

Name	Matrikel-Nummer
-------------	------------------------

Montag, den 25.01.2010

Prof. Dr.-Ing. Andreas Meisel

Klausur "Modellierung (MT)"

Hinweise:

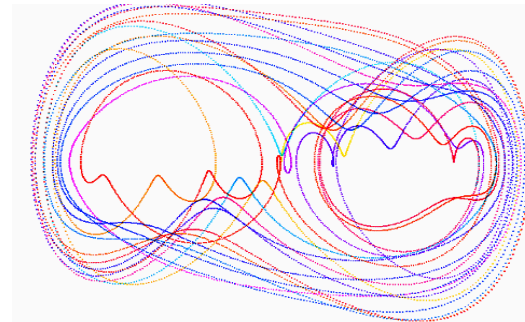
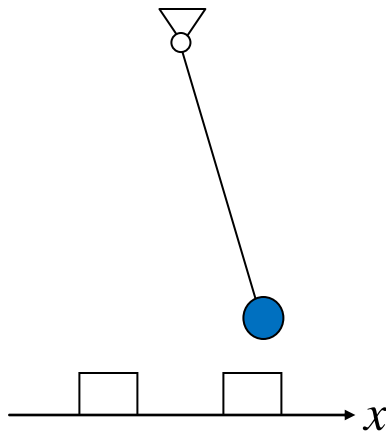
- 1.) Tragen Sie auf den Lösungsblättern Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer ein.
- 2.) Zusätzliche Lösungsblätter versehen Sie bitte mit **Namen und Matrikelnummer**.
- 3.) Vermerken Sie auf den Lösungsblättern die Aufgabennummer.
- 4.) Klausurdauer: **120 Minuten**
- 5.) **Erlaubte Hilfsmittel:**
 - Ordner mit Unterlagen (Blätter abgeheftet),
 - Taschenrechner.

Übersicht zur Bewertung der Aufgaben.		
Aufgabe	Punkte	
01	10	
02	12	
03	15	
04	7	
05	4	
06	8	
07	4	
Punkte \cong	60	

Aufgabe 1: (Euler, Runge-Kutta)

[10 Punkte]

Ein Fadenpendel mit Eisenkugel pendelt über zwei am Boden liegenden Magneten und führt dabei chaotische Pendelbewegungen aus.



Die Bewegung der Eisenkugel wird durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

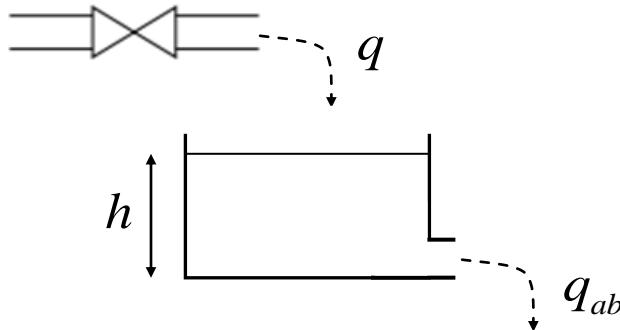
$$\ddot{x} + a\dot{x} + x^3 = b \cdot \cos(t)$$

- Zeichnen Sie das Simulink-Schaltbild der Differentialgleichung.
Anm.: Funktionen als EM-Funktionsblock
- Geben Sie an :
 - die abhängige Variable
 - die unabhängige Variable
 - die Eingangsgröße
- Zerlegen Sie Differentialgleichung in zwei Differentialgleichungen 1. Ordnung.
Anm.: Indizieren Sie die Integratoren von links nach rechts. Verwenden Sie für die Zwischengrößen die Buchstaben k,l,m,.....
- Geben Sie die Rekursionsgleichungen des Systems nach Euler an.
Die Schrittweite sei h.
- Geben Sie die Rekursionsgleichungen des Systems nach Runge-Kutta (2. Ordng.) an.
Die Schrittweite sei h.

Aufgabe 2: (Linearisierung, Übertragungsfunktion)

[12 Punkte]

Gegeben ist ein Tank mit: Tankquerschnitt $A=10$,
 Abflusskoeffizient $k=0.01$ (bereits normierte Größen)



$$\dot{h} \cdot A = q - q_{ab}(h)$$

$$q_{ab} = k \cdot \sqrt{h}$$

- a) Berechnen Sie die stationäre Füllhöhe h_0 des Tanks bei einem Zufluss $q = q_0 = 0.02$.
- b) Geben Sie die linearisierte Differentialgleichung für diesen Arbeitspunkt an: $\dot{h} = f(q, h)$
- c) Geben Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des linearisierten Systems an. $G_1(s) = \frac{H(s)}{Q(s)}$

Aufgabe 3: (Physical modelling)

[15 Punkte]

Ein antriebsloser Fahrstuhl (Masse m_F) und ein Gegengewicht (Masse m_G) sind über eine schwere Seiltrommel (Masse m_S , Radius r) miteinander verbunden.

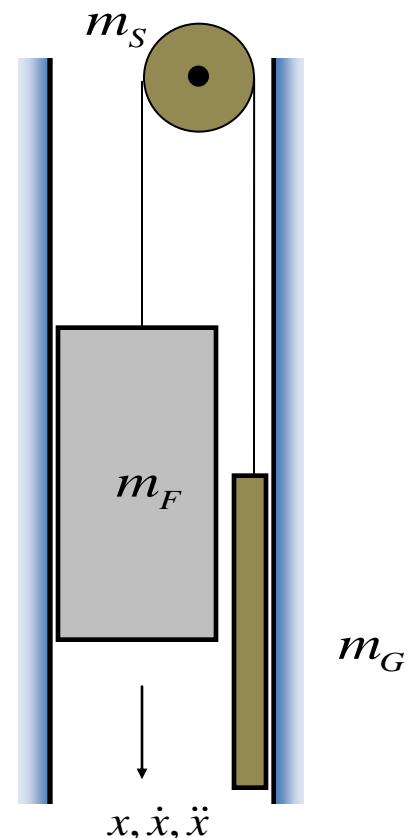
Auf den Fahrstuhl wirkt der Strömungswiderstand F_L :

$$F_L = K \cdot v^2$$

Der Strömungswiderstand des Gegengewichtes kann vernachlässigt werden.

Nehmen Sie an, dass sich der Fahrstuhl gerade abwärts bewegt.

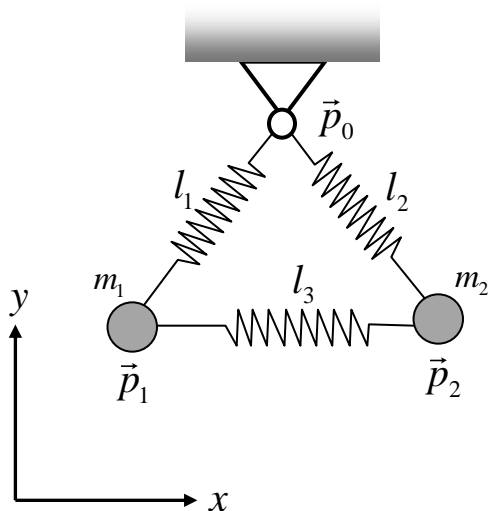
- a) Skizzieren Sie m_F , m_G und m_S mit den angreifenden Kräften.
- b) Leiten Sie die Differentialgleichung der Bewegung her (nachvollziehbar).



Aufgabe 4: (Partikelsysteme)

[7 Punkte]

Gegeben ist das folgende Feder-Masse-System (an der Decke aufgehängt):



Alle Federn haben die Federkonstante k .

Im entspannten Zustand haben die Federn die Länge: l_{10} , l_{20} , l_{30}

Die Massen befinden sich auf den Positionen: \vec{p}_1 , \vec{p}_2

Der Aufhängepunkt hat die feste Position: \vec{p}_0

Es wirkt die Gravitation g auf die Massen.

- Skizzieren Sie die auf die Massen wirkenden Kräfte.
(Annahme: alle Federn sind momentan gedehnt)
- Geben Sie für beide Massen die Bewegungs-Differentialgleichung in vektorieller Form an.

Aufgabe 5: (Übertragungsfunktion)

[4 Punkte]

Gegeben ist ein System mit der folgenden Übertragungsfunktion:

$$G_s(s) = \frac{10}{5s^2 + 11s + 2}$$

Welche Zeitkonstanten besitzt das System.

Aufgabe 6: (Stabilität)

[8 Punkte]

Gegeben ist ein System mit der folgenden Übertragungsfunktion:

$$G_S(s) = \frac{1}{(6s+1)(s+1)}$$

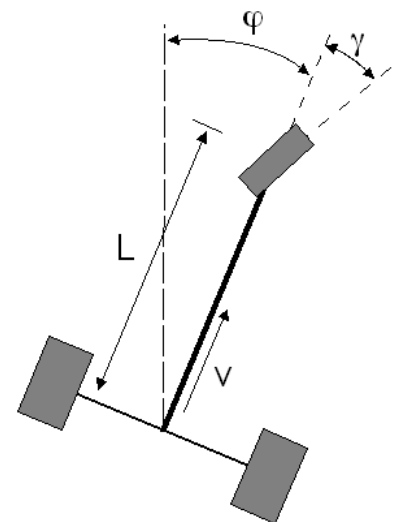
Das System soll mit einem PI-Regler geregelt werden: $G_R(s) = K_P \frac{(sT_N + 1)}{sT_N}$

- a) Angenommen es wird $T_N=0.5$ gewählt.
Wie lautet die Übertragungsfunktion des geregelten Systems?
- b) In welchem Bereich muss K_P liegen, damit das System stabil ist?

Aufgabe 7: (Reglerentwurf)

[4 Punkte]

Für ein autonomes 3-Rad-Fahrzeug soll eine Lenkregelung entworfen werden.



Bei konstanter Geschwindigkeit v wird der Zusammenhang zwischen dem Fahrwinkel φ und dem Lenkwinkel γ durch folgende Übertragungsfunktion beschrieben:

$$G_S(s) = \frac{\varphi(s)}{\gamma(s)} = \frac{K}{s(Ts+1)}$$

$$T = 0.5$$

$$K = \frac{v}{L} = 10$$

- a) Welche Entwurfsregel eignet sich zur Reglerdimensionierung?
- b) Wählen Sie einen geeigneten Regler aus.
- c) Dimensionieren Sie den Regler (Ziel: wenig Überschwingen).