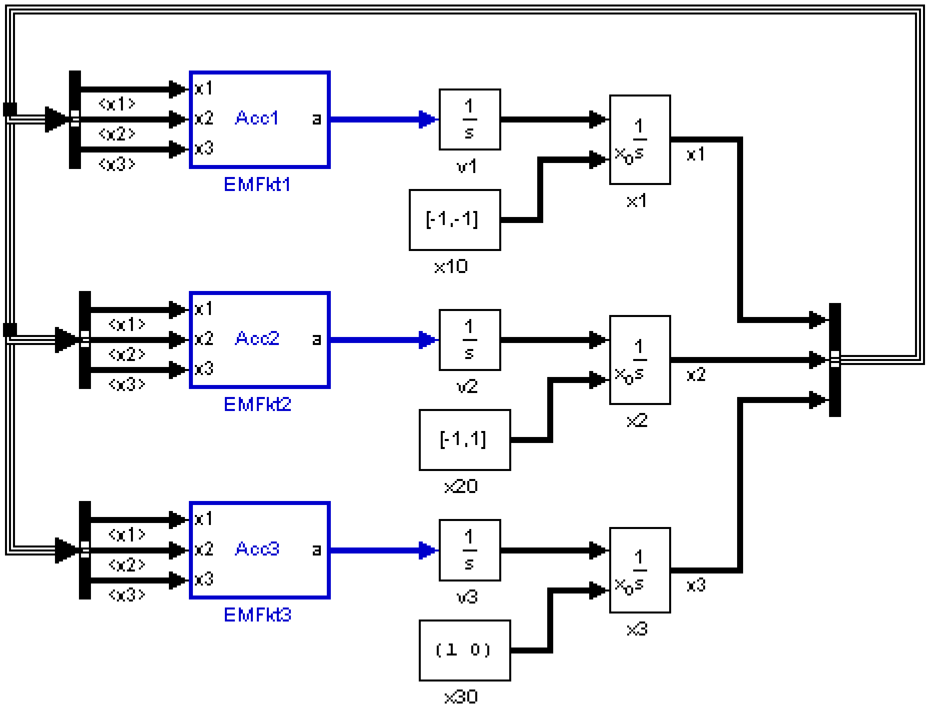
Aufgabe 1:

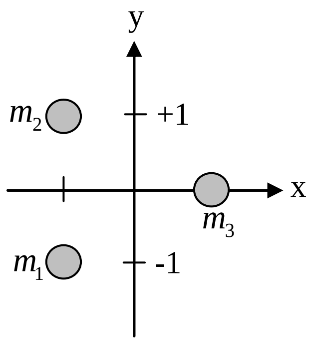
Drei Kreisscheiben können reibungsfrei in der xy-Ebene gleiten.
Die Kreisscheiben stoßen sich gegenseitig ab. Alle Kreisscheiben besitzen die Masse m=0.1.

Die Abstoßungskraft (Betrag) zwischen zwei Massen wird beschrieben durch: $F = \frac{C}{r^2}$

- Abstoßungskonstante: C=1
- Abstand zwischen den beiden Massenzentren: r

Das Simulink-Schaltbild zur Simulation ist gegeben:





Startpositionen der Massen

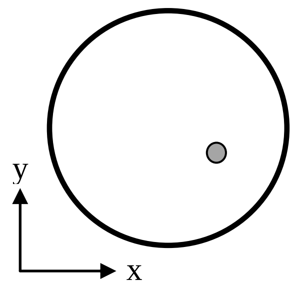
a) Geben Sie den auf die Masse m_1 wirkenden Kraft<u>vektor</u> $\vec{F}_1$ an.

b) Schreiben Sie die EM-Funktion (Acc1) für die Masse 1.

Aufgabe 2:

Bei einem Computer-Minigolfspiel (realisiert mit Stateflow) bewegt sich ein Ball (r=0.025m) in einem kreisförmigen Spielfeld (R=1m).

Die Stoßzahl der Ballreflexion am Spielfeldrand beträgt e=0.95.



Verwendet werden die Stateflow-Variablen :

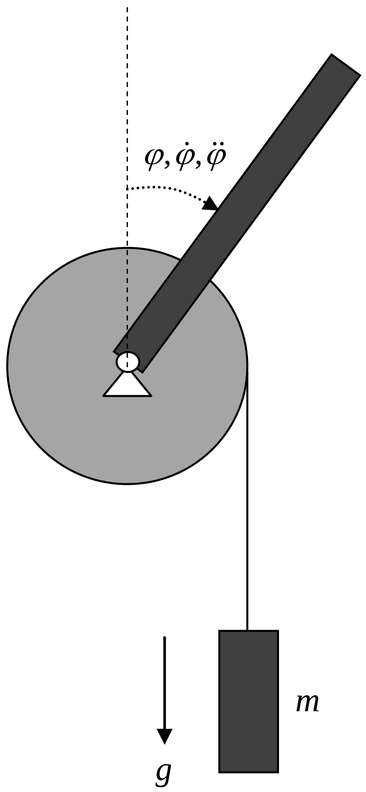
Ballposition und –geschwindigkeit:	x und v	(Typ: local, continuous, [2,1])
Zentrum des kreisförmigen Randes:	h	(Typ: local, discrete, [2,1])

Es sind zwei Stateflow-Funktionen zu schreiben:

a) f=Kollisionsdetektion() : Gibt *true* zurück, wenn der Ball den Rand berührt.
b) Ballreflexion(): Berechnet den Geschwindigkeitsvektor der Kugel nach der Reflexion am Rand.

Aufgabe 3: (etwas kniffliger)

An einer drehbaren Kreisscheibe ist ein rechteckiger Balken befestigt. Auf der Kreisscheibe ist ein Seil aufgewickelt, an dessen Ende sich eine Masse m befindet. Durch die Masse m wird die Kreisscheibe mit dem Balken in eine Drehbewegung versetzt.



Eigenschaften der mechanischen Komponenten:

drehbare Kreisscheibe:
Masse: $m_K = 40$kg
Radius: R = 1m

Balken:
Länge/Breite: l = 3m, b = 0.3m
Masse: $m_B = 20$kg

Masse m am Seil: m=100kg

a) Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment des Systems „Kreisscheibe und Balken“.

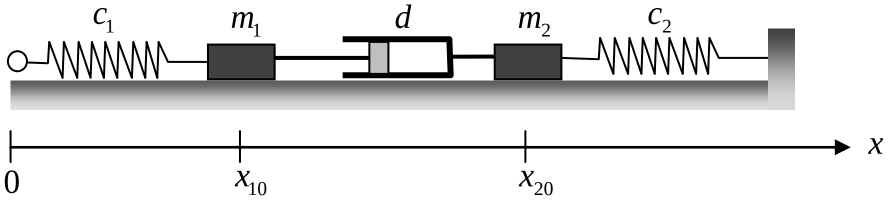
b) Zeichnen Sie die Freikörperbilder mit den angreifenden Kräften für das System „Kreisscheibe mit Balken“ sowie die Masse m.

c) Leiten Sie die Differentialgleichung der Drehbewegung her.

Tip: Drallsatz für Kreisscheibe-Balken, Schwerpunktsatz für m, Kompatibilitätsbedingung.

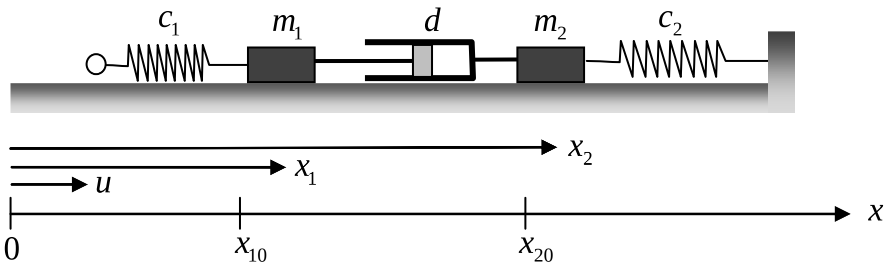
Aufgabe 4:

Zwei Massen gleiten reibungsfrei auf einer horizontalen Unterlage. Die Massen sind über Federn und Dämpfer miteinander verbunden.



Ruhezustand:
Federn entspannt

Zum Zeitpunkt t=0 wird das linke Ender der Feder 1 um u nach rechts bewegt.



a) Zeichnen Sie die Freikörperbilder der beiden Massen mit den angreifenden Kräften.
b) Geben Sie die Bewegungsdifferentialgleichungen der beiden Massen an.

Anm.: Gehen Sie bei a) und b) von folgendem Systemzustand aus:

$$u > (x_1 - x_{10}) > (x_2 - x_{20})$$
$$\dot{x}_1 > \dot{x}_2$$

Ergebnisse:

1) $\vec{F} = \frac{C}{|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|^2} \cdot \frac{\vec{x}_1 - \vec{x}_2}{|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|} + \frac{C}{|\vec{x}_1 - \vec{x}_3|^2} \cdot \frac{\vec{x}_1 - \vec{x}_3}{|\vec{x}_1 - \vec{x}_3|}$

```
function a = Acc1(x1, x2, x3)
c=1;
m=0.1;

v12    = x2-x1;          % Verbindungsvektor von 1 nach 2
dist12 = norm(v12);      % Abstand zwischen 1 und 2
e12    = v12/dist12;     % Einheitsvektor von 1 nach 2

v13    = x3-x1;          % Verbindungsvektor von 1 nach 3
dist13 = norm(v13);      % Abstand zwischen 1 und 3
e13    = v13/dist13;     % Einheitsvektor von 1 nach 3

a = -c/(m*dist12^2)*e12-c/(m*dist13^2)*e13;
```

2)

```
function f=Kollisionsdetektion

f=false;
dist=norm(x-h);     % Abstand Wandzentrum - Ballzentrum

Radialvektor = x - h;    % Wandzentrum zu Ball


if( (dist>(R-r)) && (Radialvektor'*v > 0))
    f=true;
end
```

```
function Ballreflexion

e=0.95;              % Stoßzahl
n=(x-h)/norm(x-h);  % Radialeinheitsvektor
t=[-n(2);n(1)];      % Tangentialeinheitsvektor

vt=v'*t;
vn=v'*n*e;

v=vt*t-vn*n;
```

3a) $J = J_K + J_B = \frac{1}{2} m_K R^2 + (\frac{1}{3} m_B l^2 + \frac{1}{12} m_B b^2) = 80.15 kgm^2$

3c) Ansatz:

$\sum M = m_B \cdot g \cdot \sin(\varphi) \cdot \frac{l}{2} + F_S \cdot R = J \cdot \ddot{\varphi}$ Drallsatz mit F_S=Seilkraft

$\sum F = m \cdot g - F_S = m \cdot a$ Schwerpunktsatz mit a=Beschleunigung von m

$\ddot{\varphi} = \frac{a}{R}$ Kompatibilitätsbedingung

Zusammen:

$$\ddot{\varphi} = \frac{m_B \cdot g \cdot \frac{l}{2}}{J + mR^2} \cdot \sin(\varphi) + \frac{m \cdot g \cdot R}{J + mR^2}$$

4)

$$\ddot{x}_1 = \frac{1}{m_1} \cdot \left[\left(u - (x_1 - x_{10}) \right) \cdot c_1 - \left(\dot{x}_1 - \dot{x}_2 \right) \cdot d \right]$$

$$\ddot{x}_2 = \frac{1}{m_2} \cdot \left[-\left(x_2 - x_{20} \right) \cdot c_2 \;\; + \left(\dot{x}_1 - \dot{x}_2 \right) \cdot d \right]$$