewählten Arbeitspunkt (AP) ab.

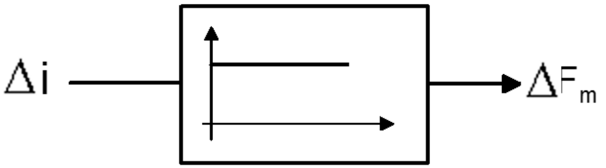
a) Für den AP 1
(Gewicht 0.05N / Abstand10mm) gilt

$K_p = 0.1 \frac{N}{A}$



b) Für den AP 2
(Gewicht 0.2N / Abstand10mm) gilt

$K_p = 0.2 \frac{N}{A}$



Überlegungen zum Arbeitspunkt

1. Viele Regelungsaufgaben bestehen darin, ein System in einem bestimmten Arbeitspunkt (= *Ruhelage*) zu halten.

Beispiele:
- die Stahlkugel soll in 20mm Abstand vom Magneten schweben,
- die Wassertemperatur soll 24°C betragen,
- die Motordrehzahl soll 2000U/Min betragen.

D.h. es gibt nur kleine Änderungen um die Ruhelage.

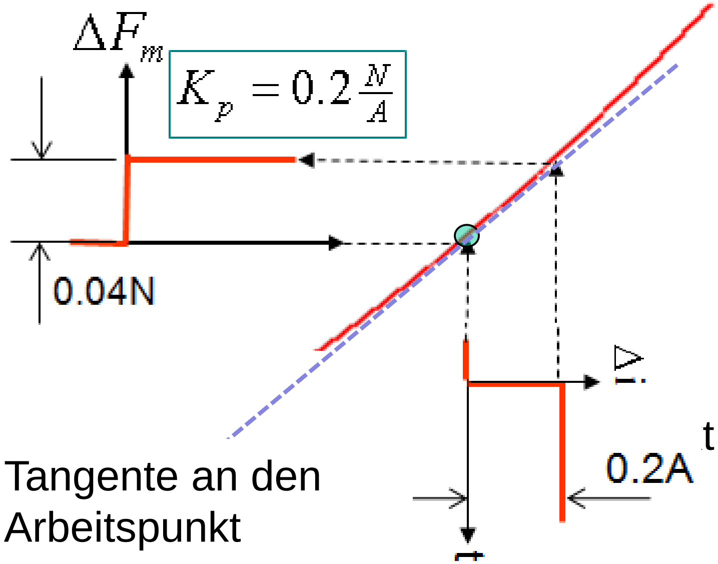
2. Systeme deren Ausgangsgröße(n) in nichtlinearer Weise von der/den Eingangsgröße(n) abhängen haben je nach Arbeitspunkt unterschiedliche Sprungantworten.

<u>Die Frage ist also</u>:

Mit welcher Sprungantwort reagiert das nichtlineare System ***im Arbeitspunkt*** *auf kleine Eingangssprünge?*

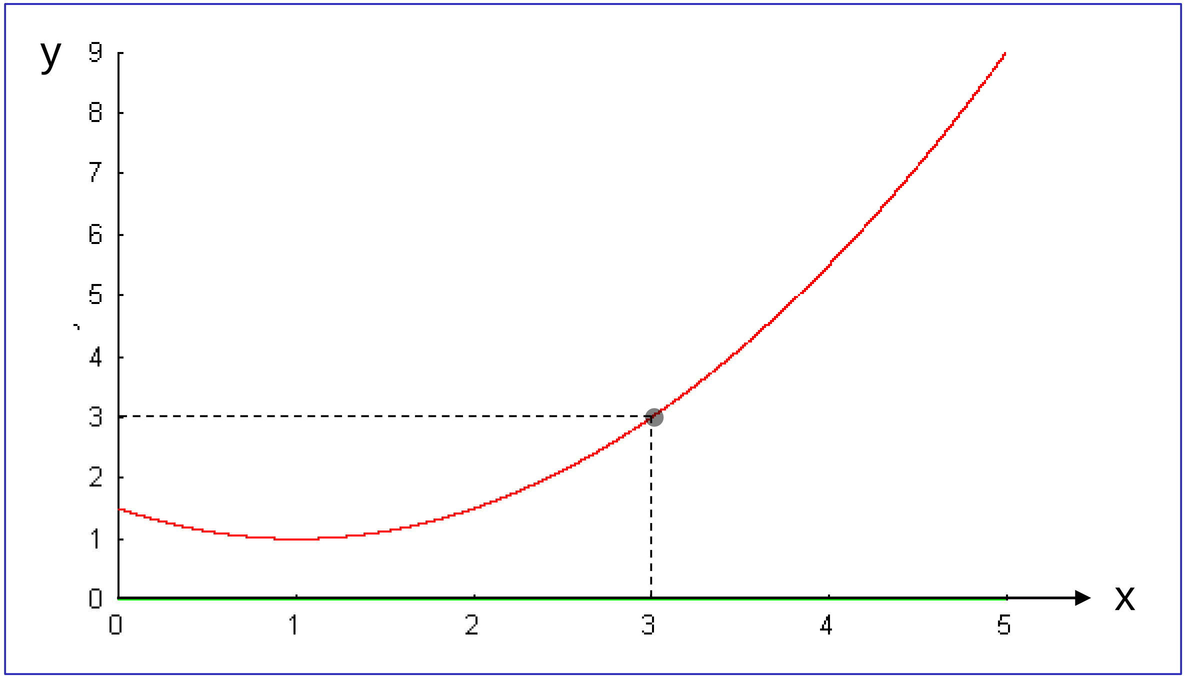
Zur Beantwortung der Frage kann folgende **Vereinfachung** eingeführt werden:

Die <u>nichtlineare Funktion kann durch</u> eine <u>Tangente</u> im Arbeitspunkt ersetzt <u>werden</u>, ohne dass der Fehler allzu groß wird !



ÜBUNG: Linearisieren einer nichtlinearen Funktion

Gegeben ist die Funktion: $y = f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2}$



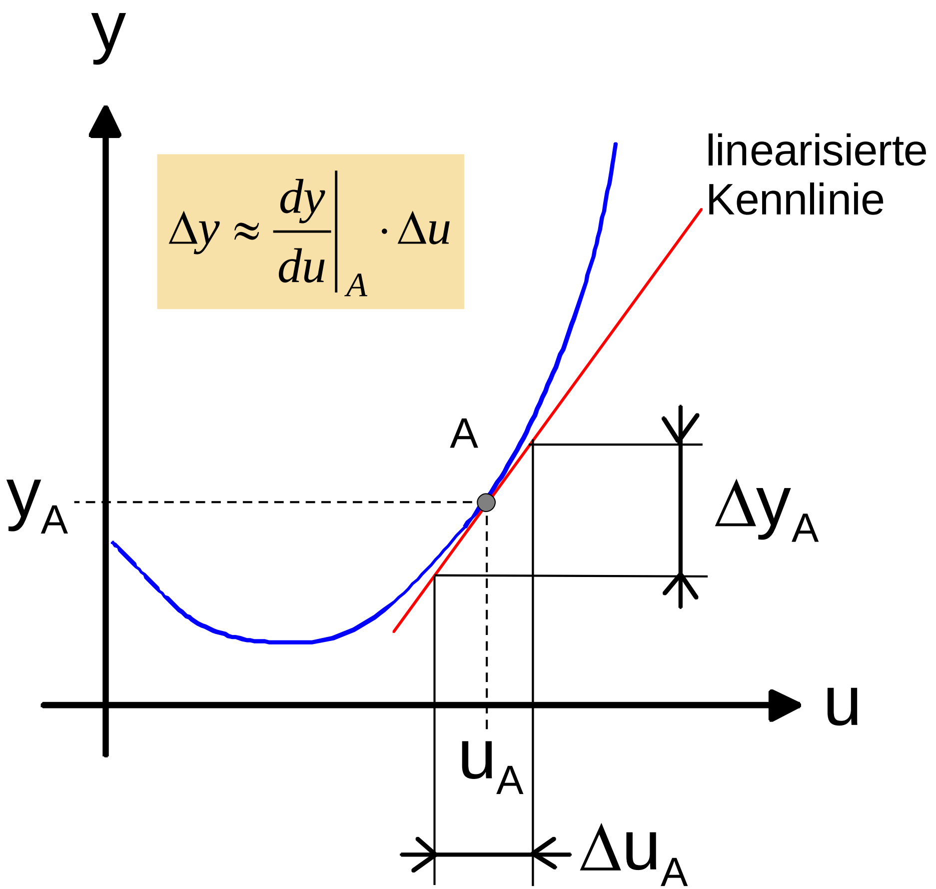
a) Linearisieren Sie die Funktion f(x) für den Arbeitspunkt x_0=3.

b) Prüfen Sie das Ergebnis für Δx=0.1 und Δx=1 mit dem Arbeitspunkt x_0=3.

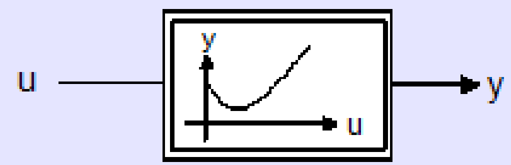
Umwandlung nichtlinearer Syteme → lineare Ruhelagesysteme (im AP)

Die regelungstechnische Behandlung von Systemen <u>vereinfacht sich erheblich</u>, wenn

1. die nichtlineare Funktion <u>um den Arbeitspunkt</u> „*linearisiert*“ wird und
2. <u>nur die Änderung um den Arbeitspunkt betrachtet</u> wird.

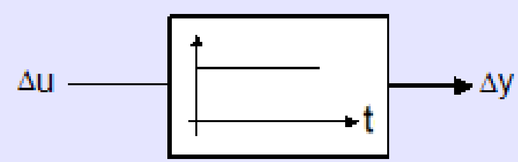


Aus ......



wird .....

$$K = \left.\frac{dy(u)}{du}\right|_A$$



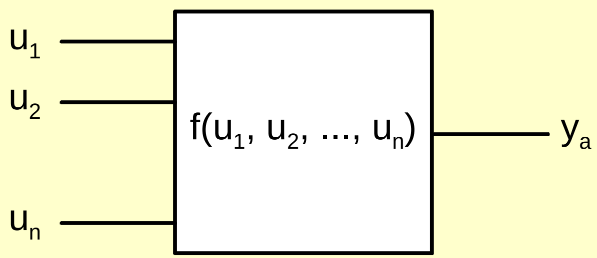
<u>Anmerkung:</u>

In den linearisierten Struktur-bildern wird das vorangestellte Δ meist weggelassen.

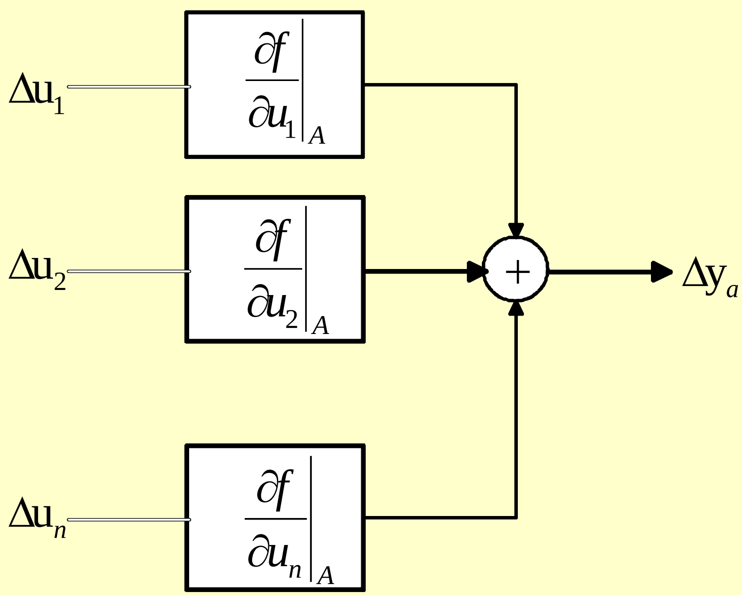
Bei Übertragungsblöcken mit mehreren Eingängen gilt:

s. Tafel

Aus ......



wird .....



Beispiel:

Der Block $y_a(t) = \dfrac{u_1^2(t)}{u_2(t)}$

soll um $u_{10} = 1, \quad u_{02} = 2$

in ein lin. Ruhelagesystem umgewandelt werden.

Lösung:

$$\Delta y_a = \left.\frac{\partial y_a}{\partial u_1}\right|_A \cdot \Delta u_1 + \left.\frac{\partial y_a}{\partial u_2}\right|_A \cdot \Delta u_2$$

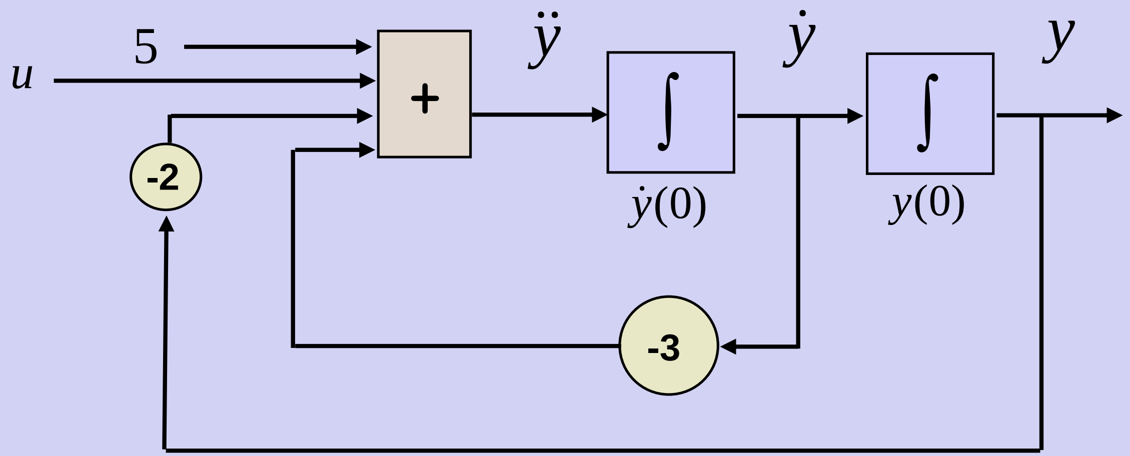
$$\Delta y_a = \left.\frac{2u_1}{u_2}\right|_A \cdot \Delta u_1 - \left.\frac{u_1^2}{u_2^2}\right|_A \cdot \Delta u_2$$

$$\Delta y_a = \Delta u_1 - 0.25 \cdot \Delta u_2$$

Reaktion einer <u>linearen DGL</u> auf Änderungen um die Ruhelage (=AP)

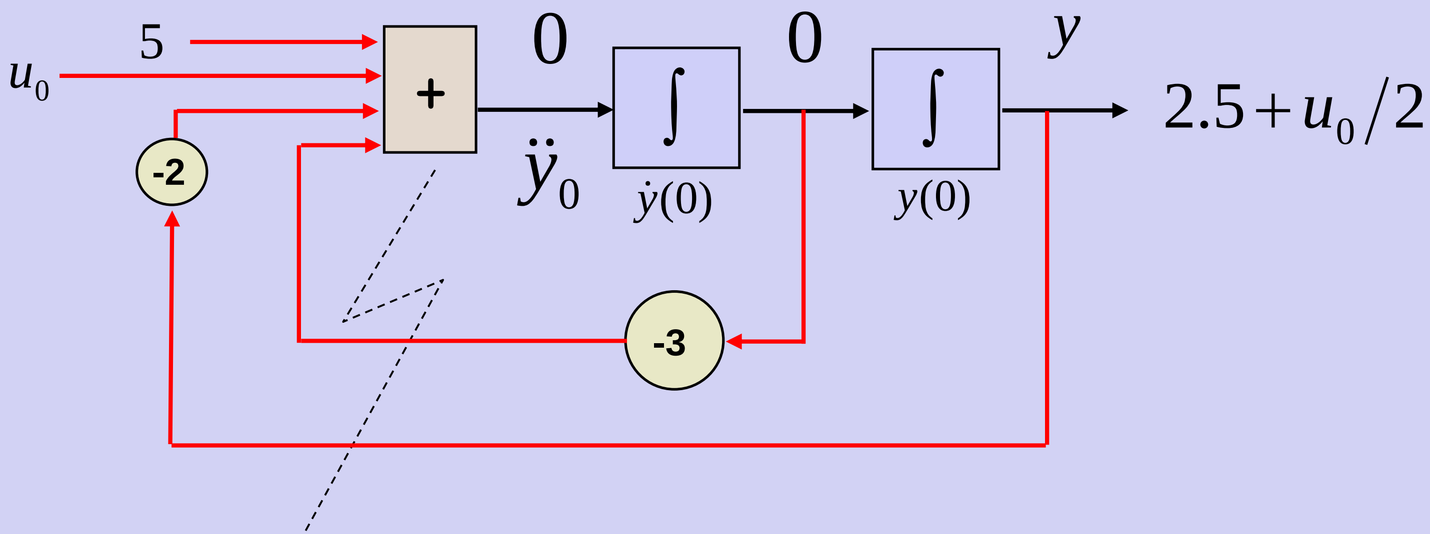
Da sich im Ruhezustand (Gleichgewichtszustand) eines System nichts verändert , gilt offensichtlich: $\dot{y}(t) = \ddot{y}(t) = \ldots\ldots = y^{(n)} = 0$

Beispiel: $\ddot{y} = -3\dot{y} - 2y + 5 + u$



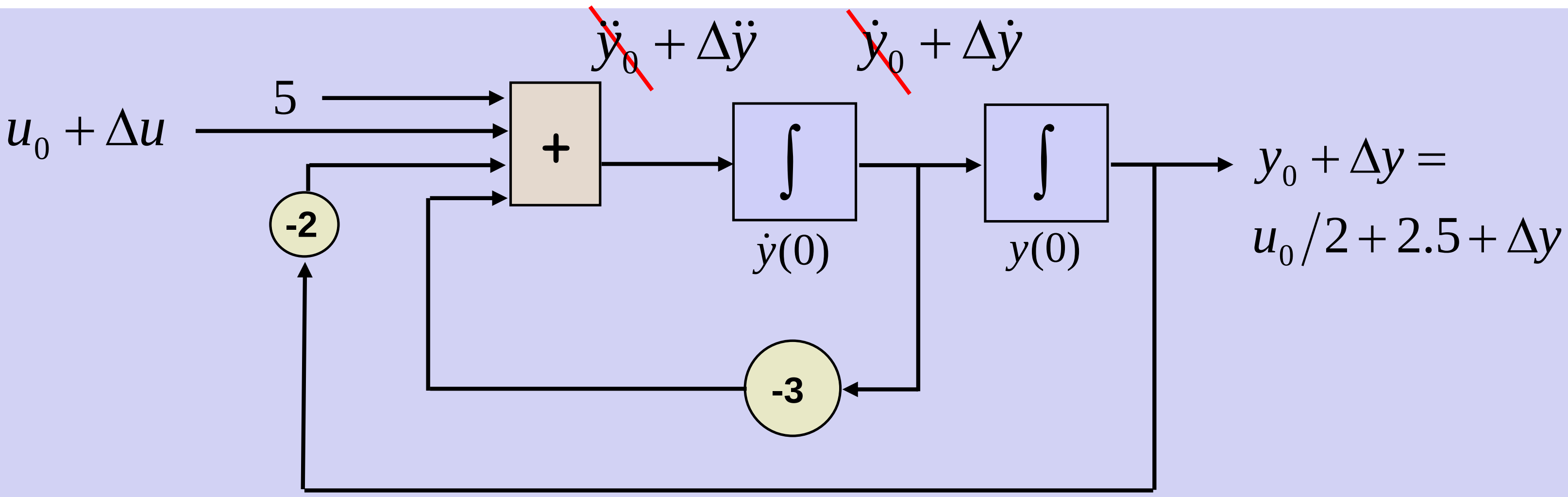
Im Ruhezustand muss daher gelten: $0 = -0 - 2y_0 + 5 + u_0 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{y_0 = 2.5 + u_0/2}}$

System im Ruhezustand (Gleichgewichtszustand) im Arbeitspunkt:



Probe:
$$\ddot{y}_0 = (-2)\cdot(2.5+u_0/2)+u_0+5$$
$$= -5-u_0+u_0+5 = 0$$

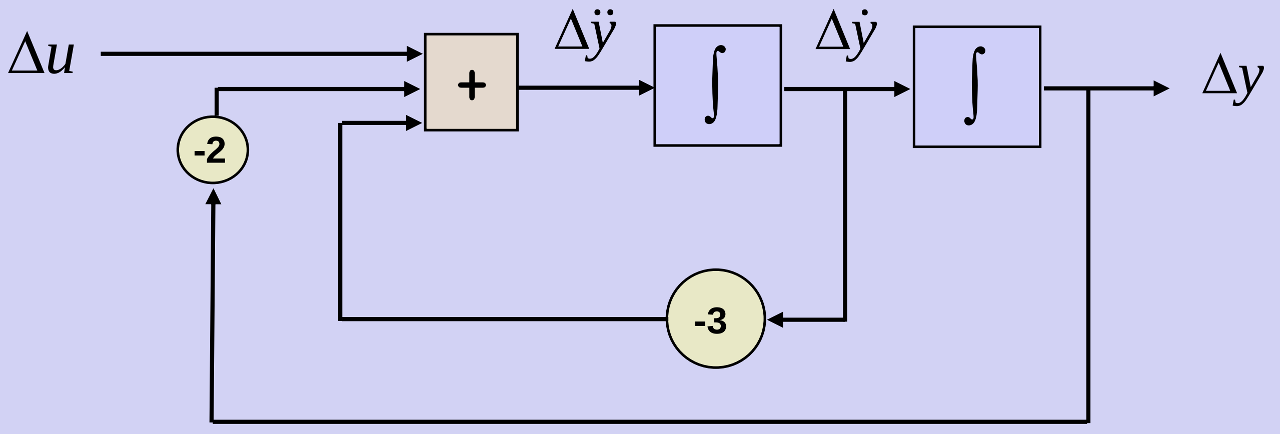
Jetzt werde das System $\ddot{y} = -3\dot{y} - 2y + 5 + u$ aus der Ruhelage ausgelenkt:



Für kleine Änderungen im Ruhepunkt (Arbeitspunkt) gilt dann:

$$\begin{aligned}
\Delta\ddot{y} &= (-2)\cdot(u_0/2 + 2.5 + \Delta y) - 3\cdot\Delta\dot{y} + 5 + (u_0 + \Delta u) \\
&= -\cancel{u_0} - \cancel{5} - 2\cdot\Delta y - 3\cdot\Delta\dot{y} + \cancel{5} + \cancel{u_0} + \Delta u \\
&= -3\cdot\Delta\dot{y} - 2\cdot\Delta y + \Delta u
\end{aligned}$$

Werden nur die Änderungen aus der Ruhelage (=AP) betrachtet, so gilt also:



$$\Delta\ddot{y} = -3\cdot\Delta\dot{y} \; - \; 2\cdot\Delta y \; + \; \Delta u$$

vergl.: $$\ddot{y} = -3\dot{y} - 2y + 5 + u$$

Fazit: Lineare DGL umwandeln in lin. DGL für Ruhelageänderungen

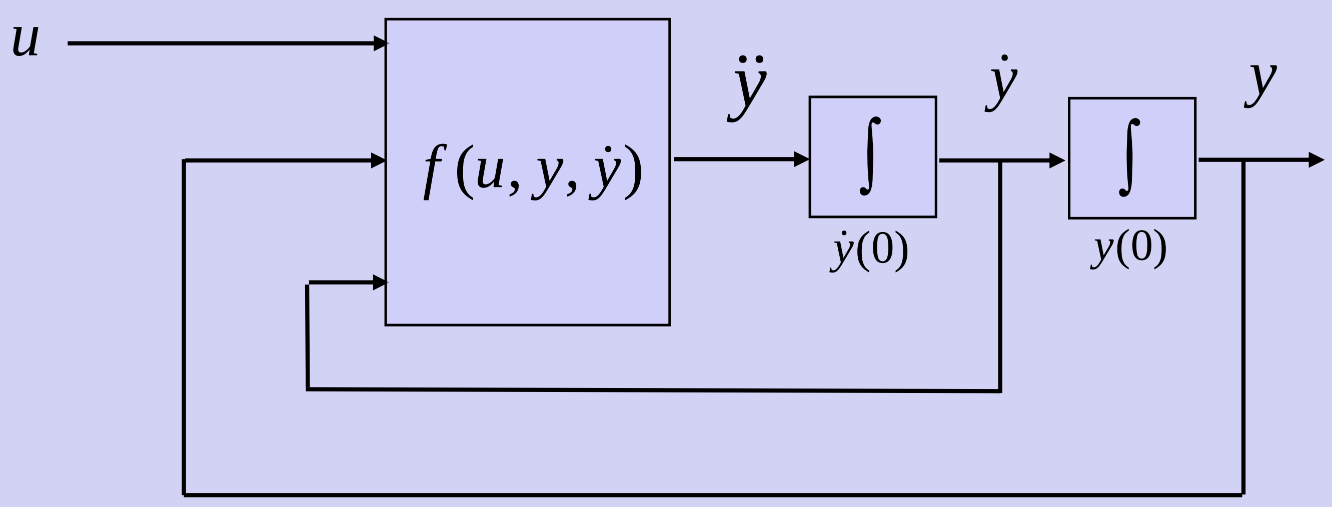
Zustandsgrößen $y, \ \dot{y}, \ \ddot{y}, \ .....$ umwandenln in $\Delta y, \ \Delta\dot{y}, \ \Delta\ddot{y}, \ .....$

Zeitveränderliche Eingangsgrößen $u_1, \ u_2, \ ....$ umwandeln in $\Delta u_1, \ \Delta u_2, \ ....$

Konstante Eingangsgrößen streichen.

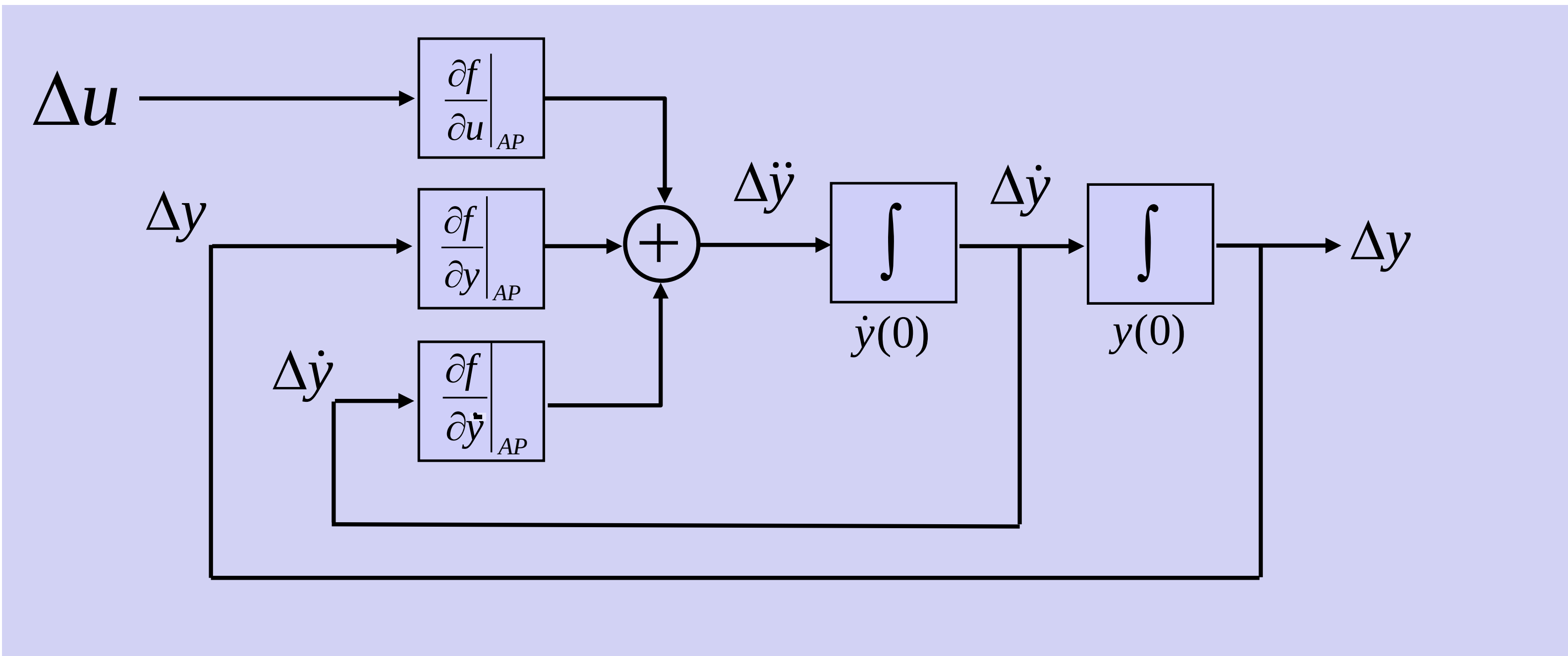
Reaktion einer nichtlinearen DGL auf Änderungen um die Ruhelage (=AP)

Frage: Wie reagiert eine nichtlineare Differentialgleichung auf eine (kleine) Änderung um die Ruhelage (=AP)?

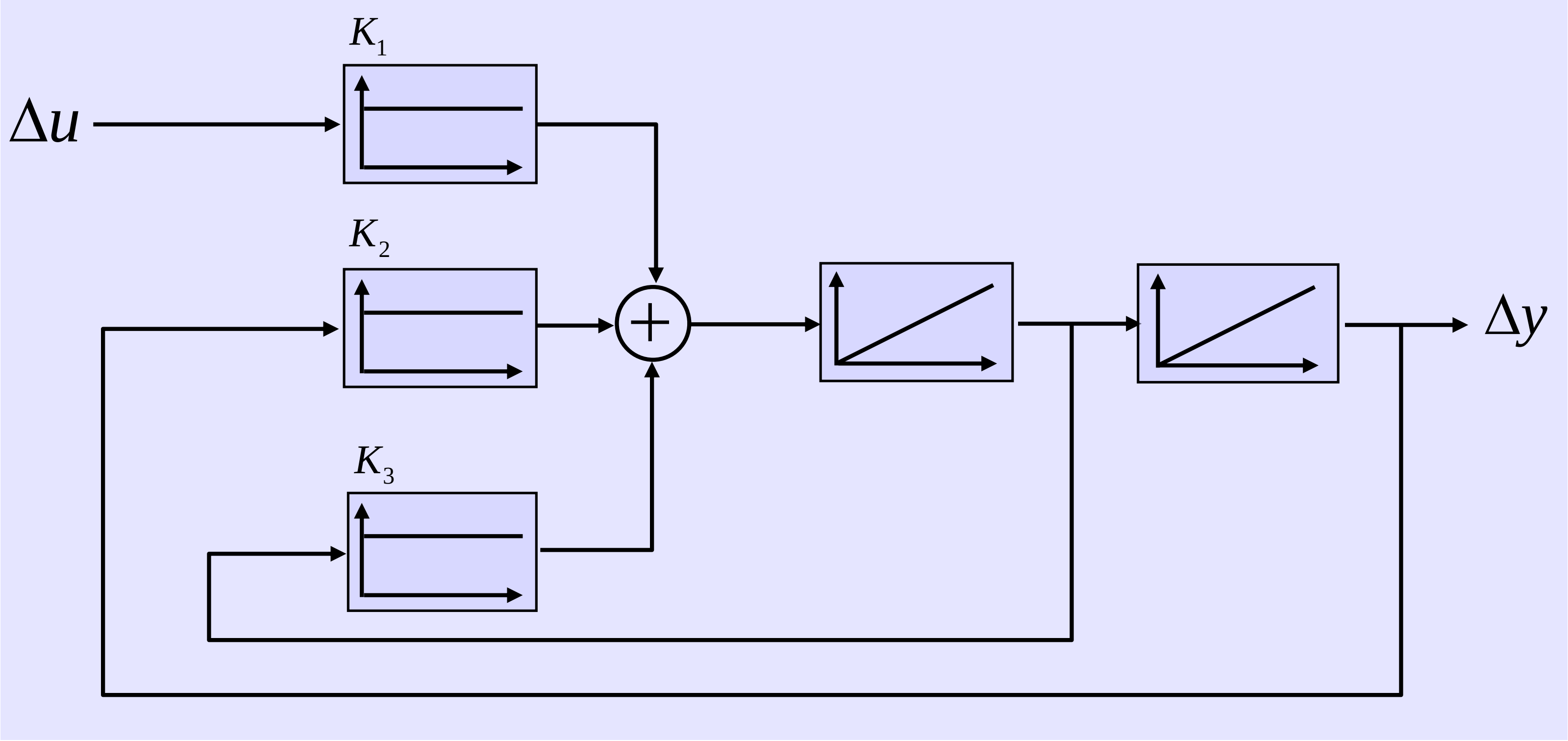


$$\ddot{y} = f(u, y, \dot{y})$$

Analog zu den bisherigen Überlegungen gilt für kleine Änderungen um die Ruhelage (=AP):



Darstellung der um den Arbeitspunkt linearisierten Diffenentialgleichung in regelungstechnischer Art mit Übertragungsblöcken:



Mit : $K_1 = \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{AP}$ $\quad K_2 = \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{AP}$ $\quad K_3 = \left.\frac{\partial f}{\partial \dot{y}}\right|_{AP}$

In den linearisierten Strukturbildern wird das vorangestellte Δ meist weggelassen !!

ÜBUNG: Linearisieren einer nichtlinearen DGL 1

Die Erwärmung eines Körpers in einem Strahlungsofen werde durch folgende DGL beschrieben:

$$\dot{y} = -K \cdot y^4(t) + K \cdot u^4(t)$$

mit u(t) : Ofentemperatur
y(t) : Körpertemperatur
K : Konstante

a) Skizzieren Sie das nichtlineare Ofenmodell.

b) Jetzt soll das System um den stationären Betriebspunkt u_0 und y_0 linearisiert werden. Geben Sie die linearisierte Systemgleichung an.

c) Zeichnen Sie das linearisierte Ofenmodell.

d) Diskutieren Sie die Anwendbarkeit.

ÜBUNG: Linearisieren einer nichtlinearen DGL 2

Gegeben sei die folgende nichtlineare Differentialgleichung:

$$\ddot{y} = -1000 \cdot y \; - \; 20 \cdot \dot{y} \; - \; 10000 \cdot y \cdot \dot{y} \; + \; u(t)$$

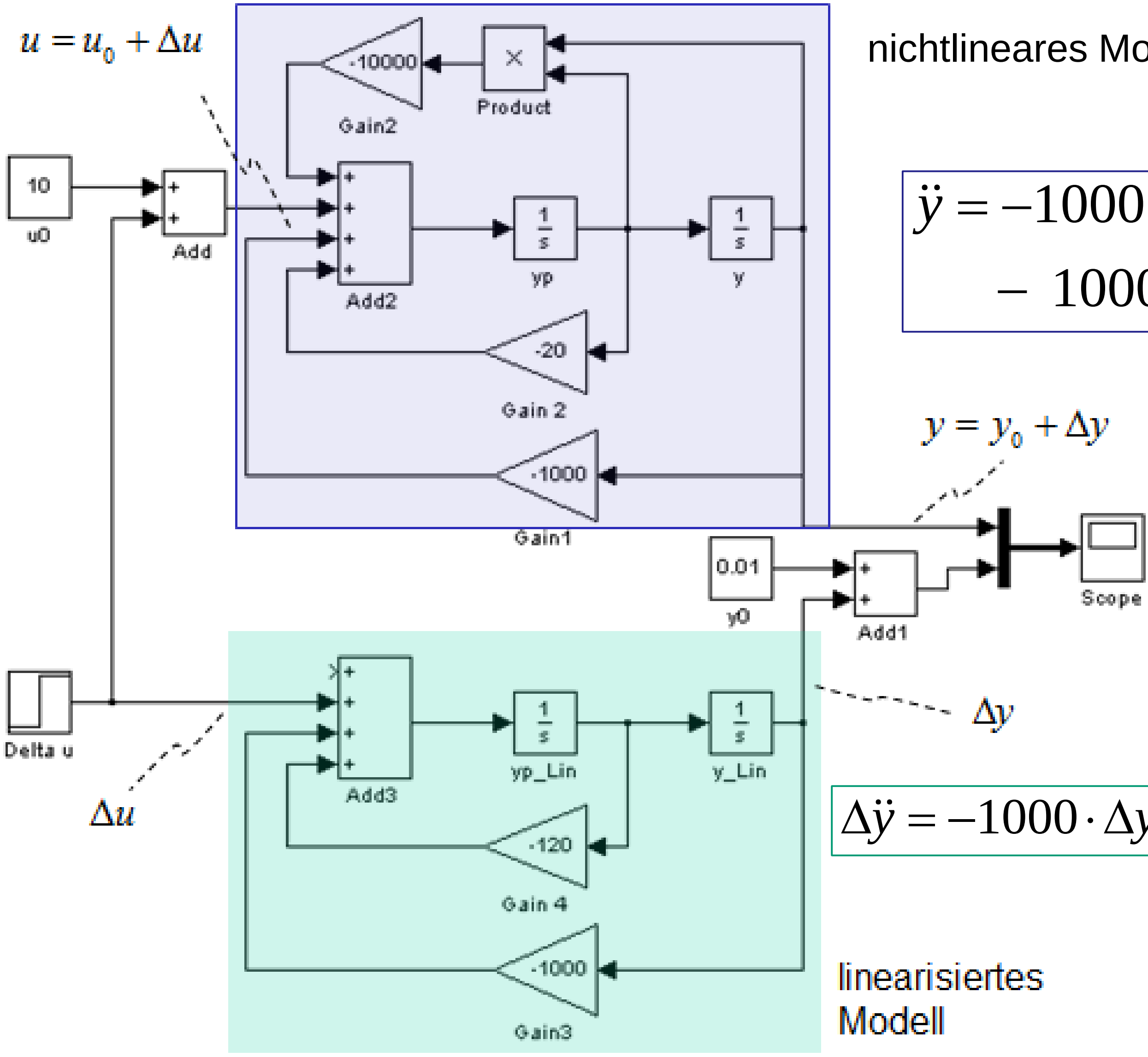
a) Zeichnen Sie das Analogrechnermodell der Differentialgleichung.

b) Linearisieren Sie die Differentialgleichung um den Punkt u_0=10.
Zeichnen Sie jetzt das (linearisierte) Analogrechnermodell.
Unter welchen Bedingungen gilt die Linearisierung?

c) Vergleichen Sie beide Lösungen mit Simulink.

nichtlineares Modell

$$\ddot{y} = -1000 \cdot y \; - \; 20 \cdot \dot{y} \; - \; 10000 \cdot y \cdot \dot{y} \; + \; u(t)$$



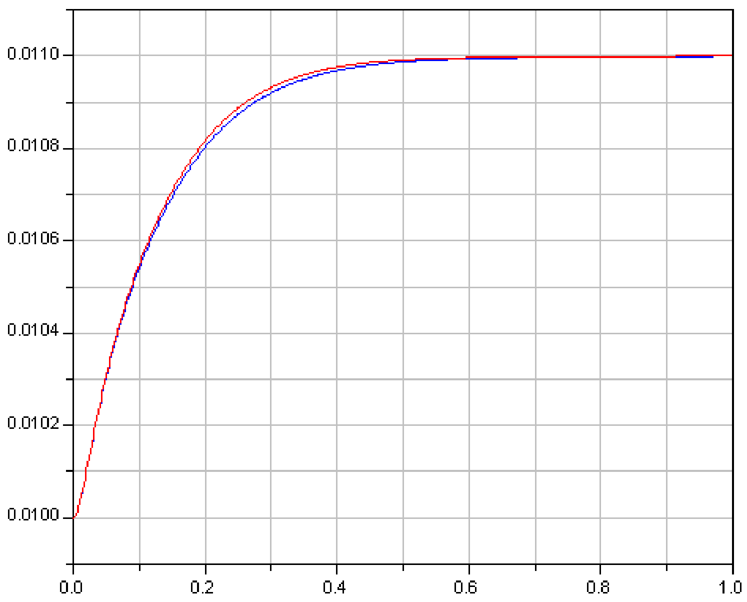
$$\Delta\ddot{y} = -1000 \cdot \Delta y - 120 \cdot \Delta\dot{y} + \Delta u(t)$$

linearisiertes Modell

Vergleich der Lösungen

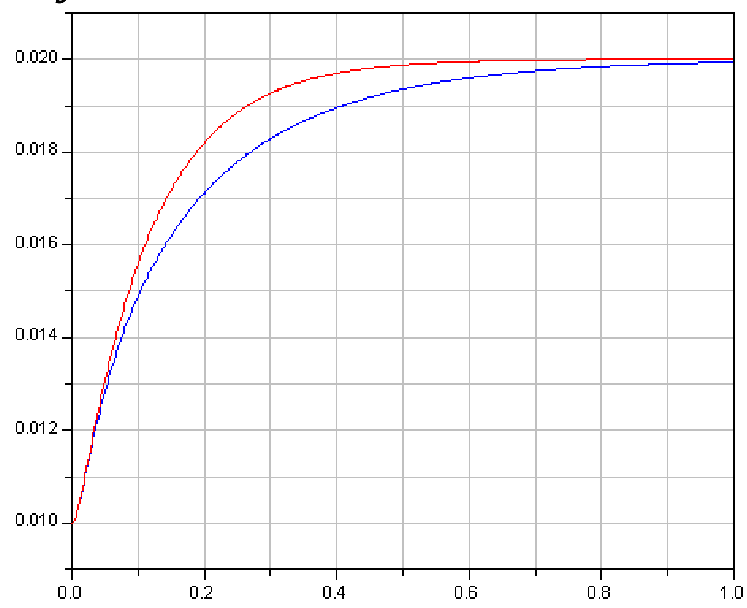
$u_0 = 10,\ \Delta u = 1$

y



$u_0 = 10,\ \Delta u = 10$

y



nichtlineares Modell

lineares Modell

Zusammenfassung: Übertragungsblöcke

Komplexe Systeme können aus mehreren Übertragungsblöcken mit eindeutiger Wirkungsrichtung (Ursache → Wirkung) zusammengesetzt werden.

Ein System wird so in Übertragungsblöcke zerlegt, dass alle Übertragungsblöcke rückwirkungsfrei sind.

Übertragungsblöcke werden durch ihre Reaktion auf einen Eingangssprung (im gewählten Arbeitspunkt) beschrieben. → Sprungantwort

Das Verhalten eines Übertragungsglieds ist experimentell bestimmbar (z.B. Sprungantwort) oder aus der Funktion/DGL des Systems herleitbar.

Übertragungsblöcke beschreiben (nur) die **Änderung** des Ausgangssignals als Reaktion auf eine **Änderung** des Eingangssignals im gewählten Arbeitspunkt.

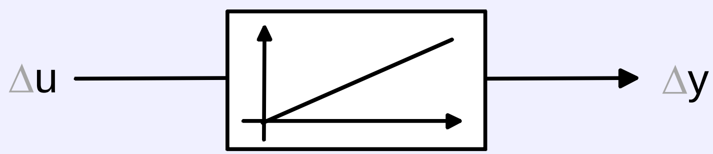
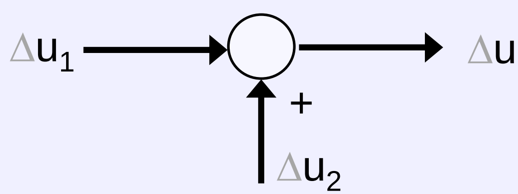
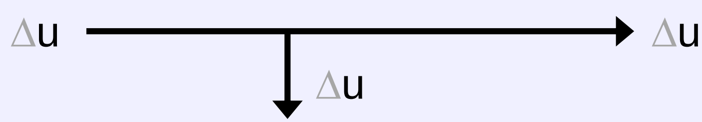
Nichtlineare Funktionen oder DGLn werden um den Arbeitspunkt linearisiert. Übertragungsblöcke repräsentieren also linearisierte Funktion oder Differentialgleichungen.

Übertragungsblöcke sind meist einheitenfrei (folgt gleich).

7.1.2.5 Wirkungsplan

Zweck: Darstellung des Zusammenspiels der Übertragungsblöcke eines Systems.

Beschreibungselemente:

Wirkungslinie		Verbindung zwischen den Böcken
Block		**rückwirkungsfrei**, d.h. die Ausgangsgröße hat keinen Einfluss auf die Eingangsgröße, **linearisiert** um den Arbeitspunkt.
Addition		$\Delta u = \Delta u_1 + \Delta u_2$
Verzweigung		

Das Δ wird üblicherweise weggelassen.

ÜBUNG: Übertragungsblöcke und Wirkungsplan

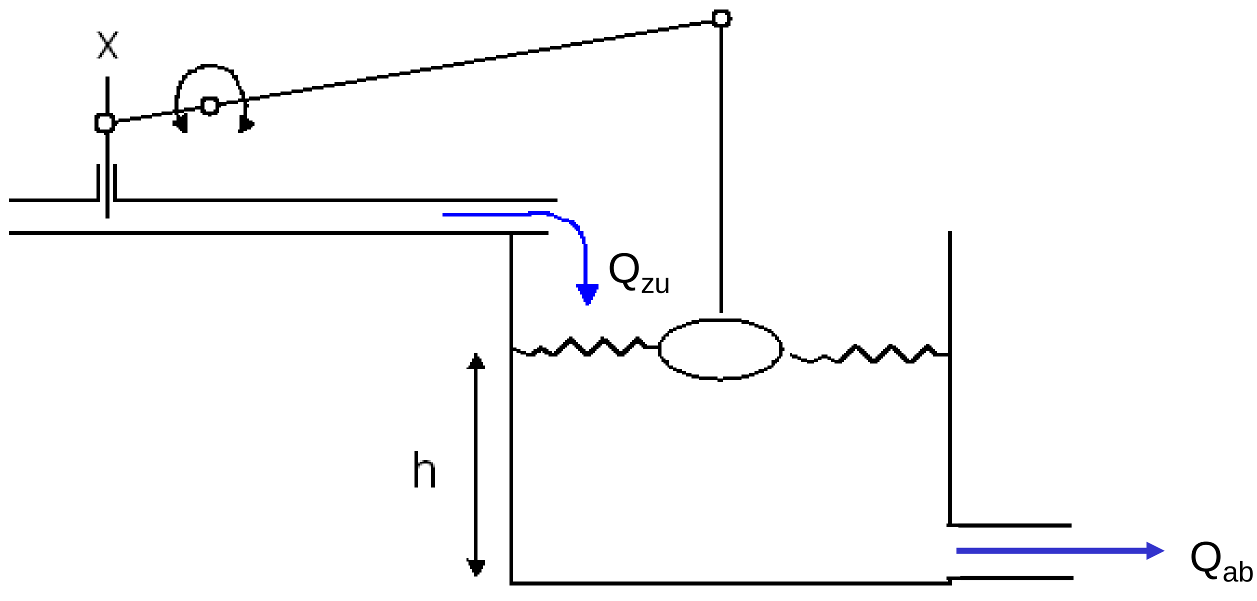
Gegeben ist ein geregelter Tank, dem unterschiedliche Wassermengen Q_{ab} entnommen werden. Davon abhängig stellt sich die Höhe h ein.

a) Geben Sie die Differentialgleichung des Systems an (mit h als abh. Variable).

b) Geben Sie die Gleichgewichtsgrößen an (Arbeitspunkt).

c) Geben Sie zu diesem geregelten System den Wirkungsplan für die Änderung aus der Ruhelage an.

d) Geben Sie die DGL des Systems für die Änderung aus der Ruhelage an



7.1.2.6 Normierung = von den Einheiten befreien

Sinn und Zweck

In den ersten Entwürfen von Strukturbildern sind die auftretenden Größen i.Allg. dimensionsbehaftet.

Die weitere Behandlung ist wesentlich einfacher, wenn das Strukturbild durch eine ***Normierung*** von den Einheiten befreit wird.

Hierzu werden die im System auftretenden Größen auf frei festlegbare Bezugsgrößen normiert.

Vorteile der normierten Darstellung:

- normierte Systeme sind besser vergleichbar und unabhängig vom Anwendungsbereich,
- die Gleichungen sind dimensionslos und damit einfacher
- der Wirkungsplan wird einfach und übersichtlich

Größengleichungen

Gleichungen werden üblicherweise als *Größengleichungen* angegeben.

Darin ist jedes Formelzeichen G das Produkt aus

→ Zahlenwert $\hat{G}$ und

→ Einheit $[G]$

$$\underbrace{G = \hat{G}}_{\text{Zahlenwert}} \cdot \underbrace{[G]}_{\text{Einheit}}$$

Größengleichungen <u>gelten immer</u> und sind <u>unabhängig von der gewählten Einheit</u>:

Beispiel: $F = m \cdot a$ weiter sei : $m = 5g$ und $a = 10 \frac{m}{s^2}$

$$F = 5g \cdot 10 \frac{m}{s^2} = 0.005kg \cdot 10 \frac{m}{s^2} = 0.05 \frac{kg \cdot m}{s^2} = 0.05N$$

Normierung

Da Größengleichungen immer gelten, können anstelle der bisher gewählten SI-Einheiten auch Wunscheinheiten eingesetzt werden.

Somit kann G man ersetzen: $\boxed{G = \hat{G} \cdot G_N}$ mit $\hat{G}$: Zahlenwert, G_N : Wunscheinheit

Dabei ist zu beachten, dass die normierte Form der Gleichung nur in Verbindung mit den Bezugseinheiten gilt (muss man sich merken).

Beispiel: $\boxed{F = m \cdot a}$ wird mit den Bezugseinheiten

$$F_N = 1\frac{kg \cdot m}{s^2}$$
$$m_N = 1g$$
$$a_N = 1mm/s^2$$

$$\boxed{\hat{F} \cdot F_N = \hat{m} \cdot m_N \cdot \hat{a} \cdot a_N}$$

$$\boxed{\hat{F} = \hat{m} \cdot \hat{a} \cdot \frac{m_N \cdot a_N}{F_N} = \hat{m} \cdot \hat{a} \cdot \frac{g \cdot mm \cdot \cancel{s^2}}{\cancel{s^2} \cdot kg \cdot m} = \hat{m} \cdot \hat{a} \cdot 10^{-6}}$$

Besonders einfacher Spezialfall – alle Größen sind SI-Einheiten

Sind die Einheiten aller Größen in SI-Einheiten gegeben, dann erhält man die normierte Gleichung direkt durch die Ersetzung:

$$\boxed{G \rightarrow \hat{G}}$$

Grund: Die Einheiten links und rechts vom Gleichheitszeichen sind gleich und können damit gekürzt werden.

Beispiel:

$$F = m \cdot a$$

$$\hat{F} \cdot F_N = \hat{m} \cdot m_N \cdot \hat{a} \cdot a_N$$

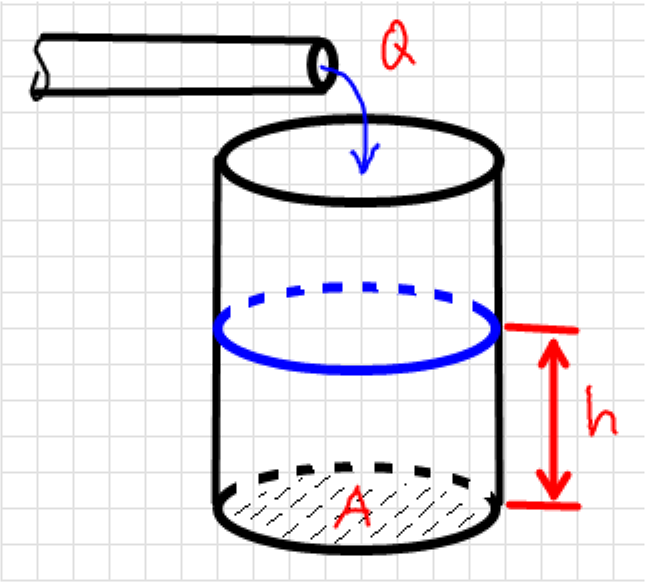
$$\hat{F} \cdot \cancel{\frac{kg \cdot m}{s^2}} = \hat{m} \cdot \cancel{kg} \cdot \hat{a} \cdot \cancel{\frac{m}{s^2}} \quad \Rightarrow \quad \hat{F} = \hat{m} \cdot \hat{a}$$

Wunscheinheiten = SI-Einheiten

ÜBUNG: Normierung von Funktionsvariablen

Gegeben ist folgende Formel: $\boxed{h = \frac{Q}{A} \cdot t}$

Q und A seien konstant.



<u>Bezugsgrößen</u>:

$\boxed{h_N = 1cm}$

$\boxed{t_N = s}$

Geben Sie für die Konstanten die normierte Gleichung an : $Q = 2\,{}^{l}\!/_{s}$ $A = 4 \cdot 10^4\,mm^2$

ÜBUNG: Normierung von Übertragungsblöcken

Normieren Sie alle Größen des folgenden Systems auf $x_N = 150mm$ $u_N = 7.5V$

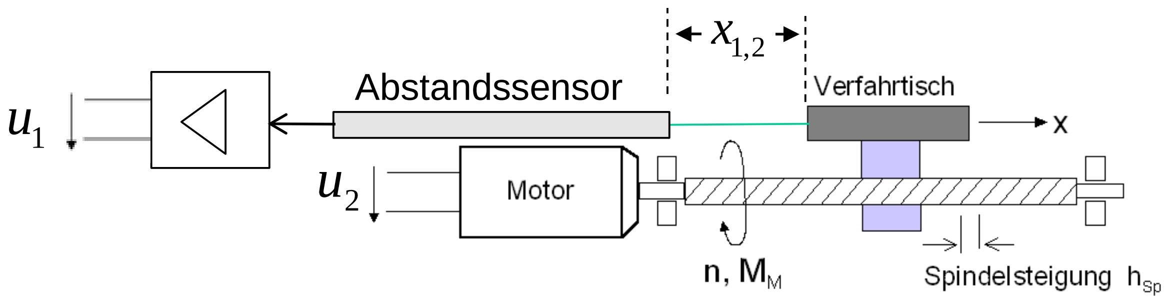
1. Gegeben ist ein Abstandssensor mit der Empfindlichkeit : $K_1 = 0.05 \frac{V}{mm}$

---

2. Gegeben ist ein Linearantrieb. Die Geschwindigkeit des Linearantriebs ist (linear) von der Eingangsspannung abhängig : $K_2 = 20 \frac{mm/s}{V} = 20 \frac{mm}{Vs}$

---

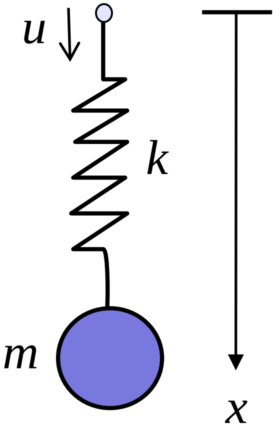
3. Schalten Sie die Blöcke (2) → (1) hintereinander.



ÜBUNG: Normierung eines dynamischen Systems (DGL)

Gegeben ist das System:

$$k = 0.2\frac{N}{cm} \qquad m = 200g \qquad l_0 = 100mm$$



a. Geben Sie die DGL des Systems an.

b. Geben Sie die Ruhelage des Systems an.

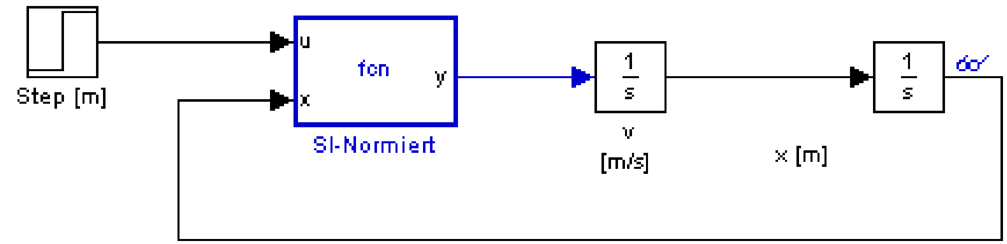
c. Geben Sie die DGL für eine Änderung u aus der Ruhelage an.

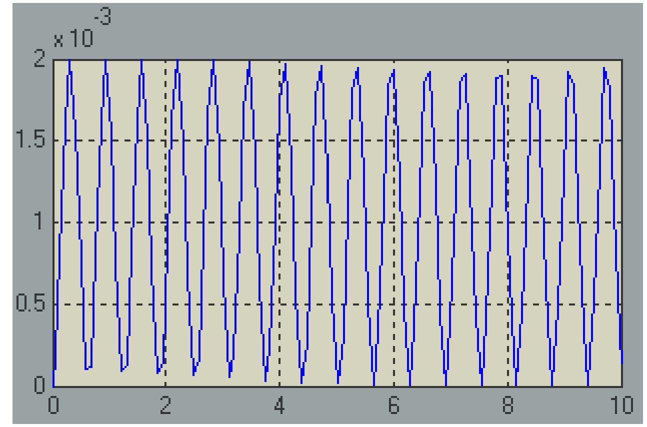
d. Wie lautet die normierte DGL aus (c), wenn alle Bezugsgrößen SI-Einheiten sind ?

e. Wie lautet die normierte DGL aus (c), wenn die Bezugsgrößen wie folgt festgelegt sind:

$$u_N = x_N = 1cm \qquad v_N = 1\tfrac{m}{s} \qquad a_N = 1\tfrac{m}{s^2}$$

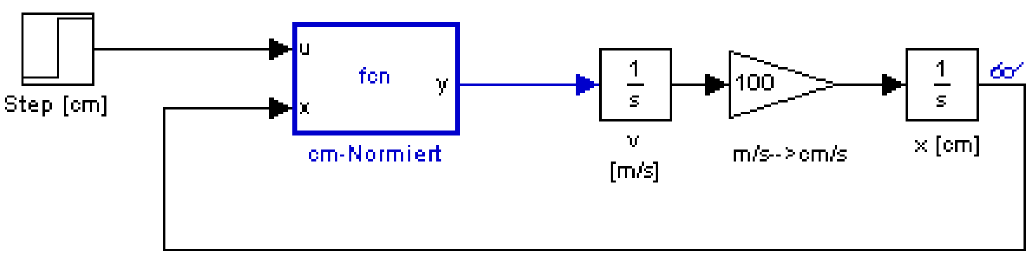
SI-Normierung

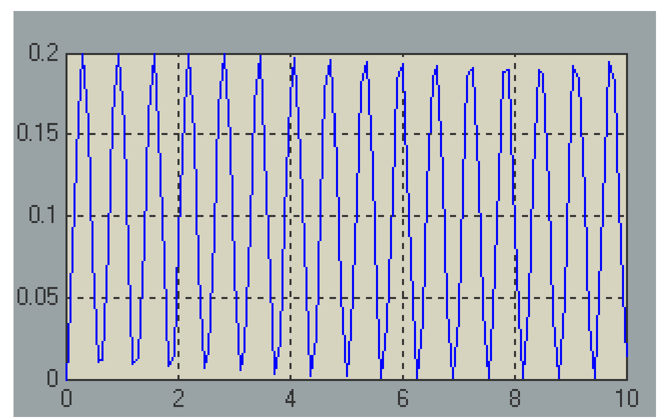





```
function y = fcn(u,x)
y = 100*(-x+u);
```

Normierung nach e)






```
function y = fcn(u,x)
y = -x+u;
```

7.1.2.7 Systemidentifikation anhand der Sprungantwort

Das Verhalten von Übertragungsblöcken kann auf verschiedene Weisen bestimmt werden:

a) **Experimentell**, z.B. durch Messen der Sprungantwort.

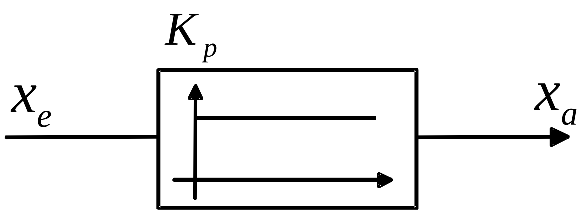
b) **Analytisch**, z.B. durch Aufstellen der Differentialgleichung anhand der bekannten Gesetze (physikal., ökonom., chem., ….).

Zur Beschreibung des Blocks wird ein Sprung auf den Systemeingang gegeben und der Zeitverlauf des Ausgangswertes ausgewertet.

Diese Art der Systemidentifikation ist besonders einfach, da nichts über die inneren Vorgänge im System bekannt sein muss.

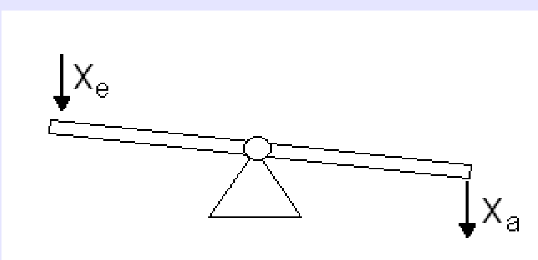
Proportional-Element ohne Verzögerung (P)

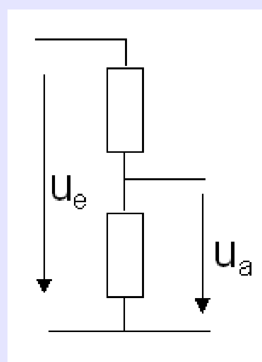
Gleichung: $x_a = K_p \cdot x_e$



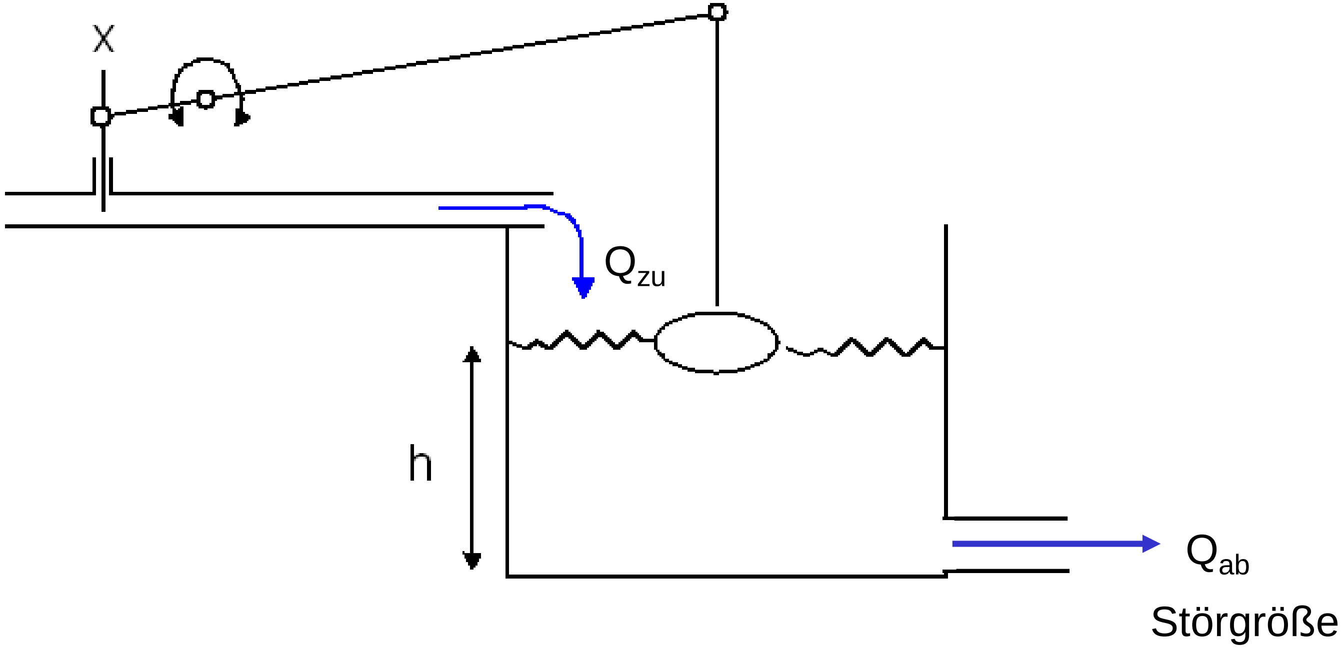
x_a / x_e Sprungantwort

Beispiele:





Übung: Proportionalelement



Hebt sich der Schwimmer (im Arbeitspunkt) um 20mm so ändert sich der Durchfluss des Ventils um 0.8l/s.

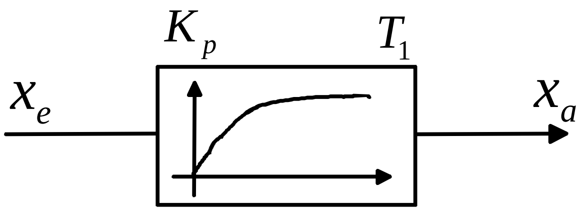
Geben Sie K der Schwimmer-Ventil-Anordnung an.

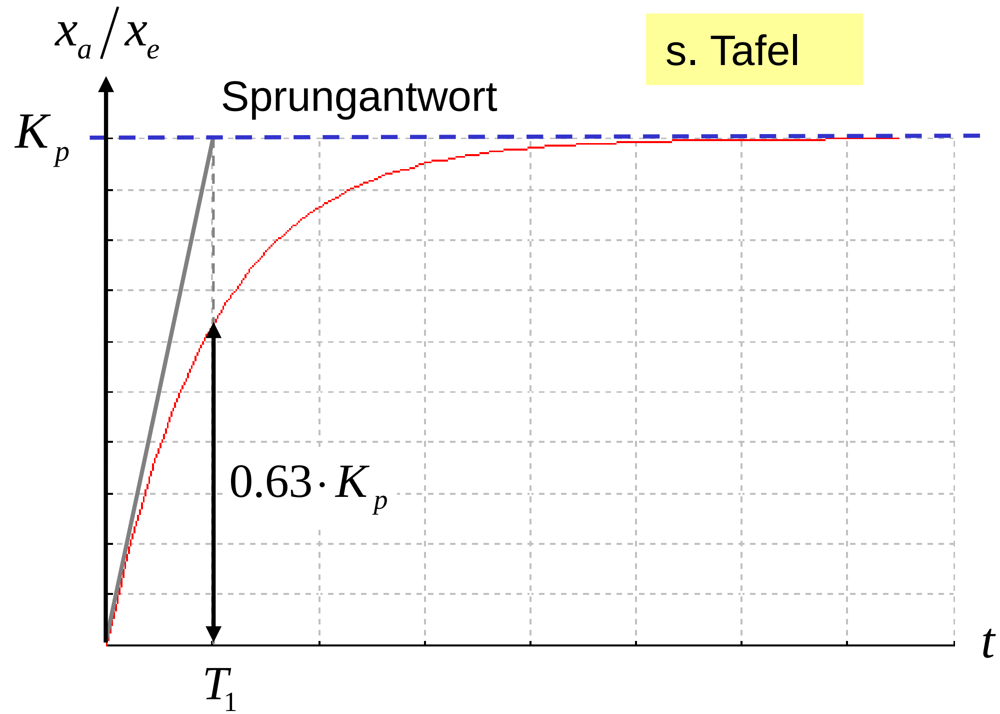
Proportional-Element mit Verzögerung 1. Ordnung (PT1)

s. Tafel

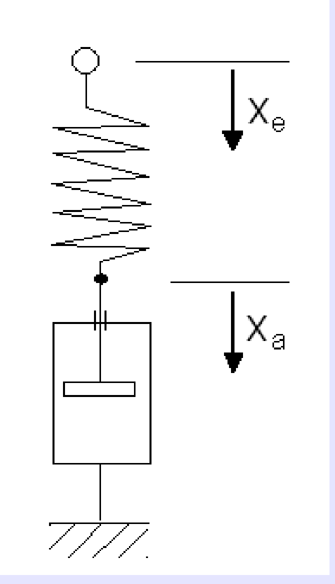
Differentialgleichung

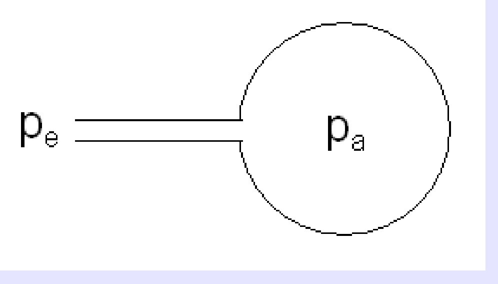
$$T_1 \cdot \dot{x}_a + x_a = K_p \cdot x_e$$

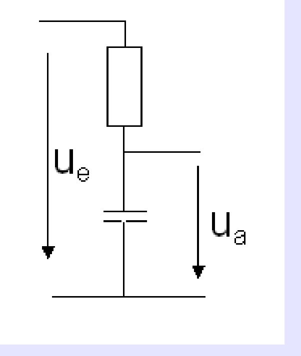




Beispiele:

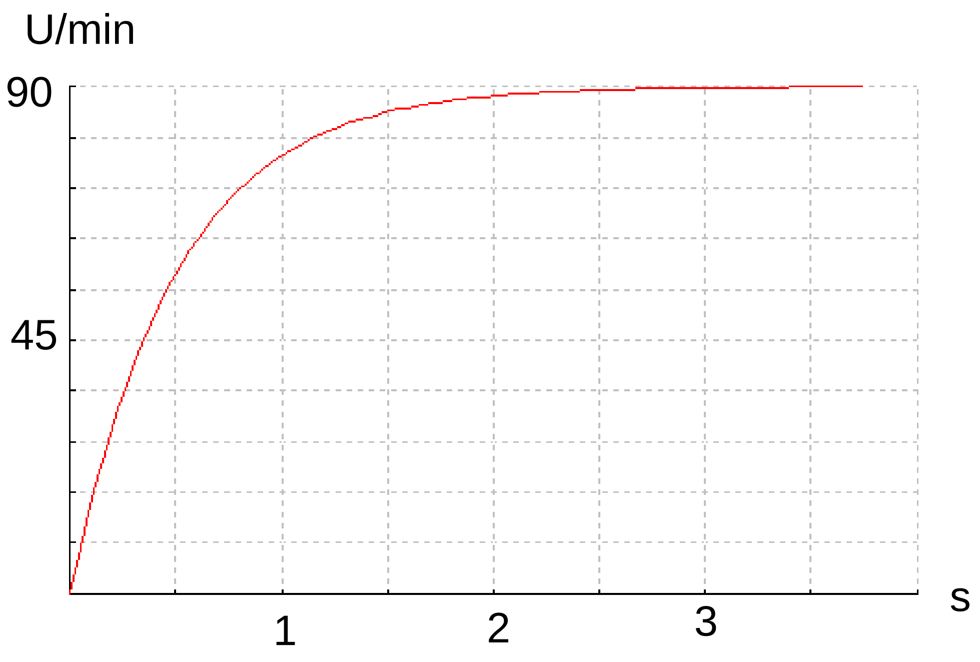






Übung: Verzögerungsglied 1. Ordnung

Ein Gleichstrommotor arbeitet in seinem Arbeitspunkt (1800U/min, U=10V).
Jetzt wird die Betriebsspannung sprungartig um 0.5V erhöht.
Die gemessene Drehzahländerung hat folgenden Zeitverlauf:



Geben Sie die normierte Differentialgleichung an.
Bezugsgrößen sind die folgenden Einheiten: $t_N = 1s \quad u_N = 1V \quad n_N = 1s^{-1}$

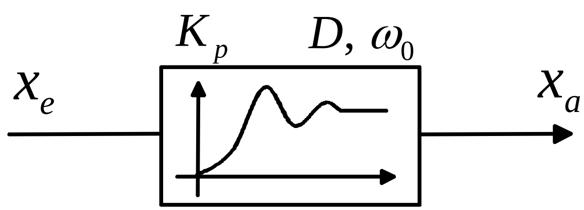
Proportional-Element mit Verzögerung 2. Ordnung mit Überschwingen (PT2)

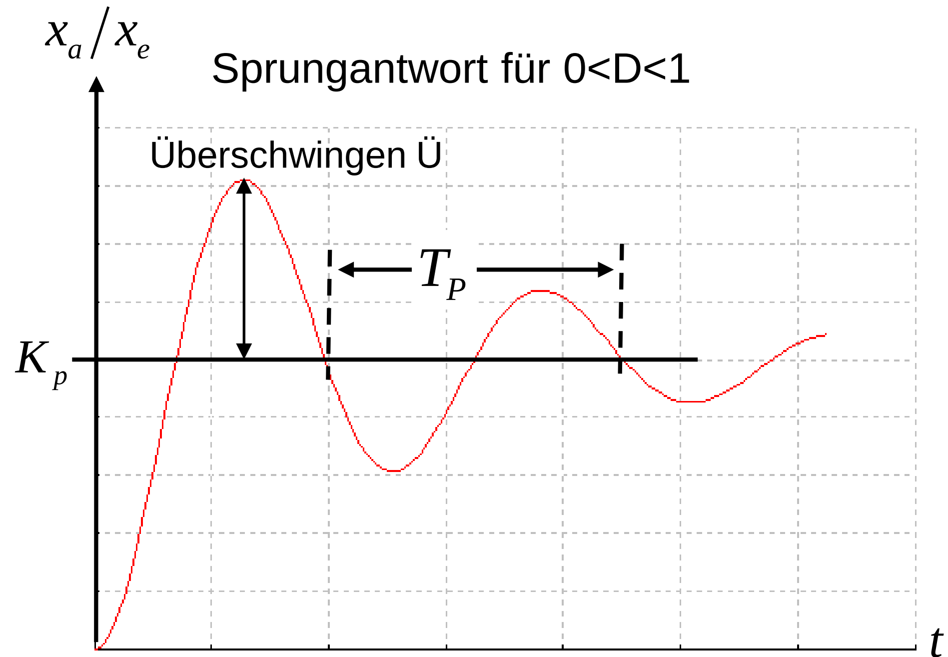
Differentialgleichung

$$\frac{1}{\omega_0^2} \cdot \ddot{x}_a + \frac{2D}{\omega_0} \dot{x}_a + x_a = K_p \cdot x_e$$

D: Dämpfung

ω_0: Kennkreisfrequenz





Der Sprungantwort können verschiedene Kennwerte entnommen werden:

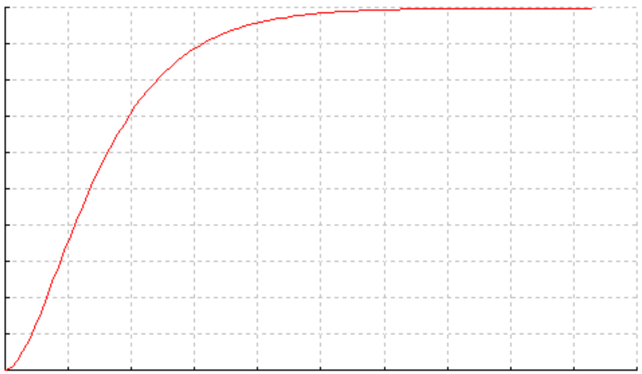
$$D = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\pi / \ln ü\right)^2}}$$ für 0<D<1

ü=Ü/Endwert

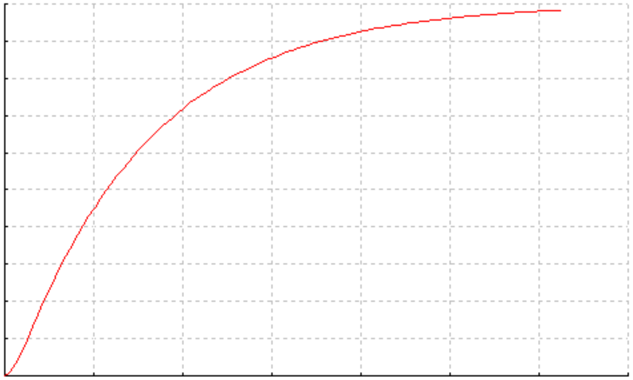
$$\omega_e = \frac{2\pi}{T_P}$$

$$\omega_0 = \frac{\omega_e}{\sqrt{1 - D^2}}$$

Sprungantwort für D=1
(*aperiodischer Grenzfall*)



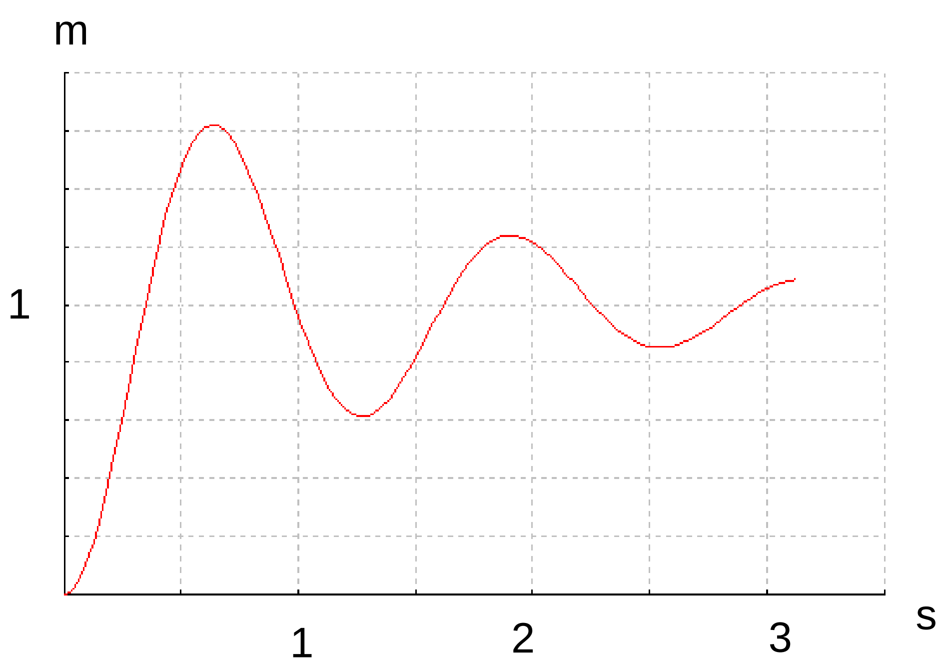
Sprungantwort für D>1
(*Kriechfall*)

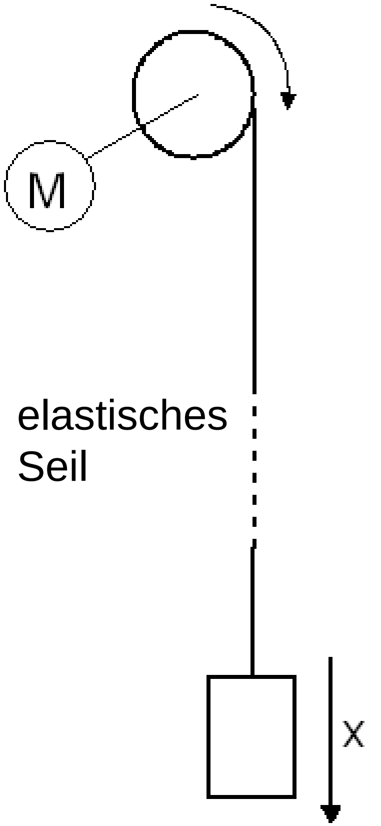


Sprungantwort für D=0
(*grenzstabiler Schwingfall*)

ÜBUNG: PT2-Glied (mit Überschwingen)

Ein System reagiert auf eine sprungf. 1/5-Drehung der Seiltrommel mit der angegebenen Sprungantwort. Beispiel: Förderkorb an einem langen, elastischen Seil.





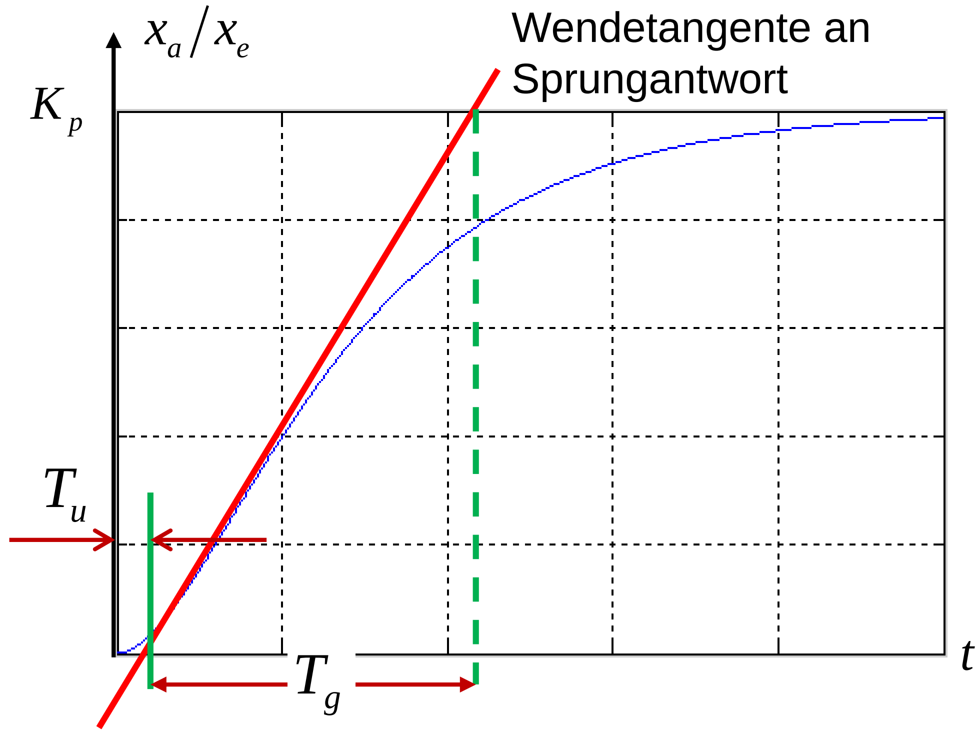
Geben Sie die normierte System an.
Bezugsgrößen sind die Einheiten: m und s

Proportional-Element mit Verzögerung 2. Ordnung ohne Überschwingen (PT2)

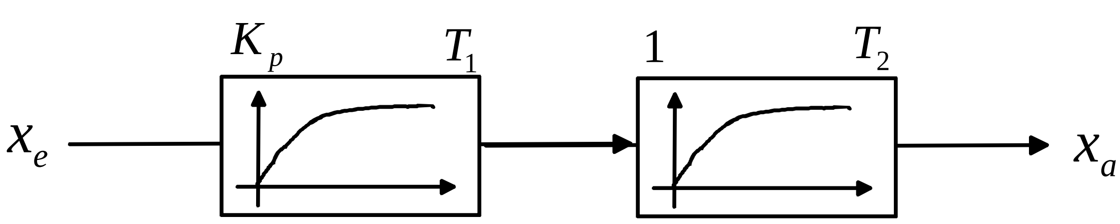
Zwei in Reihe geschaltete PT1-Elemente bilden ein nicht überschwingendes PT2-Element.

Die Zeitkonstanten T_1 und T_2 können über die Wendetangente bestimmt werden.

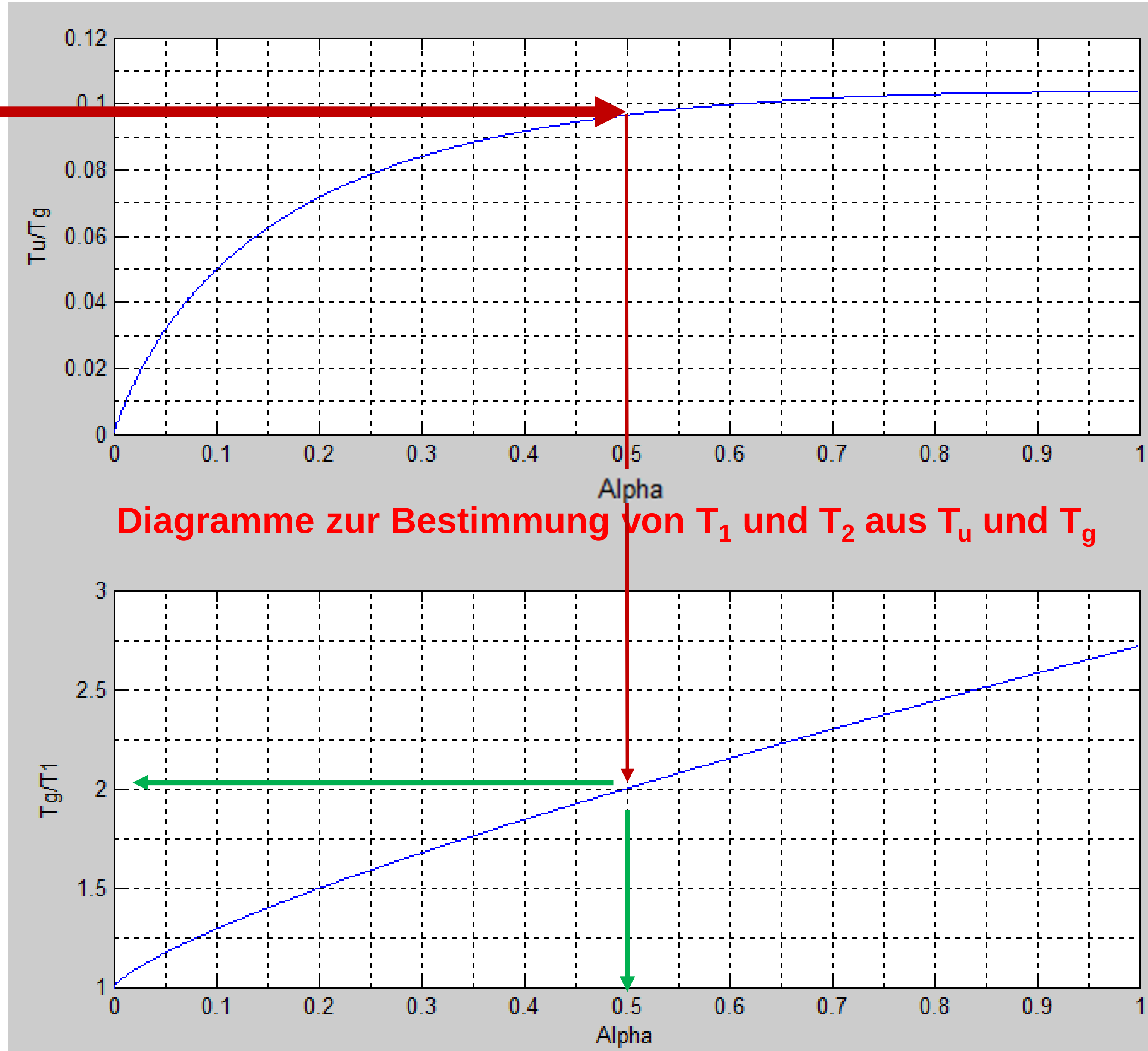
1. T_u und T_g ablesen
2. Mit Diagramm (nä. Seite) T_g/T_1 bestimmen. → T_1
3. $T_2 = \alpha \cdot T_1$ → T_2



Damit sind die Parameter des Systems (s.u.) bestimmt:



$$\frac{T_u}{T_g}$$



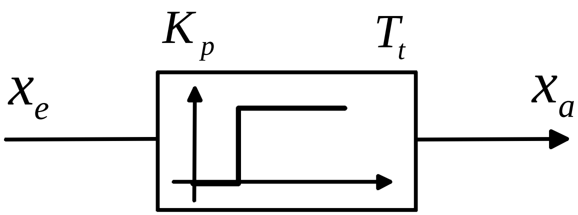
$$T_1$$

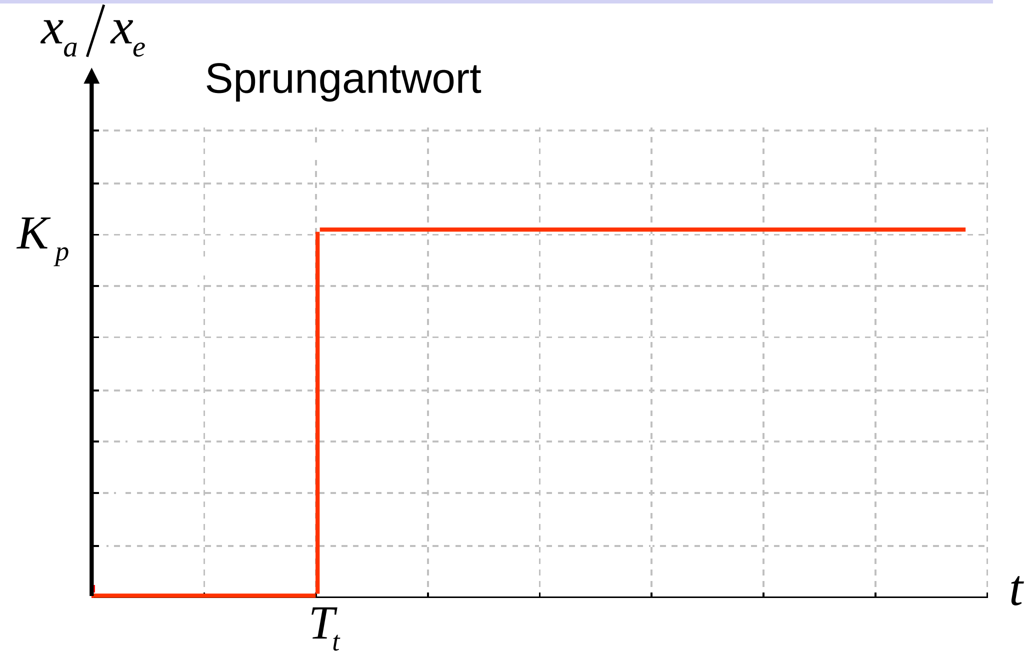
$$T_2 = \alpha \cdot T_1$$

Totzeitelement (PTt)

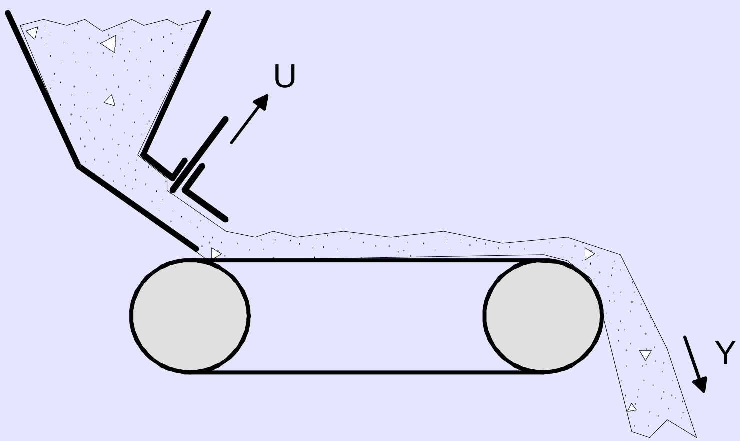
Gleichung

$$x_a = K_p \cdot x_e(t - T_t)$$





Beispiel:

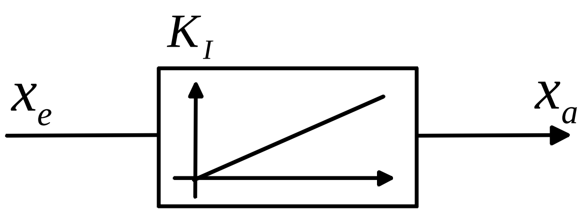


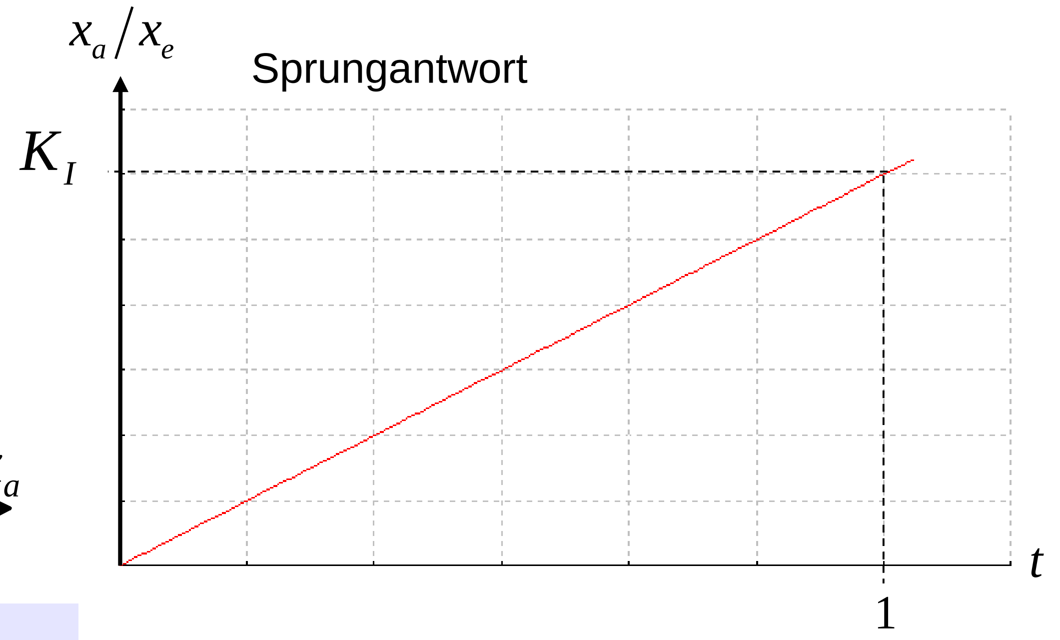
Integral-Element ohne Verzögerung = Systeme ohne Ausgleich (I)

Gleichung

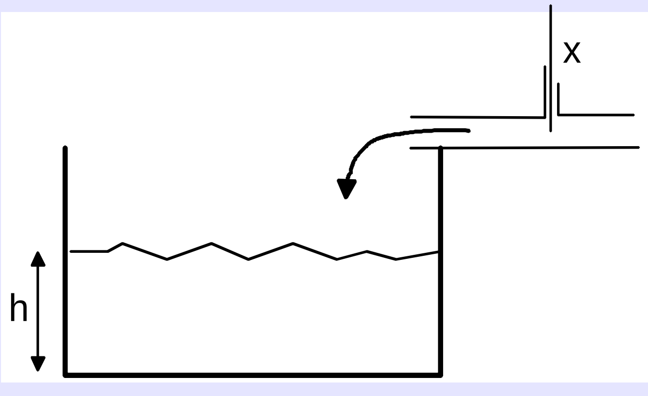
$$x_a = K_I \cdot \int_0^t x_e(\tau)d\tau$$

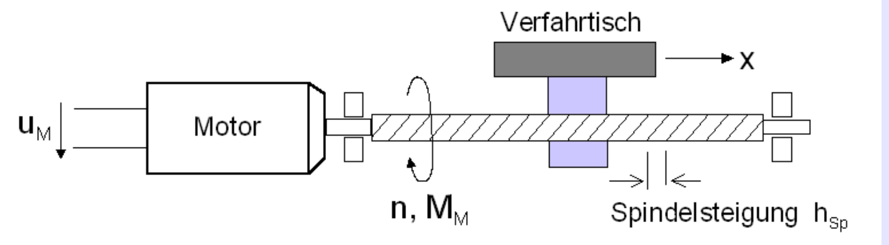
oder $\dot{x}_a = K_I \cdot x_e$





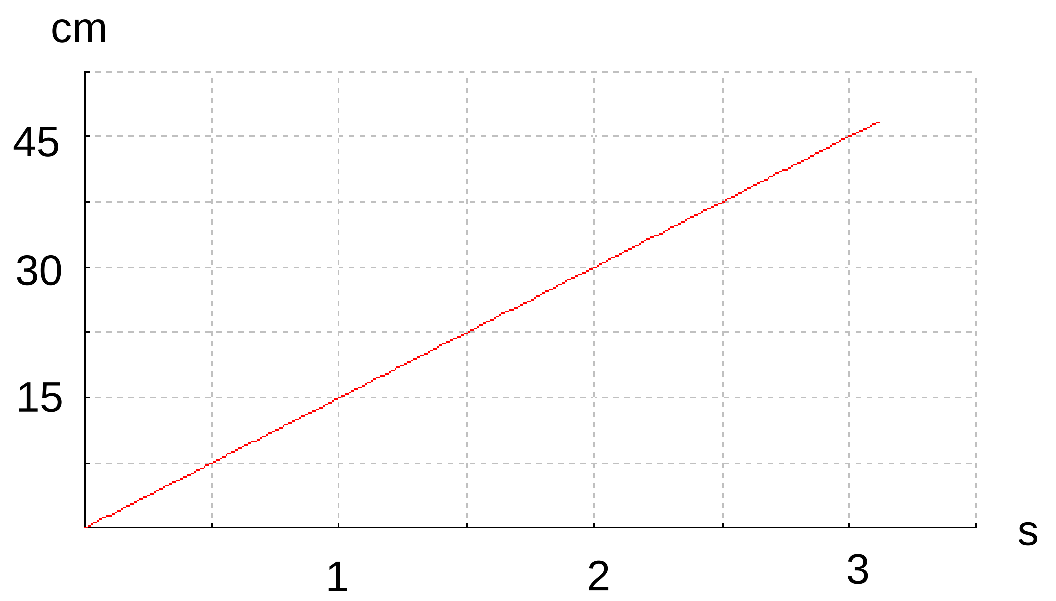
Beispiele:





Übung: Strecke ohne Ausgleich 1. Ordnung

Beim Anlegen einer Spannung von 10V fährt ein Verfahrtisch ein Weg von 45cm in 3s (s. Diagramm).



Geben Sie die normierte Gleichung des Systems an.

Bezugsgrößen sind die folgenden Einheiten: $t_N = 1s \quad u_N = 1V \quad x_N = 1mm$