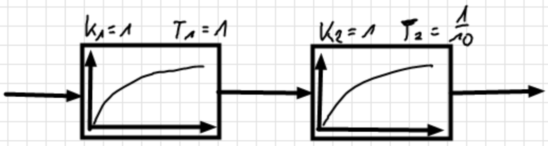
ÜBUNG: Betragsoptimum 1

Zeigen Sie am Beispiel des folgenden Systems die Wirkungsweise des Verfahrens:

$$G_S(s) = \frac{1}{(s+1)(\frac{1}{10}s+1)}$$

Regelstrecke:



Betragsopt. Fall 2	$G_S(s) = \dfrac{K_S}{(sT_1+1)(sT_2+1)}$ $T_1 > T_2$	PI	$G_R(s) = \dfrac{K_P(sT_N+1)}{sT_N}$ $\underset{(1)}{T_N = T_1}$, $K_p = \dfrac{T_N}{2K_S T_2}$ (2)

$K_S = 1$
$T_1 = 1$
$T_2 = 1/10$

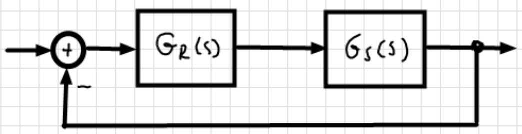
$\Downarrow$
PI – Regler

Reglerdimensionierung

$$T_N = T_1 = 1 \qquad (1)$$

$$K_P = \frac{T_N}{2K_S T_2} = \frac{1}{2\cdot 1\cdot \frac{1}{10}} = 5 \qquad (2)$$

Regelkreis



$$G_o(s) = G_R \cdot G_S = \frac{K_P \cdot \cancel{(sT_N+1)}}{sT_N} \cdot \frac{1}{\cancel{(sT_1+1)}(sT_2+1)}$$

wg. $T_N = T_1$ (s.o.)

$\Rightarrow$ d.h., der "langsame Pol" wird rausgekürzt!

$$G_o(s) = \frac{K_P}{sT_N(sT_2+1)} = \frac{5}{s\cdot(0.1\cdot s+1)}$$

$$G(s) = \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)} = \frac{\frac{5}{s(0{,}1s+1)}}{1 + \frac{5}{s(0.1s+1)}}$$

$$= \frac{5}{s(0{,}1s+1) + 5} = \frac{5}{0.1s^2 + s + 5}$$

$$= \underline{\underline{\frac{50}{s^2 + 10s + 50}}}$$

Das geregelte System hat Pole bei:

$$s_{1,2} = -5 \pm \sqrt{5^2 - 50} = -5 \pm \sqrt{(-1)(25)}$$

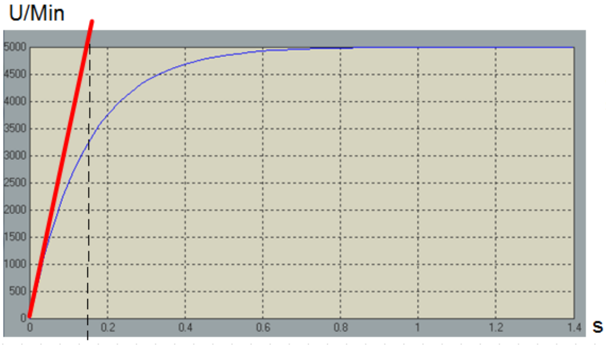
$$\underline{\underline{s_{1,2} = -5 \pm j5}}$$

$\longrightarrow$ stabil, aber leicht schwingende Sprungantwort

ÜBUNG: Betragsoptimum 2

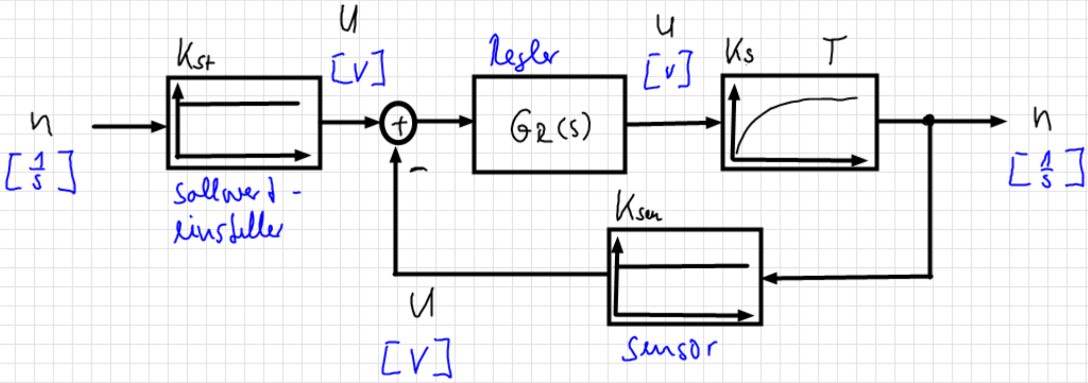
Die Drehzahl eines Motors soll geregelt werden:

Motor mit PT1-Verhalten :	(s. Bild)
Drehzahlsensor mit P-Verhalten :	1V/1000 U/Min
Sollwerteinsteller mit P-Verhalten :	1V/1000 U/Min



Reaktion des Motors auf einen Spannungssprung von 5.2V

Physikal. Regelkreisstruktur



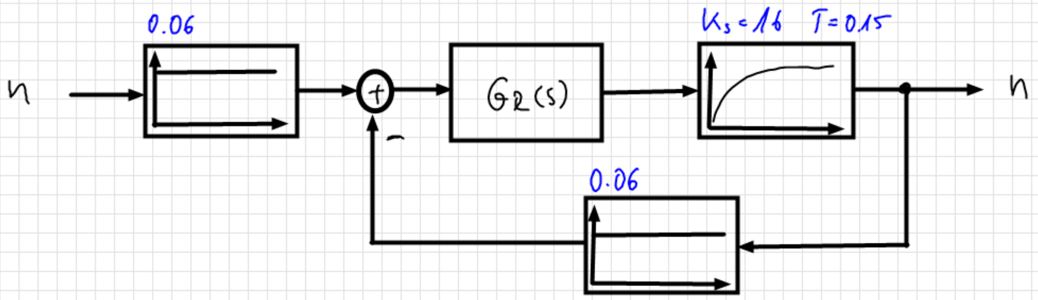
Sensor : $\underline{\underline{K_{Sen}}} = \dfrac{1V}{1000\,\frac{1}{Min}} = \dfrac{1\,V\cdot \cancel{Min}^{\,60s}}{1000} = \underline{\underline{0.06\ Vs}}$

Sollwerteinsteller : $\underline{\underline{K_{St}}} = \dfrac{1V}{1000\,\frac{1}{Min}} = \dots = \underline{\underline{0.06\ Vs}}$

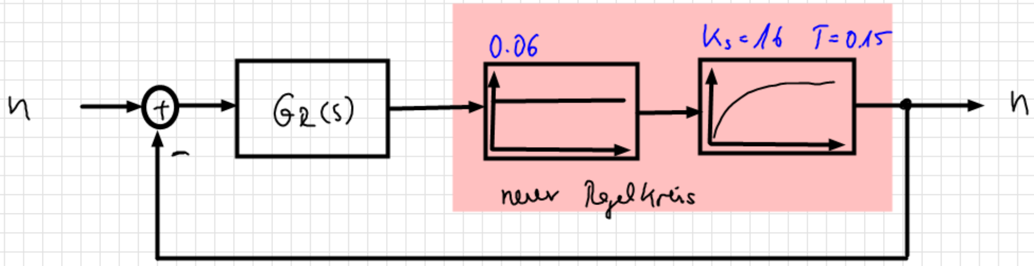
Motor : $\underline{\underline{K_s}} = \dfrac{X_a(t\to\infty)}{X_e} = \dfrac{5000\,\frac{1}{Min}}{5.2V} = \underline{\underline{16\ \frac{1}{Vs}}}$

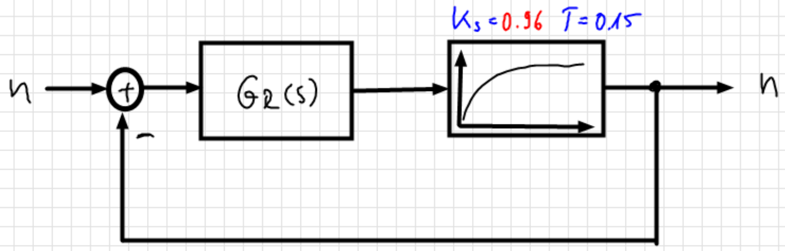
$\underline{\underline{T = 0.15\ s}}$ (s. Bild)

Nach der Normierung auf SI-Einheiten:



⇓ Regelkreis in Standard-Regelkreis umformen!





Reglerauswahl und -dimensionierung:

$G_S(s) = \frac{K_S}{sT_1 + 1}$	I	$G_R(s) = \frac{K_I}{s}$ $K_I = \frac{1}{2T_1K_S}$

↓ I-Regler

↓ $\underline{\underline{K_I}} = \frac{1}{2 \cdot 0.15 \cdot 0.96} = \underline{\underline{3.47}}$

ÜBUNG: Reglerentwurf mit dem symm. Optimum

Die lin. und normierten Differentialgleichungen des Ballons lauten:

$$\dot{\vartheta} + \frac{1}{T_1}\vartheta = q \qquad (1)$$

$$T_2 \cdot \ddot{h} + \dot{h} = a \cdot \vartheta \qquad (2)$$

Mit ϑ : Temperatur
q : Wärmezufuhr
h : Höhe

$T_1 = 250$
$T_2 = 25$

a = *0.3 – 1/ Umgebungstemp.(in °C)*

$$s\,\Theta(s) + \frac{1}{T_1}\Theta(s) = Q(s) \Longrightarrow \Theta(s)\cdot\left(s + \frac{1}{T_1}\right) = Q(s)$$

$$s^2 T_2 H(s) + s H(s) = a\,\Theta(s) \Longrightarrow H(s)\cdot\left(T_2 s^2 + s\right) = a\cdot\Theta(s)$$

Daraus ergeben sich die Teilübertragungsfunktionen:

$$G_1(s) = \frac{\Theta(s)}{Q(s)} = \frac{1}{s + \frac{1}{T_1}} = \underline{\underline{\frac{T_1}{sT_1 + 1}}} \qquad (PT_1)$$

$$G_2(s) = \frac{H(s)}{\Theta(s)} = \underline{\underline{\frac{a}{s(sT_2 + 1)}}} \qquad (IT_1)$$

Die Gesamtübertragungsfunktion lautet dann:

$$G(s) = G_1(s)\cdot G_2(s) = \frac{H(s)}{Q(s)} =$$

$$= \frac{a\,T_1}{s(sT_1 + 1)(sT_2 + 1)}$$

mit a für 20°C und $T_1 = 250$, $T_2 = 25$

$$= \underline{\underline{\frac{62.5}{s(250s + 1)(25s + 1)}}}$$

Wegen Integralelement $\Rightarrow$ Symm. Optimum

$$G(s) = \frac{\overset{62.5 \,-\, K_0 \cdot K_s}{}}{s\,(\underbrace{250}_{T_1} s + 1)\,(\underbrace{25}_{T_E} s + 1)}$$

$G_S(s) = \dfrac{K_0 K_S}{s(sT_1+1)(sT_E+1)}$ $T_1 >> T_E\,,\quad T_E = \sum_{i=3}^{n} T_i$	PID	$G_R(s) = \dfrac{K_P(sT_N+1)(sT_V+1)}{sT_N}$ 1* $T_V = T_1,\quad T_N = \beta^2 T_E,\quad K_P = \dfrac{1}{\beta K_S T_E K_0}$

β soll den Standardwert $\beta = 2$ haben!

$\Rightarrow$ $T_V = T_1 = 250$ (Vorhaltezeit, D-Anteil)

$T_N = \beta^2 T_E = 100$ (Nachstellzeit, I-Anteil)

$$K_P = \frac{1}{\beta (K_s K_0) \cdot T_E} = \frac{1}{2 \cdot 62.5 \cdot 25} = \underline{\underline{320 \cdot 10^{-6}}}$$

$\Rightarrow$ Parameter des multiplikativen PID-Reglers

$\longrightarrow$ je nach Reglerrealisierung ggf. umwandeln

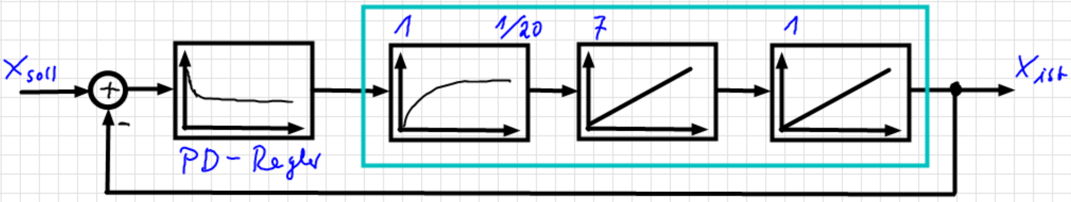
$\nearrow$ Simulationen in Vorlesung

Fortsetzung der Übung: „Balancieren eines Balls“

$$G_2(s) = \frac{X(s)}{\Phi(s)} = \frac{7}{s^2}$$

$$G_1(s) = \frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{1}{\frac{1}{20}s + 1}$$

a) Dimensionieren Sie den PD-Regler.



$$G_S = \frac{7}{s^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{20}s + 1\right)}$$

$$K_S = 7$$
$$T_S = \frac{1}{20}$$

Reglerdimensionierung

gewählt: $\alpha = 5$ (45% Überschwingen)

$$\underline{\underline{T_V}} = 10\, T_S \cdot \sqrt{\alpha} = 10 \cdot \frac{1}{20} \cdot \sqrt{5} = \underline{\underline{1.118}}$$

$$\underline{\underline{K_R}} = \frac{\sqrt{\alpha}}{K_S \cdot T_V^2} = \frac{\sqrt{5}}{7 \cdot 1.118^2} = \underline{\underline{0.2556}}$$

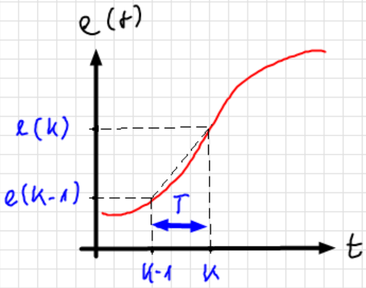
$$\underline{\underline{G_{PD}(s)}} = K_R \frac{s\,T_V + 1}{s\,\frac{T_V}{\alpha} + 1} = \underline{\underline{\frac{0.286\,s + 0.256}{0.224\,s + 1}}}$$

PD-Regler

↗ Simulation in Vorlesung

Quasikontinuierlicher Regler

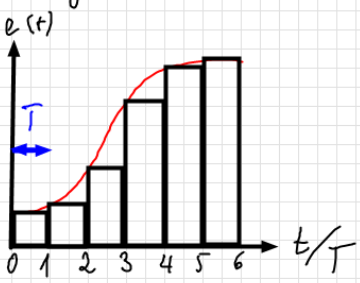
a) Differentiation



$$\frac{de(t)}{dt} \approx \frac{e(k) - e(k-1)}{T}$$

genäherte Differentiation

b) Integration



$$\int_0^{kT} e(\tau)\, d\tau \approx T \cdot \sum_{i=0}^{k-1} e(i)$$

genäherte Integration

Rekursive Form des additiven PID - Reglers

$$u(k) - u(k-1) =$$

$$= K_p \cdot e(k) + \frac{K_p}{T_N} \cdot T \sum_{i=0}^{k-1} e(i) + K_p \cdot T_V \frac{1}{T} \cdot [e(k) - e(k-1)]$$

$$- K_p \cdot e(k-1) - \frac{K_p}{T_N} \cdot T \sum_{i=0}^{k-2} e(i) - K_p T_V \cdot \frac{1}{T} [e(k-1) - e(k-2)]$$

$$= K_p \cdot [e(k) - e(k-1)] + \frac{K_p}{T_N} \cdot T \cdot e(k-1) +$$

$$+ K_p \cdot T_V \cdot \frac{1}{T} [e(k) - 2 e(k-1) + e(k-2)]$$

$$= e(k) \overbrace{\left[K_p \left(1 + \frac{T_V}{T}\right)\right]}^{q_0} + e(k-1) \overbrace{\left[K_p \left(-1 + \frac{T}{T_N} - 2\frac{T_V}{T}\right)\right]}^{q_1}$$

$$+ e(k-2) \cdot \underbrace{K_p \frac{T_V}{T}}_{q_2}$$