7.4.1.4 Einstellregeln für PI, PD und PID-Regler

Grundgedanke

In vielen Anwendungsgebieten gibt es typische Regelstrecken.

Der Dimensionierungsaufwand für solche typischen Regelstrecken lässt sich durch einfache, zugeschnittene Einstellregeln erheblich reduzieren.

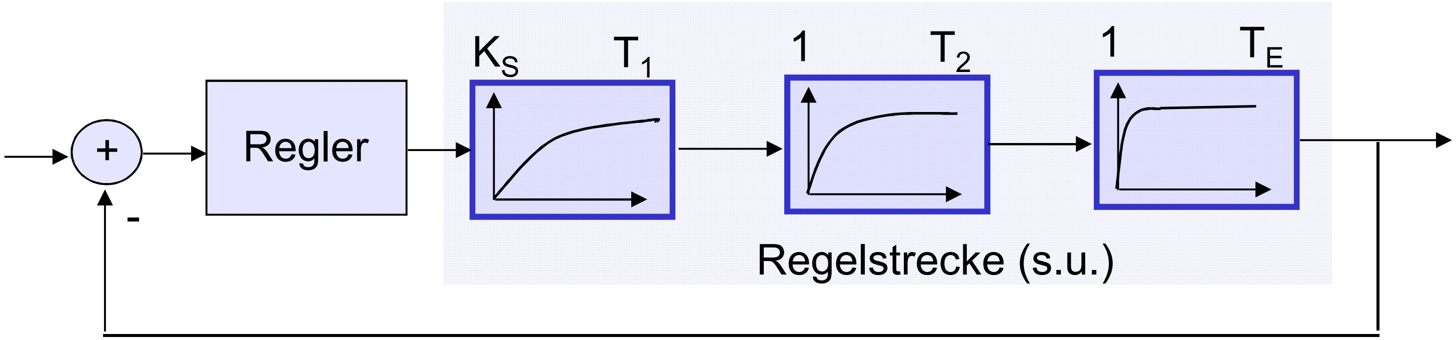
Typisch für viele Regelstrecken sind:

- eine oder mehrere Verzögerungsglieder des Typs PT_1
- integrale Glieder (ohne Ausgleich)
- Totzeitglieder

Auch hier gilt: Grundsätzlich ist zu prüfen, ob die vom Regler erzeugten Stellgrößen realisierbar sind. **!**

Betragsoptimum (anzuwenden für Ketten von PT1-Strecken)

<u>**Einsatzbereich**</u>: Strecken mit <u>bis zu 2 großen</u> und mehreren kleinen Zeitkonstanten.



$$T_1 > T_2 >> T_E \,, \qquad T_E = \sum_{i=3}^{n} T_i$$

- Benötigt werden die Parameter der Regelstrecke.
- Zur Reglerdimensionierung den realen Regelkreis zuvor auf obige Regelkreisstruktur umformen. Dabei alle Mess- und Stellelemente der Regelstrecke zuordnen!

Die Sprungantwort des Regelkreises hat folgende Eigenschaften:

- Überschwingweite ü = 4.3%
- Anregelzeit $t_{an} = 4.7\ T_E$ (Zeit bis zum Erreichen der Sprunghöhe)

Regelstrecke	Typ	Regler
$G_S(s) = \frac{K_S}{sT_1 + 1}$	I	$G_R(s) = \frac{K_I}{s}$ $K_I = \frac{1}{2T_1 K_S}$
$G_S(s) = \frac{K_S}{(sT_1+1)(sT_2+1)}$ $T_1 > T_2$	PI	$G_R(s) = \frac{K_P(sT_N+1)}{sT_N}$ $T_N = T_1, \quad K_p = \frac{T_N}{2K_S T_2}$
$G_S(s) = \frac{K_S}{(sT_1+1)(sT_E+1)}$ $T_1 >> T_E, \quad T_E = \sum_{i=2}^{n} T_i$	PI	$G_R(s) = \frac{K_P(sT_N+1)}{sT_N}$ $T_N = T_1, \quad K_P = \frac{T_N}{2K_S T_E}$
$G_S(s) = \frac{K_S}{(sT_1+1)(sT_2+1)(sT_E+1)}$ $T_1 > T_2 >> T_E, \quad T_E = \sum_{i=3}^{n} T_i$	PID	$G_R(s) = \frac{K_P(sT_N+1)(sT_V+1)}{sT_N}$ 1* $T_N = T_1, \quad T_V = T_2, \quad K_P = \frac{T_N}{2K_S T_E}$

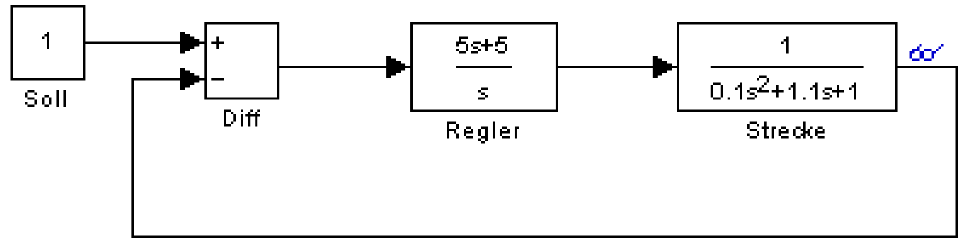
1* : vereinfachte Darstellung ohne Dämpfungsterm

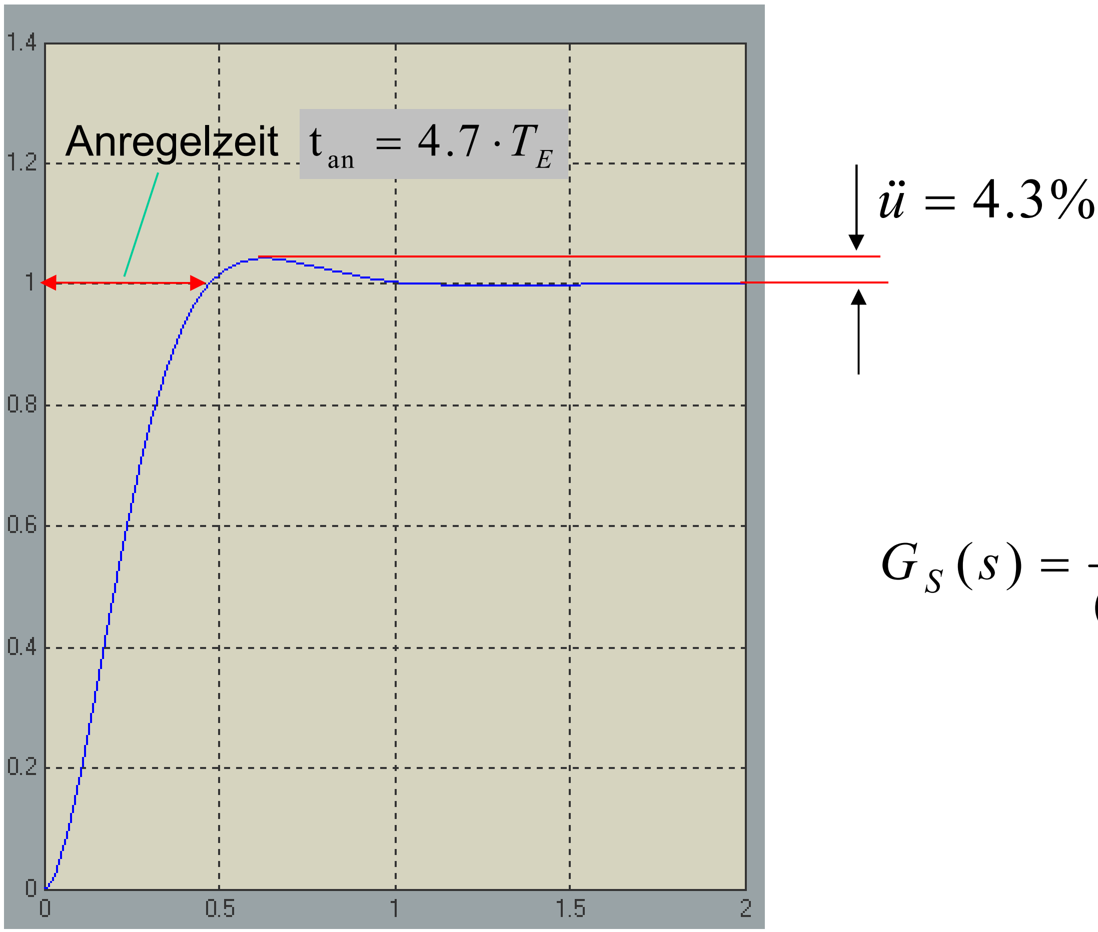
ÜBUNG: Betragsoptimum 1

Zeigen Sie am Beispiel des folgenden Systems die Wirkungsweise des Verfahrens:

$$G_S(s) = \frac{1}{(s+1)(\frac{1}{10}s+1)}$$

Ergebnisse der Simulation





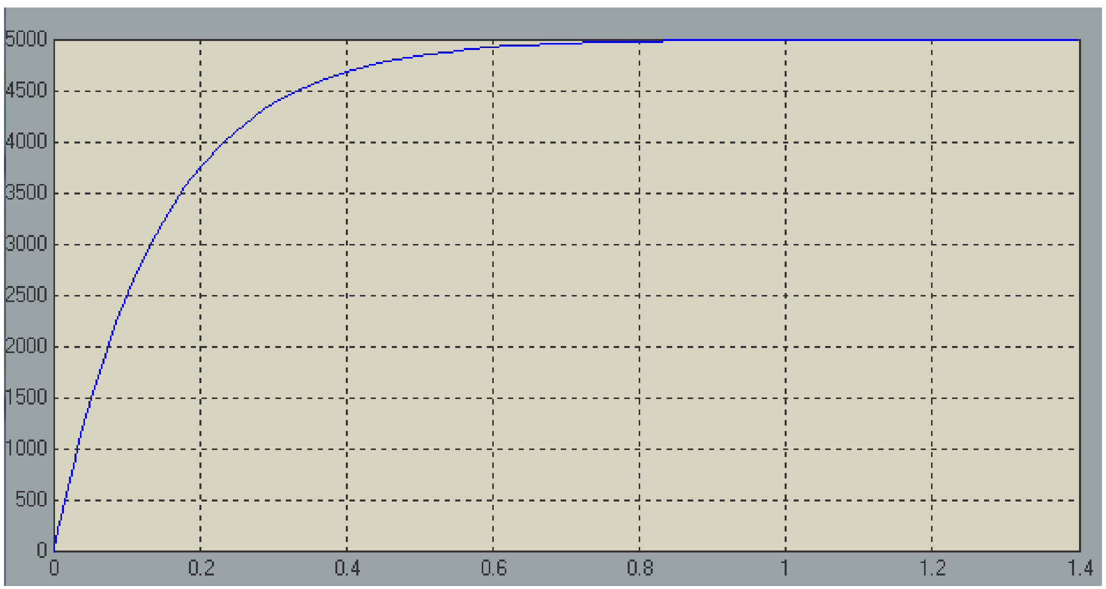
$$G_S(s) = \frac{1}{(s+1)(\underbrace{\tfrac{1}{10}}_{T_E} s + 1)}$$

ÜBUNG: Betragsoptimum 2

Die Drehzahl eines Motors soll geregelt werden:

Motor mit PT1-Verhalten :	(s. Bild)
Drehzahlsensor mit P-Verhalten :	1V/1000 U/Min
Sollwerteinsteller mit P-Verhalten :	1V/1000 U/Min

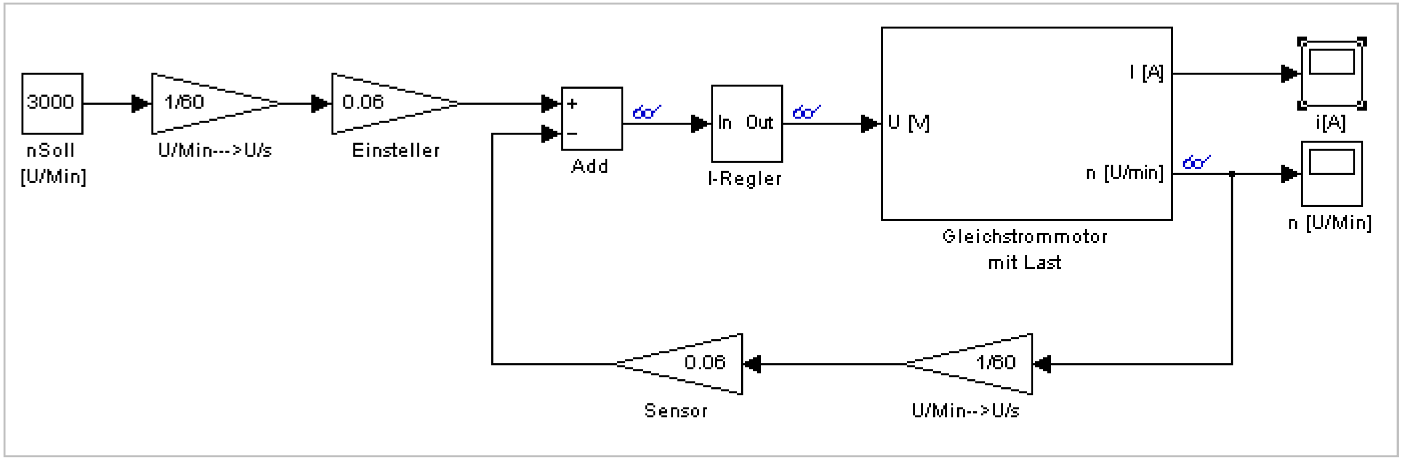
U/Min

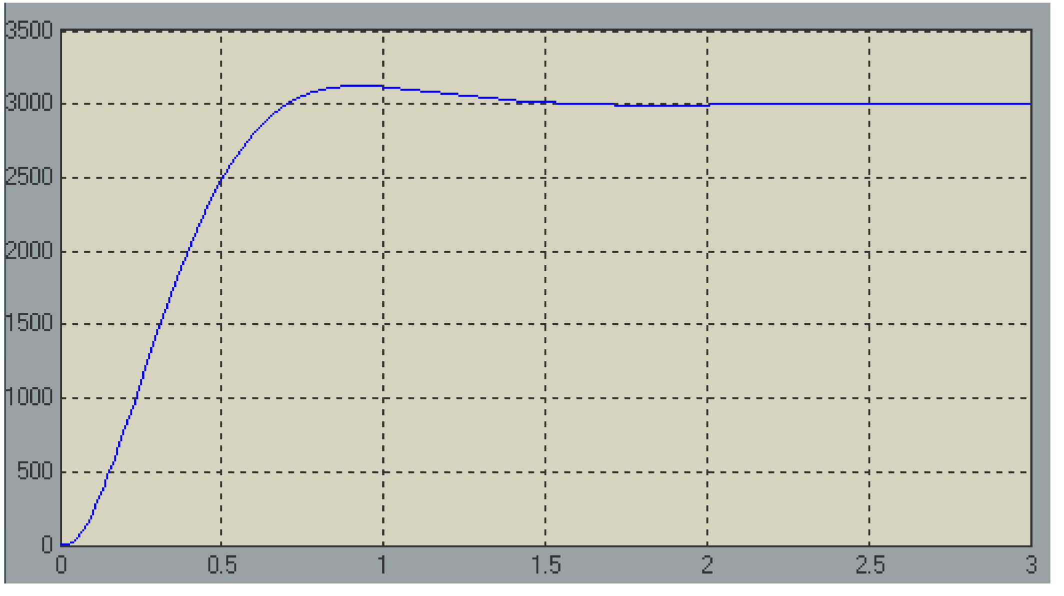


s

Reaktion des Motors auf einen Spannungssprung von 5.2V

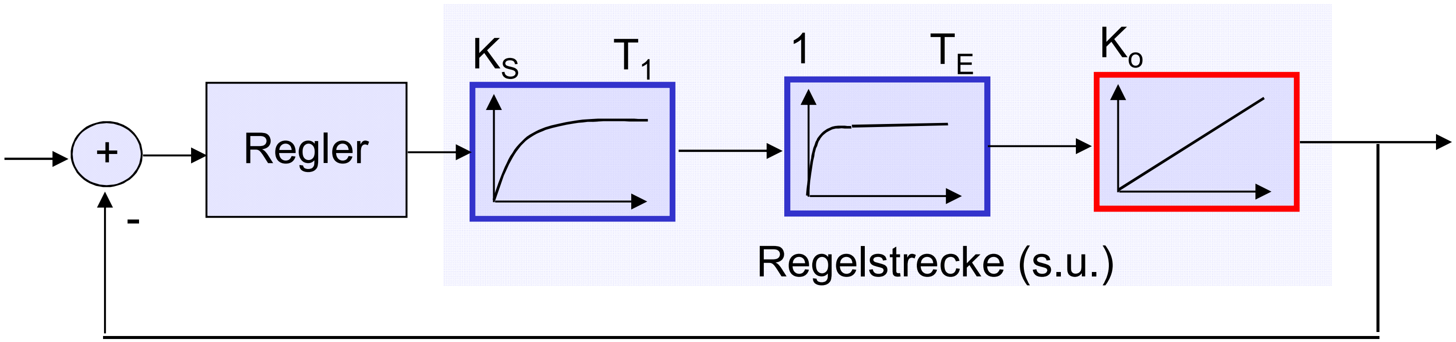
Es ist ein Regler mit Hilfe des Betragsoptimums zu entwerfen.


3000
nSoll
[U/Min]
1/60
U/Min--->U/s
0.06
Einsteller
+
–
Add
In Out
I-Regler
U [V]
I [A]
n [U/min]
Gleichstrommotor
mit Last
i[A]
n [U/Min]
0.06
Sensor
1/60
U/Min-->U/s


3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3

Symmetrisches Optimum (für verzögerte (n-PT1) Strecken o. Ausgleich)

<u>Einsatzbereich</u>: Regelstrecken mit <u>einer großen</u> und <u>mehreren kleinen</u> Zeitkonstanten sowie <u>einem Integralelement</u>.



$$T_1 >> T_E\,,\quad T_E = \sum_{i=2}^{n} T_i$$

- Benötigt werden die Parameter der Regelstrecke.
- Zur Reglerdimensionierung den realen Regelkreis zuvor auf obige Regelkreisstruktur umformen. Dabei alle Mess- und Stellelemente der Regelstrecke zuordnen!
- typ. Anwendungen: Lenk- und Positionsregelungen, Vorschubantriebe

Regelstrecke	Typ	Regler
$G_S(s) = \frac{K_0 K_S}{s(sT_E+1)}$ $T_E = \sum_{i=2}^{n} T_i$	PI	$G_R(s) = \frac{K_P(sT_N+1)}{sT_N}$ $T_N = \beta^2 T_E\,,\quad K_P = \frac{1}{\beta K_S T_E K_0}$
$G_S(s) = \frac{K_0 K_S}{s(sT_1+1)(sT_E+1)}$ $T_1 >> T_E\,,\quad T_E = \sum_{i=2}^{n} T_i$	PID	$G_R(s) = \frac{K_P(sT_N+1)(sT_V+1)}{sT_N}$ 1* $T_V = T_1,\quad T_N = \beta^2 T_E,\quad K_P = \frac{1}{\beta K_S T_E K_0}$

1* : vereinfachte Darstellung ohne Dämpfungsterm

β vorgebbar

$\beta = 2$ schnelleres Anregeln aber mehr Überschwingen

$\beta = 4$ langsameres Anregeln aber weniger Überschwingen

Für das Führungsverhalten kann die Einstellung $T_N >> \beta^2 T_E$
vorteilhaft sein (abweichend vom symm. Optimum → eher PD-Verhalten).

ÜBUNG: Reglerentwurf mit dem symm. Optimum

Ein Heißluftballon soll durch Regelung der Wärmezu- oder -abfuhr auf konstanter Höhe gehalten werden.

Wärme kann über eine steuerbare Flamme zugeführt und über eine steuerbare Klappe abgeführt werden.

Die Höhe wird mit Hilfe eines GPS-Systems gemessen.

Die lin. und normierten Differentialgleichungen des Ballons lauten:

$$\dot{\vartheta} + \frac{1}{T_1}\vartheta = q \qquad (1)$$

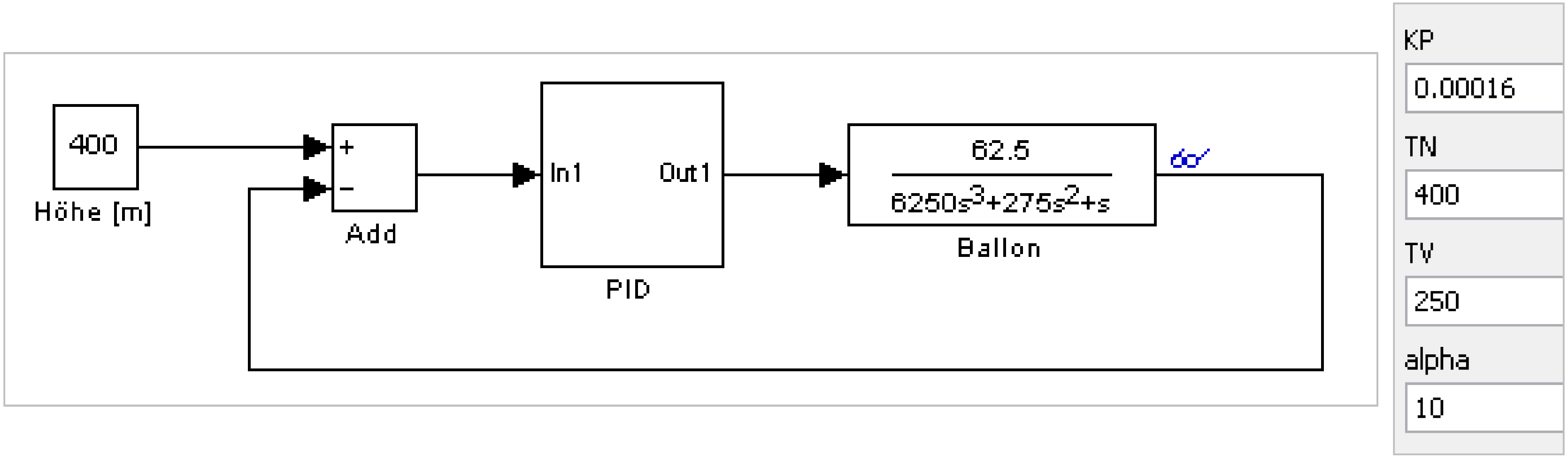
$$T_2 \cdot \ddot{h} + \dot{h} = a \cdot \vartheta \qquad (2)$$

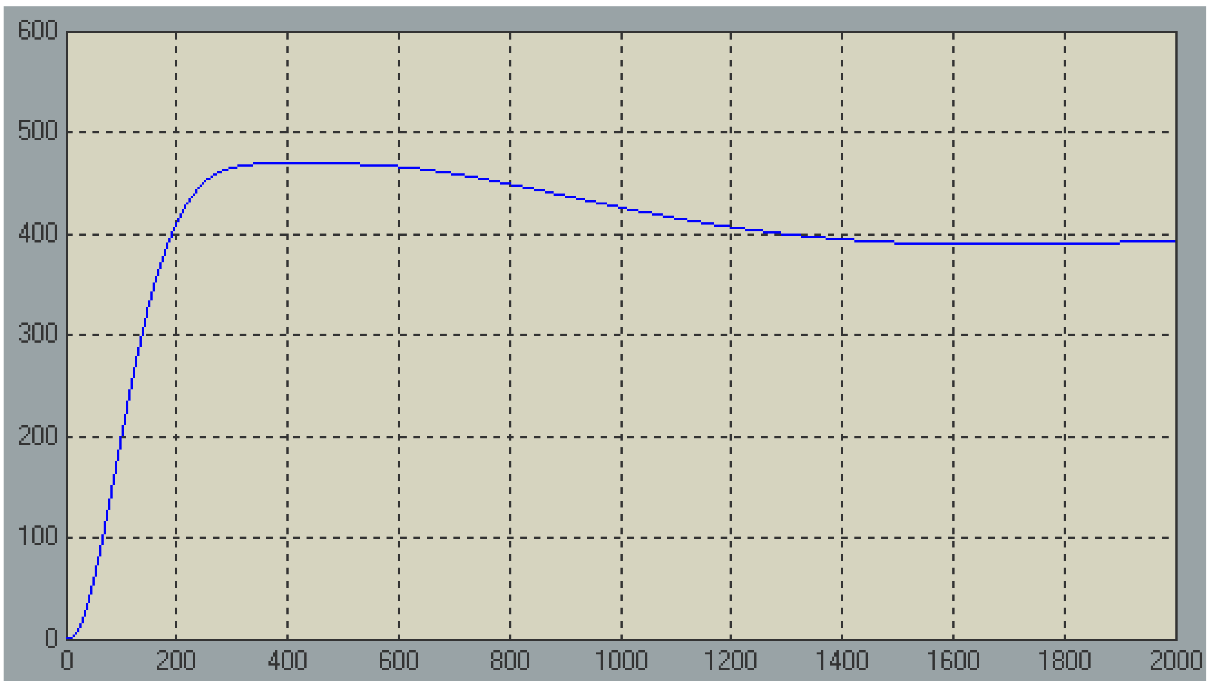
Mit ϑ : Temperatur
q : Wärmezufuhr
h : Höhe

$T_1 = 250$
$T_2 = 25$

a = 0.3 – 1/ Umgebungstemp.(in °C)

Es ist ein Regler zu entwerfen und zu dimensionieren.

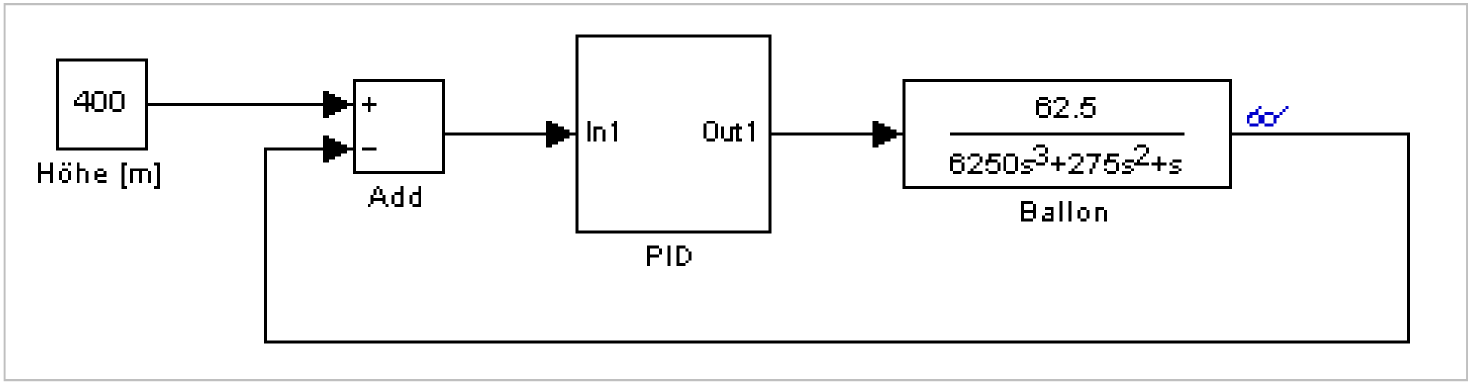


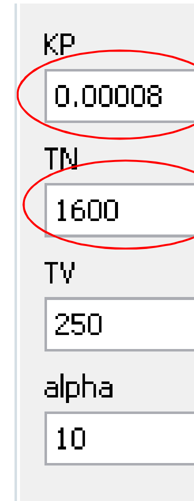


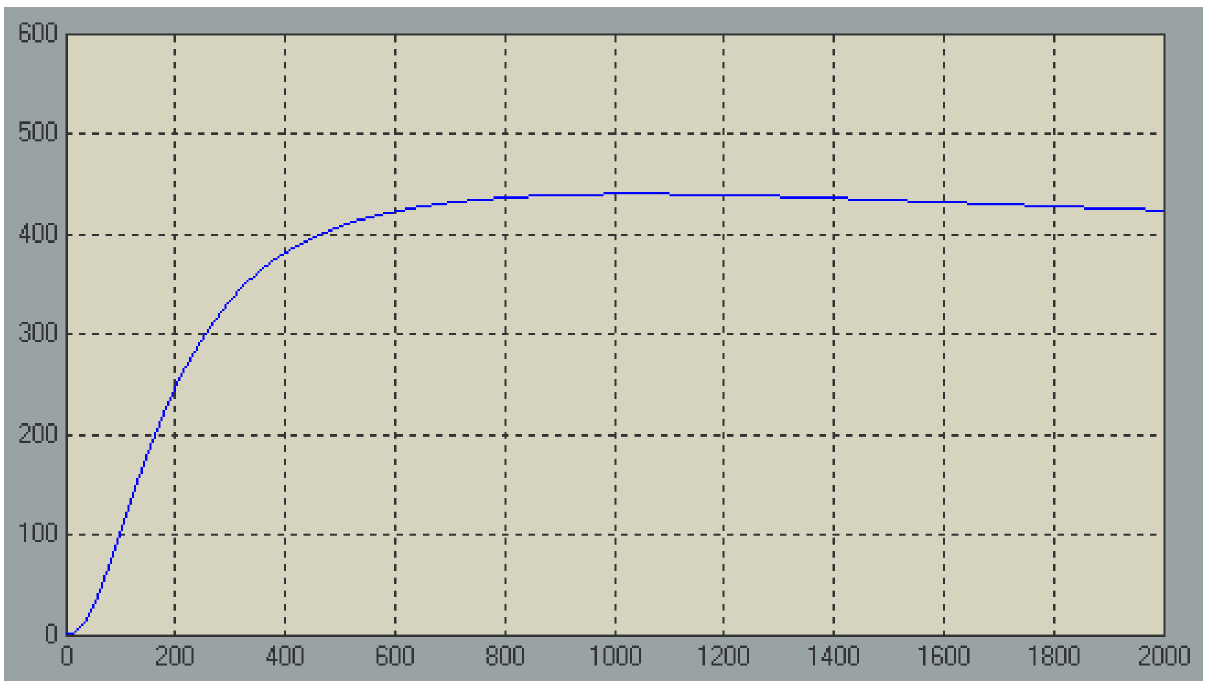
$\beta = 4$

Anmerkung:

α des PID-Reglers hat nichts zu tun mit dem β des symm. Optimums.



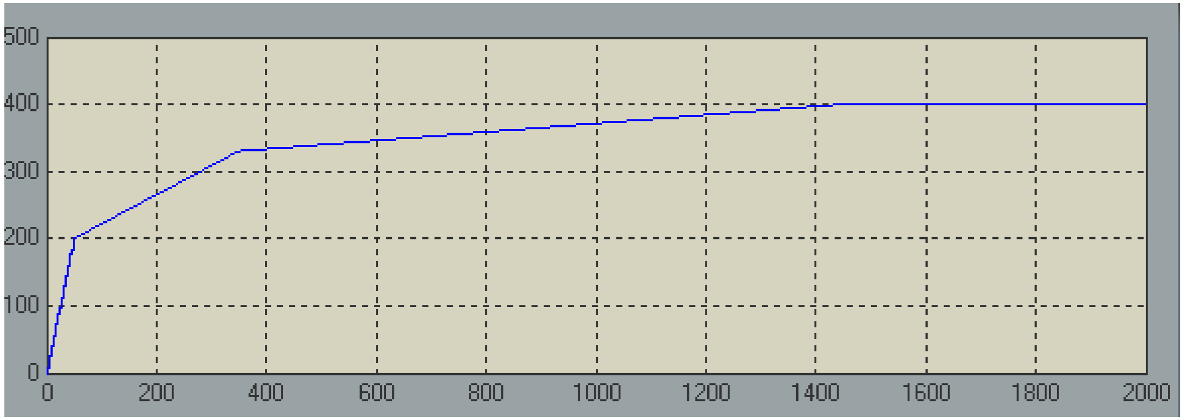


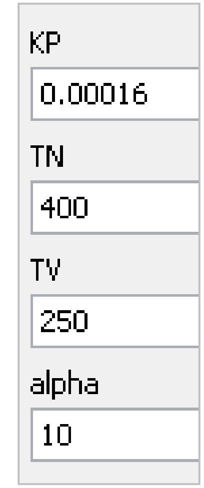


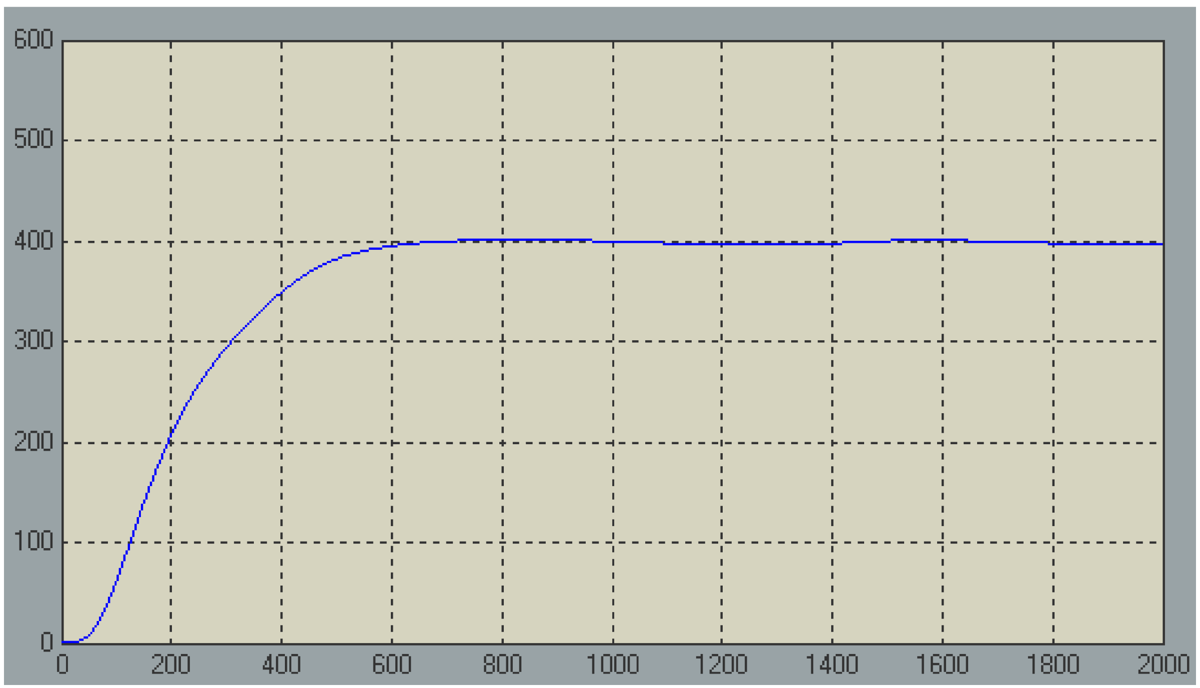
$$\beta = 8$$

Geringeres Überschwingen aber langsameres Ausregeln.

…. oder Sollwertrampe statt Sprung vorgeben



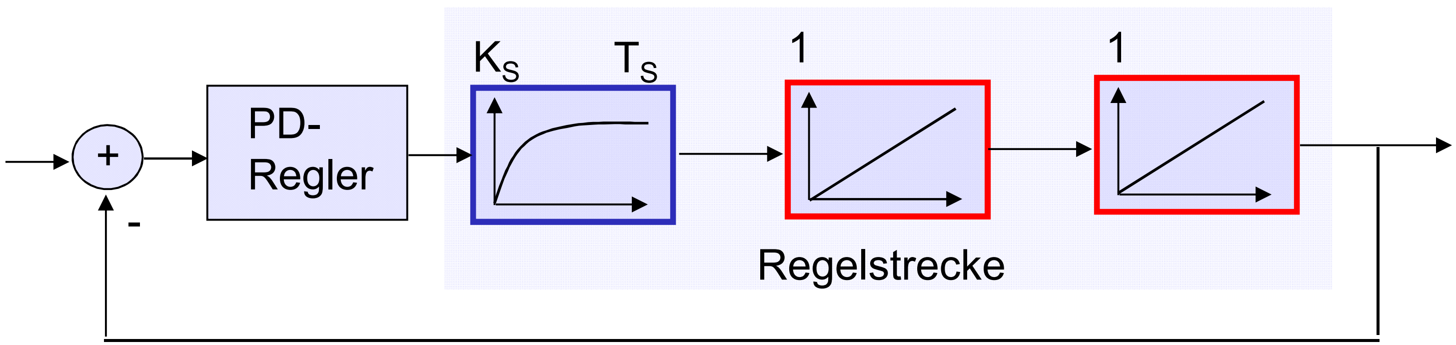




$\beta = 4$

Einstellregel für doppelt integrierende Systeme (PT1-verzögert)

Einsatzbereich: Regelstrecken mit bis zu einer dominanten Zeitkonstanten sowie zwei Integralelementen.



$$G_{PD}(s) = K_R \cdot \frac{sT_V + 1}{sT_1 + 1} = K_R \cdot \frac{sT_V + 1}{s\frac{T_V}{\alpha} + 1}$$

$$K_R = \frac{\sqrt{\alpha}}{K_S \cdot T_V^2} \qquad T_V \geq 10 \cdot T_S \cdot \sqrt{\alpha}$$

α	Überschw. bei Sprung
5	45%
10	30%
20	20%

Eigenschaften:

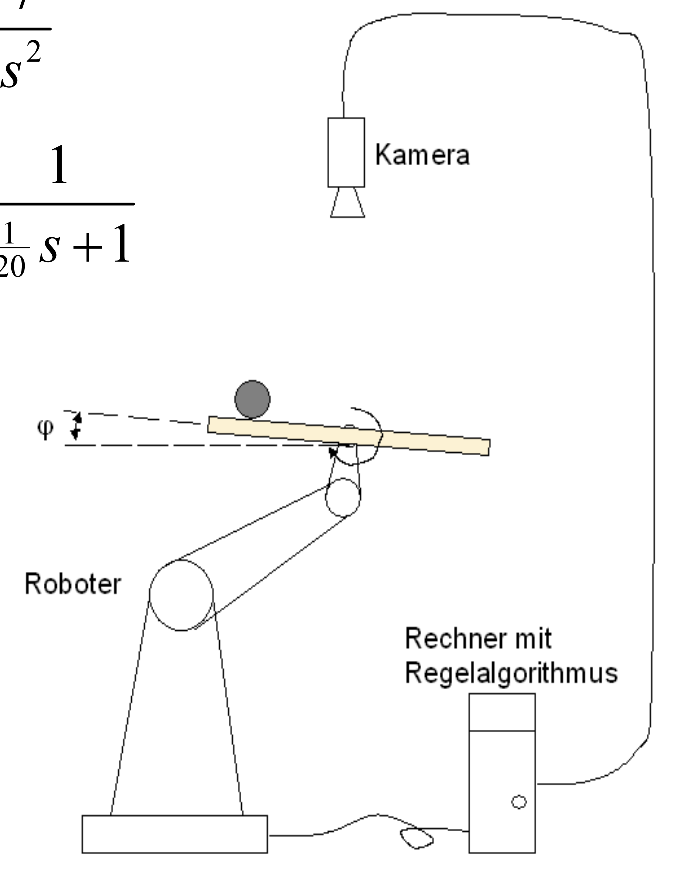
- abhängig von α mehr oder weniger hohes Überschwingen (s. Tab.)
- sehr hohes α hat evtl. unrealisierbare Stellgrößen zur Folge

Fortsetzung der Übung: „Balancieren eines Balls“

Ein Roboter soll einen Ball balancieren, der in einer Schiene rollt. Die Position des Balls wird mit einer Kamera erfasst.

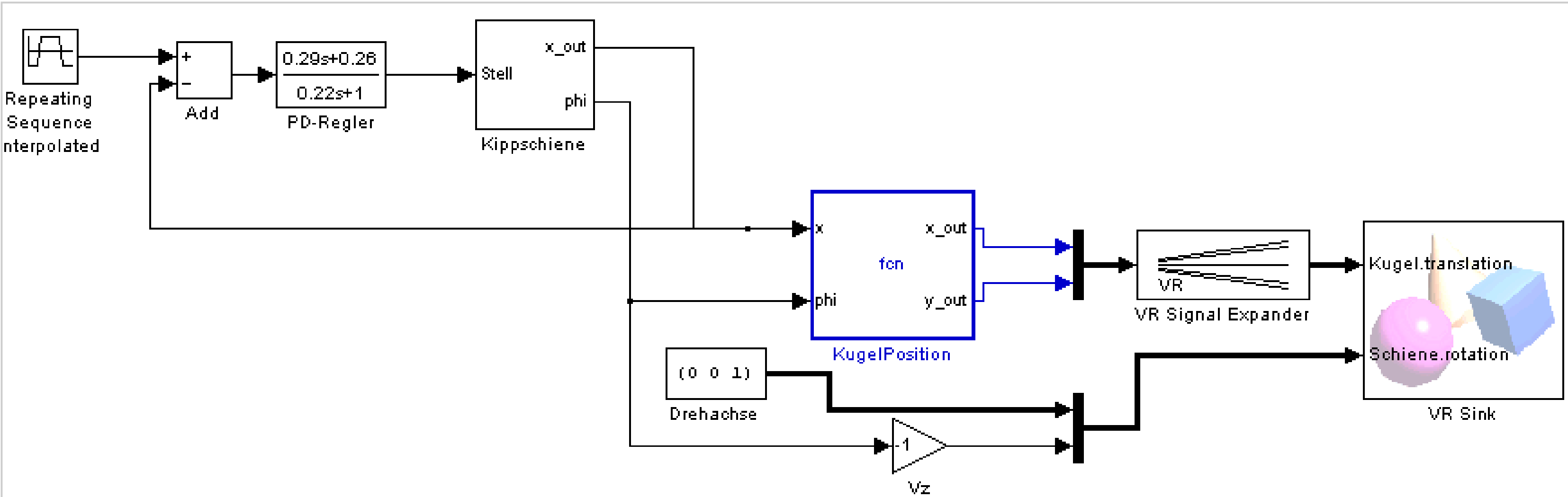
Die ÜF der Bewegung lautete: $$G_2(s) = \frac{X(s)}{\Phi(s)} = \frac{7}{s^2}$$

Die ÜF des Roboters ist: $$G_1(s) = \frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{1}{\frac{1}{20}s + 1}$$

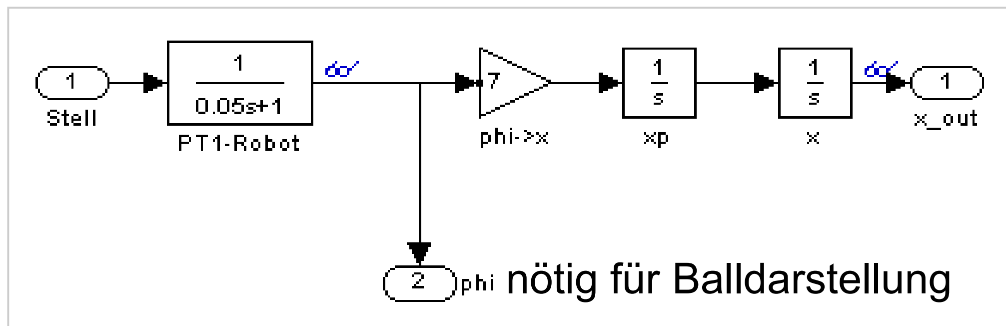


a) Dimensionieren Sie den PD-Regler.

b) Simulieren Sie das System



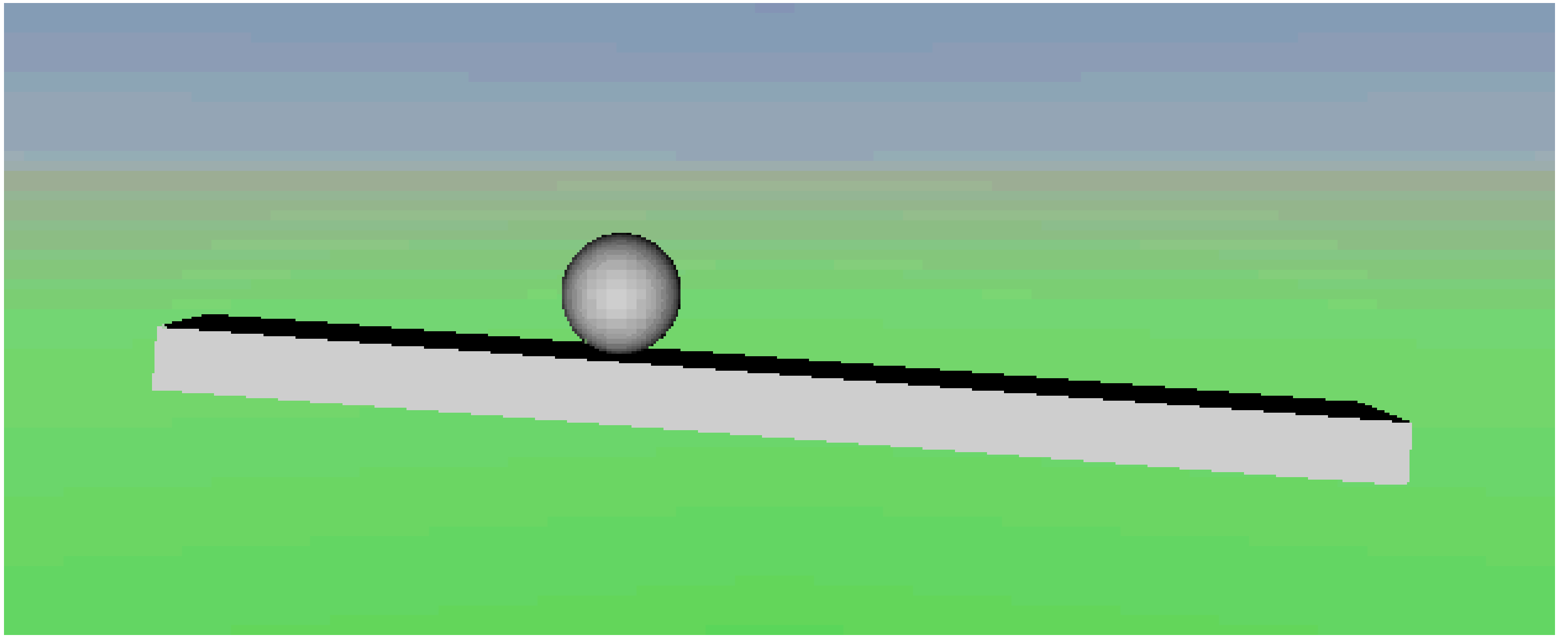
Teilmodell: Kippschiene



Berechnung der Ballposition
für die Grafikausgabe.

```
function [x_out,y_out] = fcn(x, phi)

x_out = x*cos(-phi);
y_out = x*sin(-phi)+0.06;
```



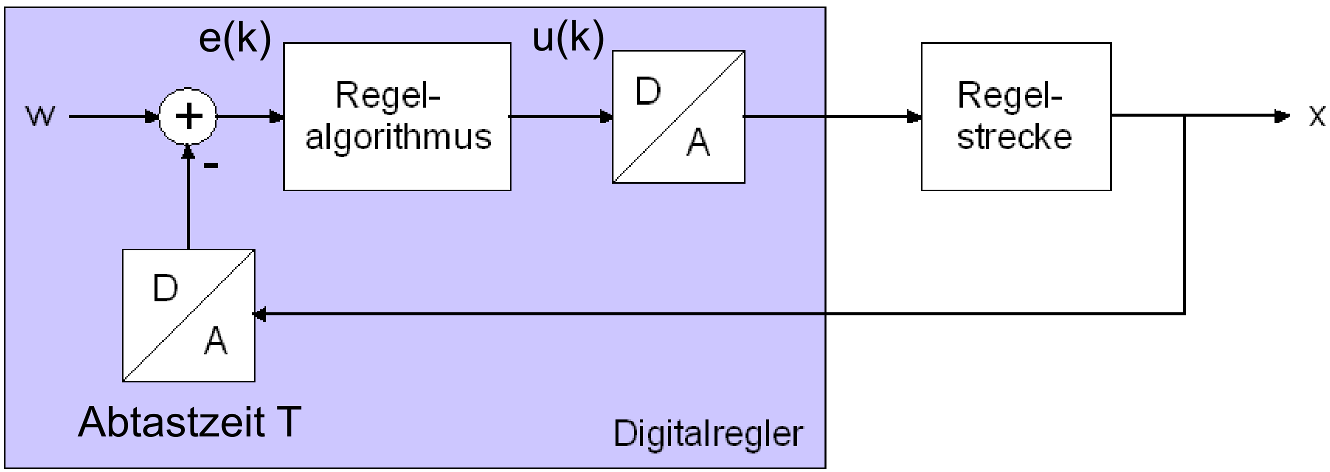
Regelung mit PD-Regler

7.4.1.5 Quasikontinuierliche digitale Regelungen

A/D- und D/A-Wandlung

Ziel: Digitale Realisierung des Reglers.

Weg: a) Digitalisierung der Regelgrößen
b) Analogisierung der berechneten Stellgröße



Quasikontinuierliche Regelung

Ziel: Die analogen Dimensionierungsverfahren für Regler sollen auch für digitale Regler anwendet werden.

Voraussetzung: Die Abtastzeit T der AD/DA-Wandlung muss so klein sein, dass der Einfluss der Zeitdiskretisierung vernachlässigbar ist.

Faustformel : T < 10% der bestimmenden Zeitkonstanten des geschlossenen Regelkreises.

<u>in anderen Worten</u>: Die Abtastzeit muss so klein sein, dass sich das abgetastete Signal zwischen zwei Abtastschritten nur unwesentlich ändert.

Quasikont. Realisierung des PID-Reglers

Idee: Ersetzen von Integration und Differentiation durch Summation und Differenzenquotient.

Differentiation: $$\left.\frac{de(t)}{dt}\right|_{t=kT} \approx \frac{e(k)-e(k-1)}{T}$$

Integration: $$\int_0^{kT} e(\tau)\,d\tau \approx T \cdot \sum_{i=0}^{k-1} e(i)$$

mit T = Abtastzeit

Damit wird aus dem <u>idealen PID-Regler</u> (Standardform)

$$u(t) = K_P \cdot \left[e(t) \; + \; \frac{1}{T_N} \int_0^t e(\tau) d\tau \; + \; T_V \frac{de(t)}{dt} \right]$$

der quasikontinuierliche PID-Regler (mit T = Abtastzeit)

$$u(k) = K_P \cdot \left[e(k) \; + \; \frac{T}{T_N} \sum_{i=0}^{k-1} e(i) \; + \; \frac{T_V}{T} \left[e(k) - e(k-1) \right] \right]$$

Rekursive Formulierung des quasikontinuierlichen PID-Reglers (s.u.):

$$\boxed{u(k) = u(k-1) \; + \; q_0 \cdot e(k) \; + \; q_1 \cdot e(k-1) \; + \; q_2 \cdot e(k-2)}$$

$$\boxed{q_0 = K_P \cdot \left(1 + \frac{T_V}{T} \right)} \quad \boxed{q_1 = -K_P \cdot \left(1 - \frac{T}{T_N} + 2 \frac{T_V}{T} \right)} \quad \boxed{q_2 = K_P \cdot \frac{T_V}{T}}$$

Anm.: Erhält man durch den Ansatz u(k)-u(k-1)

Störunempfindlichere PID-Regelalgorithmen sind beschrieben z.B. in:

- Otto Föllinger, Regelungstechnik, Hüthig Verlag

- Lutz/Wendt, Taschenbuch der Regelungstechnik, Verlag Harry Deutsch