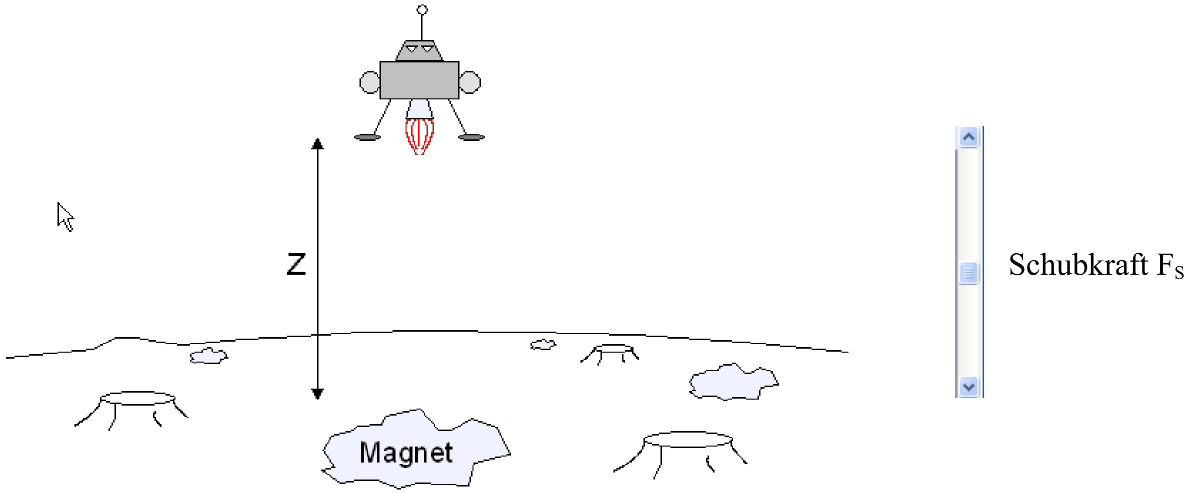
Aufgabe 1: (Euler, Runge-Kutta) [12 Punkte]

In einem Videospiel muss der Spieler mit Hilfe eines Schiebereglers den Schub eines Raumfahrzeugs so steuern, dass es sanft auf dem Planeten "*Magnetanus*" aufsetzt.
Je näher das Raumfahrzeug an die Planetenoberfläche kommt, desto stärker ziehen starke, auf dem Boden liegende Magnetsteine das Raumfahrzeug an.



Die Bewegung des Raumfahrzeugs wird durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$m\ddot{z} = F_S - m \cdot g - \frac{C_m}{(z+1)^2}$$

Nach Einsetzen aller konstanten Größen, wie Masse m, Gravitationskonstante g sowie Magnetkraftkonstante C_m wird daraus die Differentialgleichung:

$$\boxed{\ddot{z} = 0.001 \cdot F_S - 2 - \frac{5}{(z+1)^2}} \quad (1)$$

a) Zeichnen Sie das Blockschaltbild der Differentialgleichung (1).

b) Geben Sie an: abhängige Variable = ...

unabhängige Variable = ...

Eingangsgröße = ...

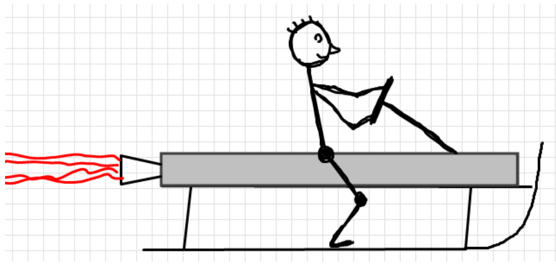
c) Zerlegen Sie Differentialgleichung (1) in zwei Differentialgleichungen 1. Ordnung.

d) Geben Sie die Rekursionsgleichungen des Systems nach Euler an.
Die Schrittweite sei h.

e) Geben Sie die Rekursionsgleichungen des Systems nach Runge-Kutta (2. Ordng.) an.
Die Schrittweite sei h.

Aufgabe 2: (Physical Modelling, Ruhelage) [10 Punkte]

Ein Raketenschlitten habe die folgenden Parameter:



Ruhemasse (mit Fahrer) : m_0=200kg
Schub F_s pro Durchsatz D : K=1000 Ns/kg

Es soll nur die Schubkraft F_S und die Luftreibung F_R berücksichtigt werden.

Sonstige Konstanten und Parameter:

cw = 0.8
ρ = 1.29 kg/m^3 Dichte der Luft
A = 1m^2 wirksame Querschnittsfläche der Luftreibung

Es gelten folgende Teilgleichungen:

Zeitabhängige Masse: $m(t) = m_0 - D \cdot t$

Luftreibung: $F_R = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$

Schubkraft: $F_S(t) = K \cdot D$

Es werde ein konstanter Durchsatz von D=1kg/s (= pro Sekunde verbrannte Masse) angenommen.

a) Geben Sie die Differentialgleichung $\dot{v} = f(\mathrm{v,t})$ der Schlittenbewegung an.
b) Setzen Sie die Zahlenwerte und Einheiten ein.
c) Normieren Sie die DGL auf SI-Einheiten.
d) Gegen welche Maximalgeschwindigkeit v_{max} (in km/h) beschleunigt der Schlitten?

Aufgabe 3: (Normierung, Übertragungsfunktion) [10 Punkte]

Gegeben ist die folgende nichtlineare Differentialgleichung:

$$\ddot{x} + 4x^2 \cdot \dot{x} + 7x \cdot u(\mathrm{t}) + 26 = -u(t) \qquad (1)$$

a) Zeichnen Sie das Blockschaltbild des nichtlinearen Systems (Funktion als Block).
b) Das System sei im stationären Zustand und es soll gelten: $x_A = -2$ (Arbeitspunkt).
   Wie groß muss u_A sein?
c) Linearisieren Sie das System um den Arbeitspunkt.

Angenommen die linearisierte DGL lautet $\Delta\ddot{x} + 14 \cdot \Delta\dot{x} + 14 \cdot \Delta x = 12 \cdot \Delta u(t) \qquad (2)$

d) Geben Sie die Übertragungsfunktion des Systems (2) an.
e) Ist das System (2) stabil (Begründung)?

Aufgabe 4: (Physical modelling) [10 Punkte]

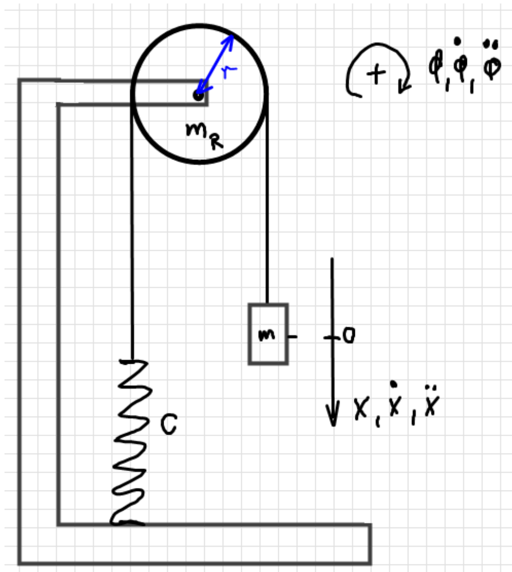
Gegeben ist der folgende mechanische Aufbau mit den Parametern: m, m_R, r und c.

In der gezeichneten Lage (x=0) ist die Feder kraftfrei und die Masse wird festgehalten.

Jetzt wird die Masse losgelassen:

a) Schneiden Sie das Umlenkrad und die Masse m frei und tragen Sie alle Kräfte und Momente an

b) Leiten Sie die Bewegungs-DGL $\ddot{x} = f(\dot{x}, x)$ des Blocks nachvollziehbar her.



Aufgabe 5: (Partikelsysteme, vektorielle Darstellung) [5 Punkte]

Gegeben ist folgende Feder-Masse-Anordnung mit den Parametern:

Federaufhängung bei $\vec{x}_1$ und $\vec{x}_2$
Länge der entspannten Federn : l_0
Federkonstante der Federn : c
Masse : m

Das Eigengewicht der Masse m soll berücksichtigt. Die Federn sind im Ruhezustand stark vorgespannt. Geben Sie die DGL für den Fall an, dass die Masse leicht aus der Ruhelage bewegt und dann losgelassen wird.