Name	Matrikel-Nummer

Montag, den 02.02.2011 **Prof. Dr.-Ing. Andreas Meisel**

Klausur "Modellierung (MT)"

Hinweise:

1.) Tragen Sie auf den Lösungsblättern Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer ein.

2.) Zusätzliche Lösungsblätter versehen Sie bitte mit **<u>Namen und Matrikelnummer</u>**.

3.) Vermerken Sie auf den Lösungsblättern die Aufgabennummer.

4.) Klausurdauer: **150 Minuten**

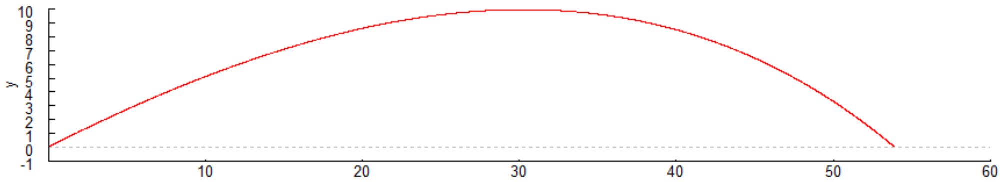
5.) **Erlaubte Hilfsmittel**:
- Ordner mit Unterlagen (Blätter abgeheftet),
- Taschenrechner.

Übersicht zur Bewertung der Aufgaben.

Aufgabe	Punkte	
01	**12**	
02	**10**	
03	**10**	
04	**8**	
05	**5**	
06	**7**	
07	**13**	
Punkte ≅	**65**	

Aufgabe 1: (Euler, Runge-Kutta) [12 Punkte]

Die Flugbahn eines Balls soll unter Berücksichtigung des Luftwiderstandes simuliert werden.



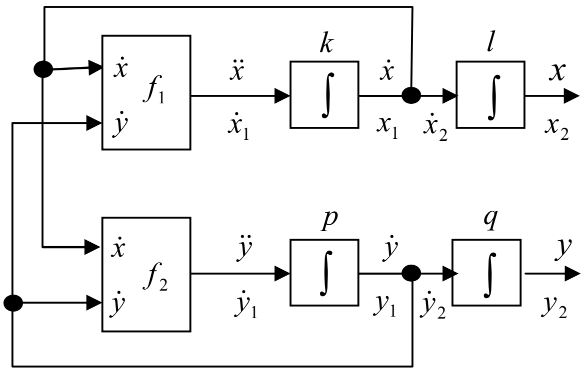
Die Flugbahn wir durch die folgenden Differentialgleichungen beschrieben.

$$\ddot{x} = -\frac{c}{m}\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \cdot \dot{x} \qquad x(0) = 0 \qquad \dot{x}(0) = 30\,\tfrac{m}{s}$$

$$\ddot{y} = -g - \frac{c}{m}\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \cdot \dot{y} \qquad y(0) = 0 \qquad \dot{y}(0) = 20\,\tfrac{m}{s}$$

Das Blockschaltbild mit den Bezeichnungen ist gegeben:

$$m = 0.45\,kg \qquad c = 0.006\,\tfrac{kg}{m}$$



a) Zerlegen Sie Differentialgleichungen in vier Differentialgleichungen 1. Ordnung.
Anm.: Verwenden Sie die Bezeichnungen aus der Zeichnung.

b) Geben Sie die Rekursionsgleichungen des Teilsystems $\dot{x}_1, \dot{x}_2$ nach Euler an.
Die Schrittweite sei h.

c) Geben Sie die Rekursionsgleichungen des Teilsystems $\dot{x}_1, \dot{x}_2$ nach Runge-Kutta (2. Ordng.) an. Die Schrittweite sei h.
Anm.: Verwenden Sie für die Zwischengrößen die Bezeichnungen aus der Zeichnung (k_1, k_2, l_1, l_2, …).

<u>Aufgabe 2:</u> (Linearisierung, Übertragungsfunktion) [10 Punkte]

Gegeben ist die folgende nichtlineare Differentialgleichung:

$$2\ddot{x} + 4x^2 \cdot \dot{x} - 8x \cdot \sin(x) + 16 = u^2(t) \qquad (1)$$

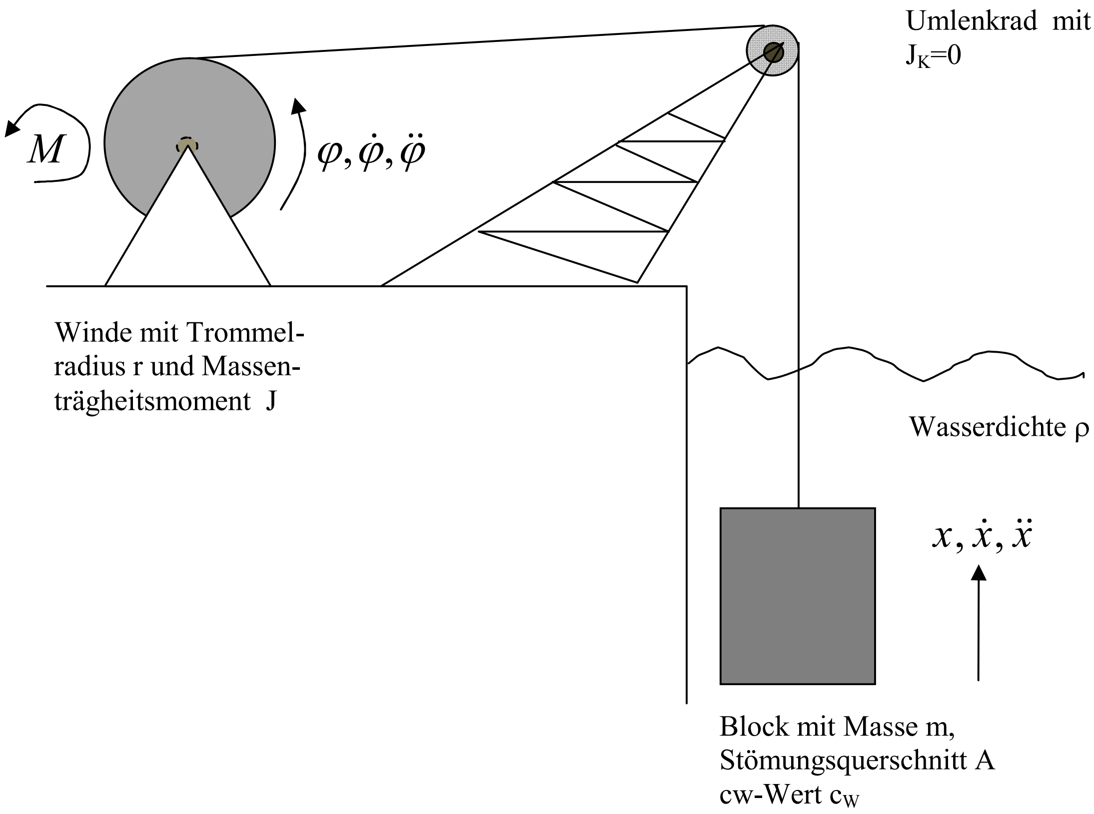
a) Zeichnen Sie das Blockschaltbild des nichtlinearen Systems (Funktion als Block).
b) Das System sei im stationären Zustand und es soll gelten: $x_A = \pi$ (Arbeitspunkt). Wie groß muss u_A sein?
c) Linearisieren Sie das System um den Arbeitspunkt $x_A = \pi$.

Angenommen die linearisierte DGL lautet $\ddot{x} + 20\dot{x} + 12x = 4u(t) \qquad (2)$

d) Geben Sie die Übertragungsfunktion des Systems (2) an.
e) Ist das System (2) stabil?

<u>Aufgabe 3:</u> (Physical modelling) [10 Punkte]

Ein Kran zieht einen schweren Block aus dem Wasser. Das Seil wird von einer Winde gezogen. Die Winde wird von einem Motor angetrieben, der ein konstantes Moment M an der Winde erzeugt. Bei der Modellierung ist der Strömungswiderstand zu berücksichtigen.



a) Schneiden Sie die Windentrommel und den Block frei und tragen Sie alle Kräfte an.
b) Geben Sie die Bewegungs-Differentialgleichung $\ddot{x} = f(M, \dot{x}, x)$ des Blocks an.

Aufgabe 4: (Partikelsysteme) [8 Punkte]

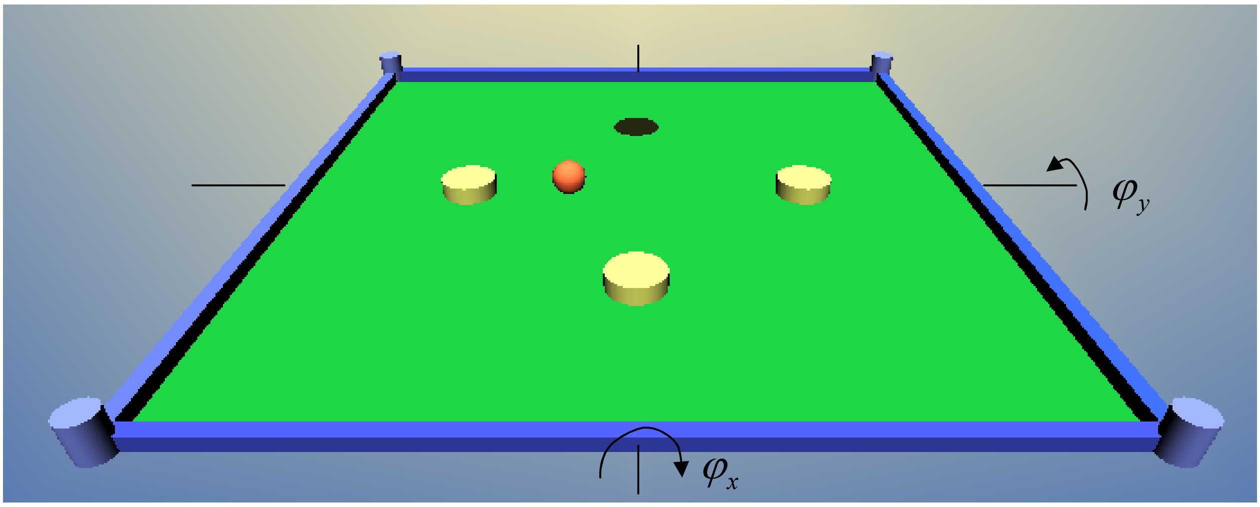
Auf einem Tablett-PC mit Neigungssensoren soll folgendes Spiel realisiert werden:

Gegeben ist ein ebenes Spielfeld. Durch leichtes neigen des PC um φ_x- und φ_y wird eine Eisenkugel auf dem Spielfeld bewegt. Ziel des Spiels ist es, die Kugel in die Zielöffnung (schwarz) zu bringen.

Die durch Verkippung erzeugte Kraft auf die Kugel wird beschrieben durch (SI-normiert): $\vec{F}_k = 7 \cdot m \cdot [\sin(\varphi_x), \sin(\varphi_y)]$

Damit das Spiel nicht zu einfach ist, befinden sich 3 zylinderförmige Hindernisse („Bumper“) auf dem Spielfeld. Unter den Bumpern sind Magnete, welche auf die Kugel eine anziehende Kraft ausüben (in Richtung des Bumperzentrums).
Für den Betrag der Kraft eines Magneten gilt:

$$F = \frac{A}{r}$$ mit A : Konstante
r : Abstand des Kugelzentrums zum Bumper-Zentrum

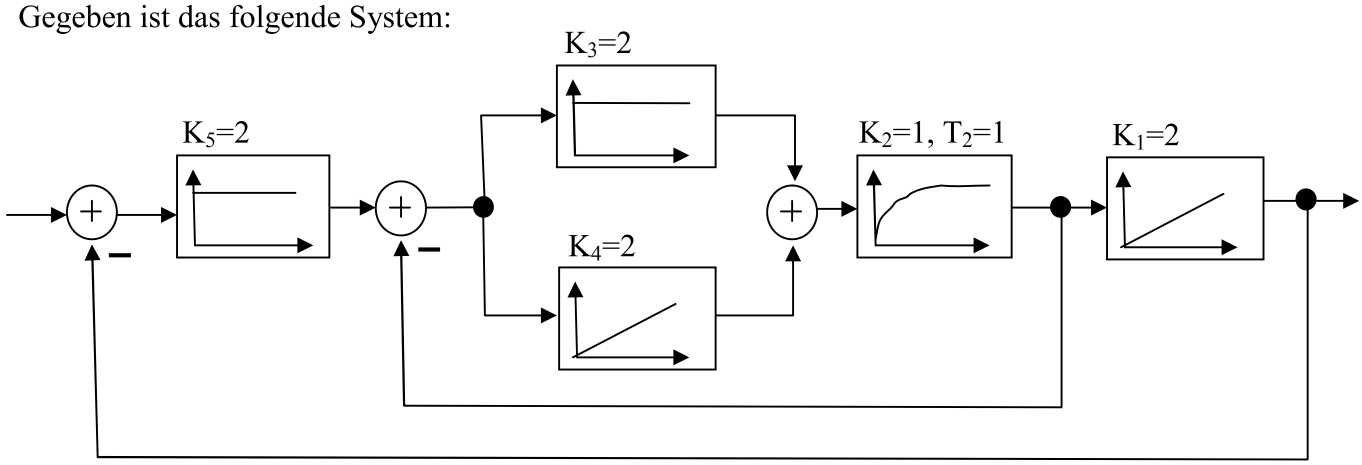


Die Bumper befinden sich an den Orten $\vec{x}_{B1}$, $\vec{x}_{B2}$ und $\vec{x}_{B3}$.

a) Geben Sie die Kraft $\vec{F}$ auf die Eisenkugel in vektorieller Form an (Skizze machen).
b) Geben Sie den Beschleunigungsvektor $\ddot{\vec{x}}$ der Kugel an.
c) Angenommen das Spielfeld (nicht der PC) ist unter Wasser, wie sieht der Vektor $\ddot{\vec{x}}$ dann aus?

<u>Aufgabe 5:</u> (Übertragungsfunktion) [5 Punkte]

Gegeben ist das folgende System:



Wie lautet die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems?

<u>Aufgabe 6:</u> (Stabilität) [7 Punkte]

Gegeben ist ein System mit der folgenden Übertragungsfunktion:

$$G_S(s) = \frac{1}{10s^2 + 1}$$

Das System soll mit folgendem Regler geregelt werden:

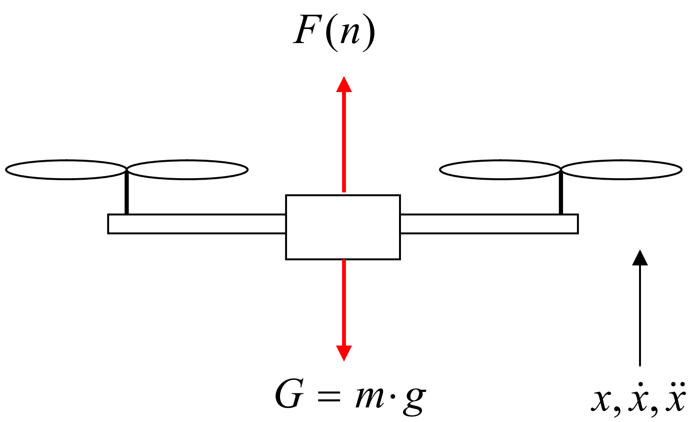
$$G_R(s) = K_R \cdot \frac{s+2}{s+10}$$

a) Wie lautet die Übertragungsfunktion des geregelten Systems?

b) In welchem Bereich muss K_R liegen, damit das System stabil ist?

Aufgabe 7: (Reglerentwurf) [13 Punkte]

Für ein Quadkopter soll eine Höhenregelung entworfen werden.



Für die Beschleunigung des Quadkopter gilt folgende Differentialgleichung (s. Bild):

$$F(n) - G = m\ddot{x} \qquad (1)$$

Für den Zusammenhang zwischen Drehzahl n und Hubkraft $F(n)$ wurde näherungsweise gemessen:

$$F(n) = a \cdot n^2 \qquad (2)$$

mit $m = 0.5kg$ $\qquad a = 218 \cdot 10^{-6}\, kg \cdot m$

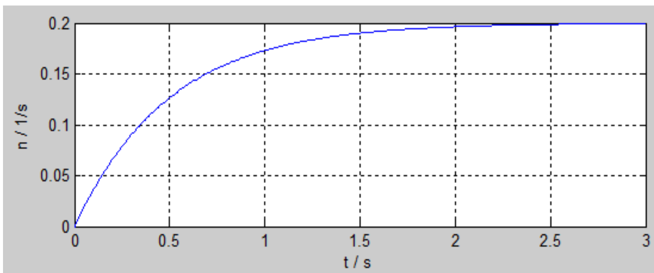
a) Bei welcher Drehzahl n_0 schwebt der Quadkopter (=Arbeitspunkt AP)?

b) Setzen Sie (2) in (1) ein und linearisieren Sie das System im Schwebezustand.
Geben Sie die Übertragungsfunktion $G_2(s) = \dfrac{X(s)}{N(s)}$ an?

c) Die Motordrehzahl n wird durch ein Wert u im Steuerregister (0….1023) vorgegeben.
Wird im AP der Wert von u um Δu=1 erhöht, erhöht sich die Drehzahl um $\Delta n = 0.2\frac{1}{s}$.

Dabei wird folgender zeitlicher Verlauf gemessen:

Wie lautet die DGL $\dot{n} = f(u,n)$ des Systems im AP?



Bestimmen Sie die Parameter T und K_s des Systems.

d) Wie lautet die Übertragungsfunktion $G_1(s) = \dfrac{N(s)}{U(s)}$?

e) Wie lautet die Gesamtübertragungsfunktion $G_Q(s) = \dfrac{X(s)}{U(s)}$ des Systems.

f) Was für ein Regler setzen Sie ein und wie ist der Regler zu dimensionieren (α=5)?