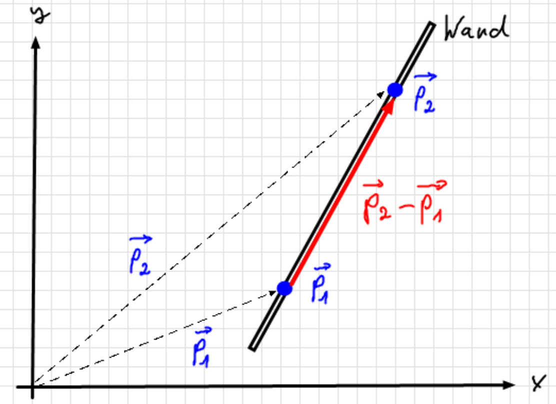
Reflexion an einer schrägen Wand

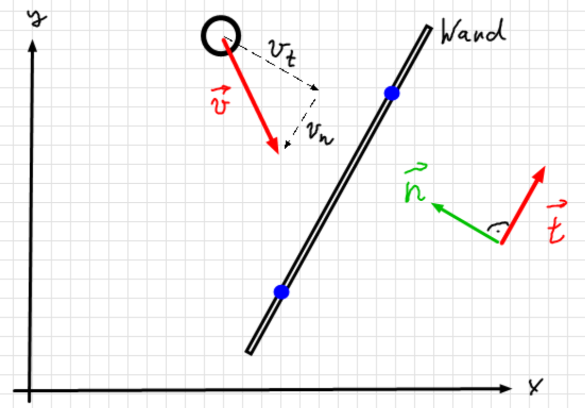


$$\vec t = \frac{\vec p_2 - \vec p_1}{|\vec p_2 - \vec p_1|}$$

$\vec n = (-t_y, t_x)$

Senkrecht im ↺

Beschreibung von $\vec v$ durch $\vec t$ und $\vec n$



$\vec t$ und $\vec n$ sind Einheitsvektoren

Zerlegung der Bewegung

$$\left.\begin{aligned} v_t &= \vec v \cdot \vec t \\ v_n &= \vec v \cdot \vec n \end{aligned}\right\} \text{Beträge}$$

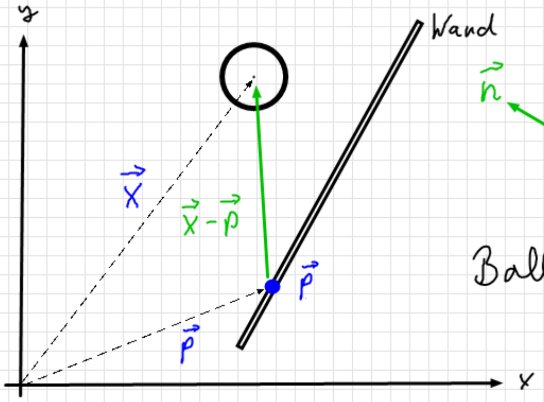
Bewegung vor der Reflexion:

$$\vec v = v_t \cdot \vec t + v_n \cdot \vec n$$

Bewegung nach der Reflexion (elastisch, glatte Wand)

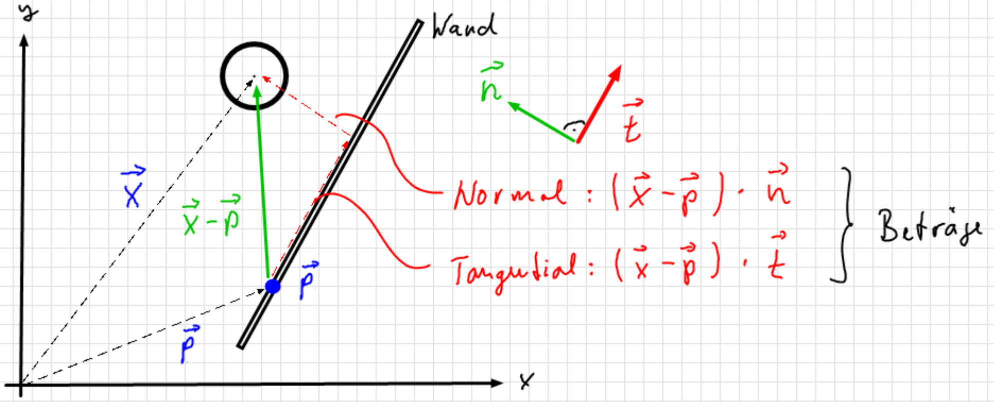
$$\vec v\,' = v_t \cdot \vec t - v_n \cdot \vec n$$

Wann berührt der Ball die Wand?



Ballradius : R

Zerlegung von $\vec{x}-\vec{p}$ in eine Normal- und Tangential Komponente



Der Ball berührt die Wand, wenn gilt:

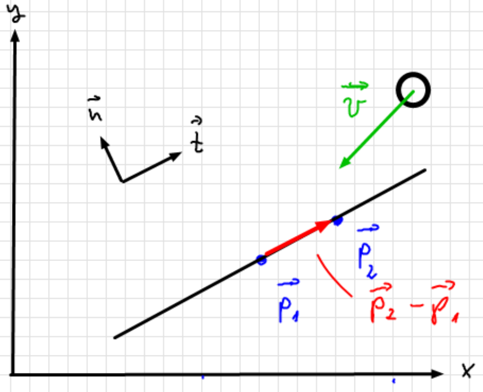
$$(\vec{x}-\vec{p})\cdot\vec{n} = R$$

Übung: Ballreflexion an schräger glatter Wand

Gegeben sind zwei Punkte auf einer schrägen Wand: $\vec{p}_1 = (13,6)^T$

$\vec{p}_2 = (17,8)^T$

Ein Ball hat die Geschwindigkeit $\vec{v} = (-5,-5)^T$ und prallt auf die Wand auf. $e = 1$



$$\vec{t} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{|\vec{p}_2 - \vec{p}_1|} \qquad \vec{n} = (-t_x, t_y)^T$$

Matlab

```
p1 = [13, 6]';
p2 = [17, 8]';
t  = (p2 - p1)/norm(p2-p1);
n  = [-t(2), t(1)]';
```

Reflexion:

$v_t = \vec{v} \cdot \vec{t} \qquad v_n = \vec{v} \cdot \vec{n}$ Tangential- und Normal-Komponente von v.

Matlab

```
v = [-5, -5]';  % Spaltenvektor
vt = v' * t ;   } Skalarprodukt: Zeilenvektor · Spaltenvektor
vn = v' * n ;   }
```

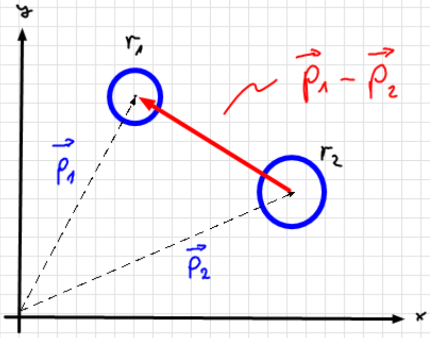
$\vec{v}\,' = vt \cdot \vec{t} - v_n \cdot \vec{n}$ Zusammenbau von $\vec{v}\,'$ aus der Tangential- und Normalkomponente von $\vec{v}$.

Matlab

```
vRefl = vt * t - vn * n ; % Skalar * Vektor
```

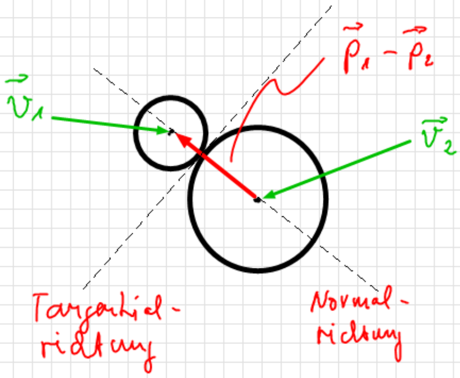
Schiefer zentrischer Stoß zweier Scheiben

Wann berühren sich die Scheiben?



Kontakt wenn

$$|\vec{p}_1 - \vec{p}_2| = r_1 + r_2$$



Normal- und Tangentialvektor bestimmen

$$\vec{n} = \frac{\vec{p}_1 - \vec{p}_2}{|\vec{p}_1 - \vec{p}_2|}$$

$$\vec{t} = (n_y , -n_x)$$

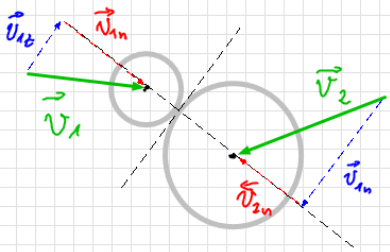
$\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ in n- und t-Richtung zerlegen

$$v_{1n} = \vec{v}_1^T \cdot \vec{n}$$

$$v_{1t} = \vec{v}_1^T \cdot \vec{t}$$

$$v_{2n} = \vec{v}_2^T \cdot \vec{n}$$

$$v_{2t} = \vec{v}_2^T \cdot \vec{t}$$



Reflexion

Tangentialkomponente $v'_{1t} = v_{1t}$

$v'_{2t} = v_{2t}$ } ändert sich nicht

Normalkomponente

$$\boxed{v'_{1n} = \frac{m_1 v_{1n} + m_2 v_{2n} - e \cdot m_2 (v_{1n} - v_{2n})}{m_1 + m_2}} \quad (1)$$

$$\boxed{v'_{2n} = \frac{m_1 v_{1n} + m_2 v_{2n} - e \cdot m_1 (v_{1n} - v_{2n})}{m_1 + m_2}} \quad (2)$$

Zusammenbau der Vektoren

$$\vec{v}_1' = v'_{1t} \cdot \vec{t} + v'_{1n} \cdot \vec{n}$$

$$\vec{v}_2' = v'_{2t} \cdot \vec{t} + v'_{2n} \cdot \vec{n}$$

Vorzeichenumkehr wird bereits durch (1) und (2) berücksichtigt!

Übung: Billard mit Stateflow

Zustandsvariablen: Local, continuous

$\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{v}_1, \vec{v}_2 \Rightarrow$ automatisch auch
x1_dot, x2_dot, v1_dot, v2_dot

Constant:

r_1, r_2 (Radien)

Parameter:

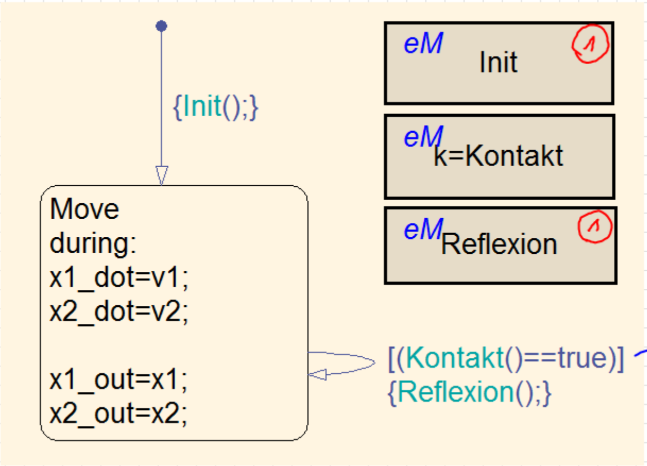
m_1, m_2 (Massen)

Output:

$$\underbrace{\vec{x}_1\_out}_{\text{discrete}} = \underbrace{\vec{x}_1}_{\text{continuous}}$$

$$\vec{x}_2\_out = \vec{x}_2$$

Name	Scope	UpdateMethod	DataType	Size	InitialValue	Port
r1	Constant	Discrete	double	1	0.1	
r2	Constant	Discrete	double	1	0.2	
v1	Local	Continuous	double	2		
v2	Local	Continuous	double	2		
x1	Local	Continuous	double	2		
x2	Local	Continuous	double	2		
x1_out	Output	Discrete	double	2		1
x2_out	Output	Discrete	double	2		2
m1	Parameter	Discrete	Inherit: Same as ...	-1		
m2	Parameter	Discrete	Inherit: Same as ...	-1		



$$\dot{\vec{x}}_1 = \vec{v}_1$$
$$\dot{\vec{x}}_2 = \vec{v}_2$$
$$\left.\begin{aligned}\dot{\vec{v}}_1 &= (0,0)^T \\ \dot{\vec{v}}_2 &= (0,0)^T\end{aligned}\right\}$$ d.h. konstante Geschwindigkeit

unsicher!

1 nur hier dürfen Zustands-variablen verändert werden

```
function Init

% Startwerte setzen
x1=[0.3 ; 0.5];
x2=[1.3 ; 0.8];
v1=[0.2 ; 0.1];
v2=[0 ; 0];
```

```
function k = Kontakt
% k: boolean

Abstand = norm(x1-x2) - (r1+r2);

if(Abstand > 0)
    k = false;
else
    k = true;
end
```

```
function Reflexion

% Normal- und Tangentialkomponente
n=(x1-x2)/norm(x1-x2);
t=[n(2);-n(1)];

% Geschwindigkeitskomponenten in Richtung n und t
% vor Reflexion
v1t=v1'*t;
v1n=v1'*n;
v2t=v2'*t;
v2n=v2'*n;

% Geschwindigkeitskomponenten in Richtung n und t
% nach Reflexion
v1t_=v1t;
v2t_=v2t;
v1n_=2*(m1*v1n + m2*v2n)/(m1+m2)-v1n;
v2n_=2*(m1*v1n + m2*v2n)/(m1+m2)-v2n;

% Geschwindigkeitsvektoren der Scheiben
% nach Reflexion
v1 = v1t_*t + v1n_*n;
v2 = v2t_*t + v2n_*n;
```