

## **Численные методы решения задач теории управления**

### **Домашнее задание №3**

«Бинарная классификация с помощью нейронной сети ADALINE»

### **Вариант №4**

Группа:                   ФН12-61Б

Студент:               Дорохов М. А.

Преподаватель:   Тверская Е. С.

# Постановка задачи

1. Для указанных множеств построить бинарную классификацию, с помощью простейшей нейронной сети ADALINE.
2. Построить прямую, разделяющую эти множества, и вычислить результирующие весовые коэффициенты.
3. При тестировании использовать нулевые начальные приближения для весов и смещения.
4. Изменить количество точек множества (уменьшить до 10-15). Рассмотреть работу алгоритма при различных начальных весовых коэффициентах и смещениях. Как влияют эти изменения на результат?
5. Сравнить результаты работы сети ADALINE с нейронной сетью, использующей пороговую функцию активации.

Предложенные по варианту множества:

$$X = \{x_i = (x_i^1, x_i^2), i = \overline{1, n}\}, X \subset \mathbb{R}^2;$$
$$Y = \{x_i = (x_i^1, x_i^2) : (5x_i^1 - 0, 9) + (-4x_i^2 - 0, 1) > 0, 5\}.$$

## Ход работы

### Построение нейронной сети и её обучение

Для построения бинарной классификации для множеств  $X$  и  $Y$  будем использовать нейронную сеть с линейной функцией активации (ADALINE). Введём обозначения:  $X$  - входные данные,  $W$  - матрица весовых коэффициентов,  $b$  - смещение,  $f$  - функция активации,  $y$  - выход.

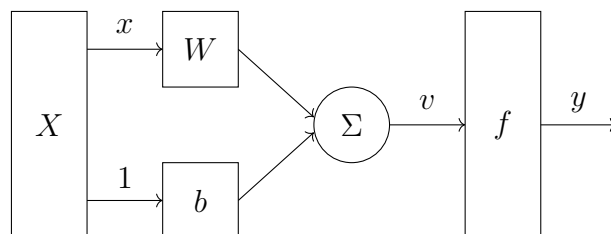


Схема нейрона

Алгоритм обучения:

1. Вычисляем  $y^{(0)} = W^{(0)}x_0 + b^{(0)}$ ;
2. Вычисляем ошибку  $e^{(0)} = t_0 - y^{(0)}$ , где  $t_0$  - таргет;
3. Обновляем весовые коэффициенты и смещение:

$$W_{new} = W_{old} + 2\alpha e^{(0)} x_1^T,$$
$$b_{new} = b_{old} + 2\alpha e^{(0)},$$

где  $\alpha$  - скорость обучения;

4. Вычисляем  $y^{(i)}$ ,  $i = \overline{1, n}$  и проверяем их равенство соответствующим таргетам  $t_i$ ;
5. Продолжаем, пока не получим  $e^{(i)} < \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  - желаемая точность.

## Код программы

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
np.random.seed(0)
n_samples = 250

X = np.random.rand(n_samples, 2)
Y = (((5*X[:, 0]-0.9))+(-4*X[:, 1]-0.1) > 0.5)
Y = np.array([(lambda elem: 1 if elem else -1)(xi) for xi in Y])

def adaline(data, target, weights, bias, learn_rate, eps):
    i = 0
    j = 0
    err = 0
    while True:
        i = i % len(data)
        y = weights @ data[i] + bias
        temp_err = err
        err = target[i] - y
        temp_w = weights
        weights = weights + 2 * learn_rate * err * data[i]
        bias = bias + 2 * learn_rate * err
        i += 1
        j += 1
        if (abs(err) < eps):
            break
    return weights, bias, j

W = np.array([0, 0])
b = 0
iters = 0

W, b, iters = adaline(X, Y, W, b, 0.006, 1e-4)
print(W, b, iters)

x = np.arange(-10, 10, 0.1)
fig = plt.figure(figsize=(10, 10))
ax = plt.gca()

for i in range(0, n_samples):
    if (Y[i] == 1):
        plt.scatter(X[i, 0], X[i, 1], color = "g", marker = "+")
    else:
        plt.scatter(X[i, 0], X[i, 1], color = "r", marker = ".")
y = - (W[0] / W[1]) * x - (b / W[1])
plt.plot(x, y, color = "black")
plt.ylim([0, 1])
plt.xlim([0, 1])
ax.spines['top'].set_visible(False)
ax.spines['right'].set_visible(False)
```

## Результаты

Зелеными плюсами обозначены точки множества  $Y$ , красными кругами - точки, не вошедшие в это множество.

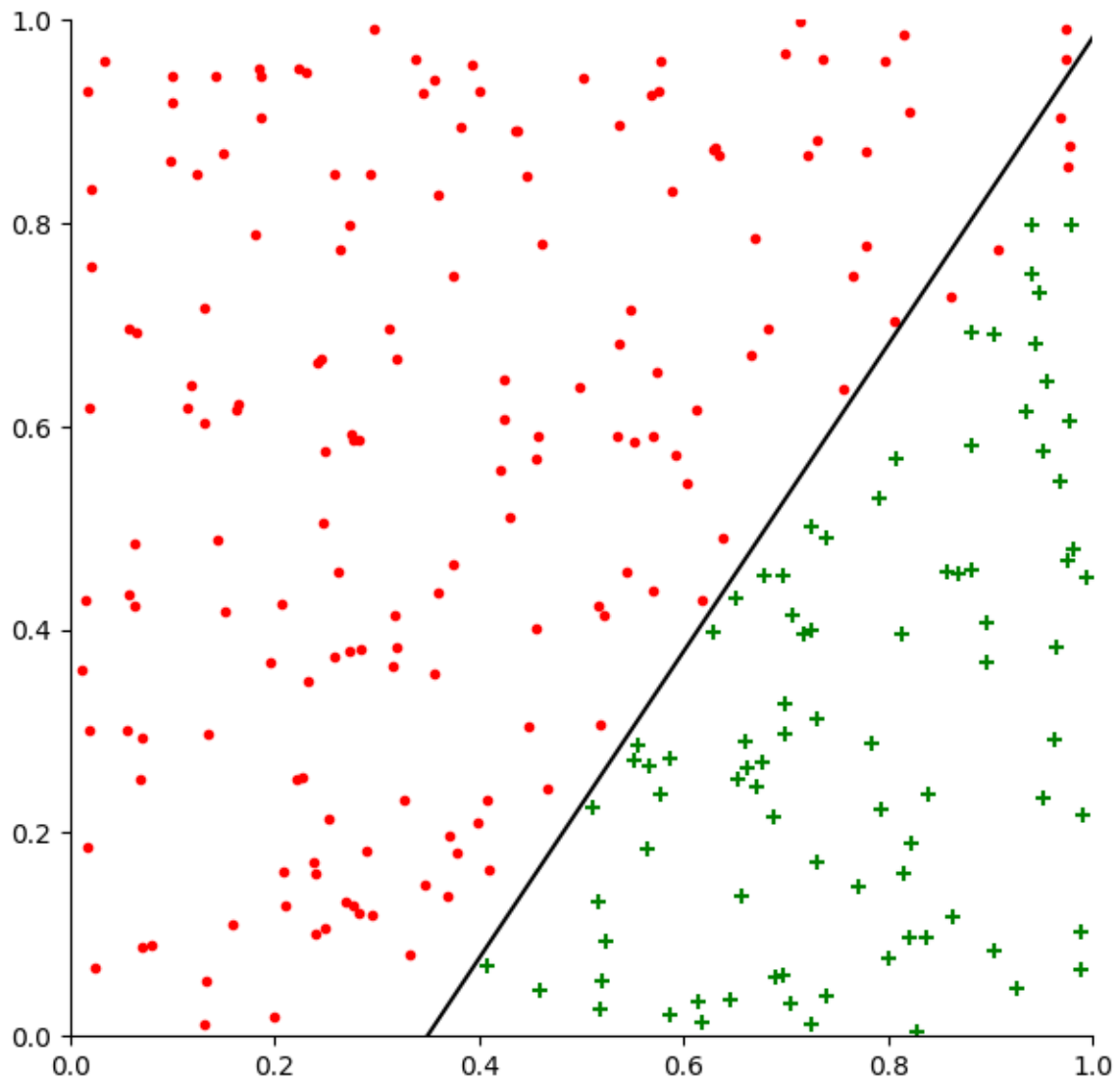
- $W = (0, 0)$ ,  $b = 0$ ,  $n = 250$ ,  $\alpha = 0.006$ ,

Результат обучения:

–  $W = (2.11491302, -1.40029937)$

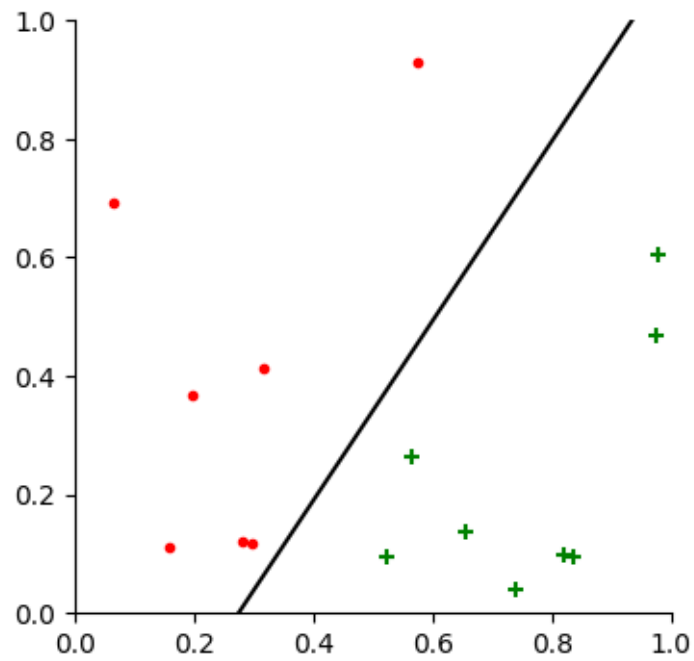
–  $b = -0.7391283647150274$

–  $i = 4796$



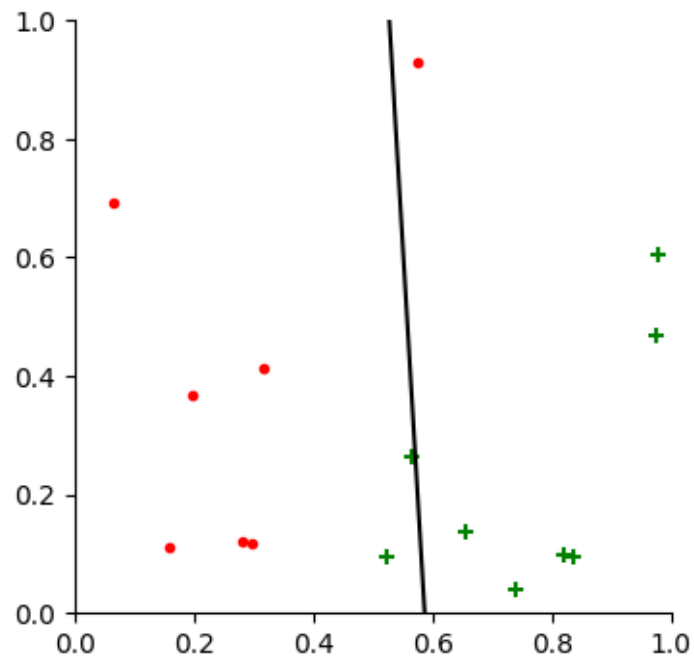
- $W = (1, 0.5)$ ,  $b = 3$ ,  $n = 15$ ,  $\alpha = 0.01$ ,

Результат обучения:  $W = (1.49265068, -0.98421782)$ ,  $b = -0.4108386394804238$ ,  $i = 642$ .



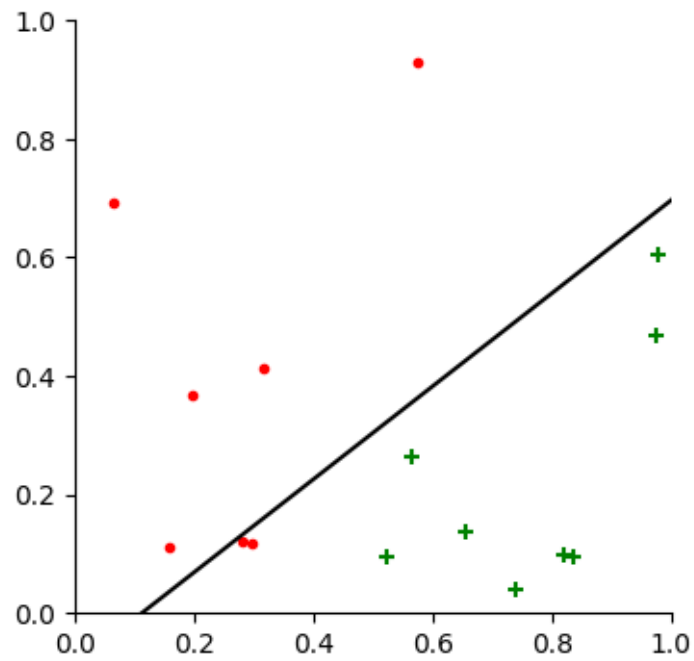
- $W = (5, 2)$ ,  $b = -1$ ,  $n = 15$ ,  $\alpha = 0.1$ ,

Результат обучения:  $W = (3.97020806, 1.17063723)$ ,  $b = -2.381181150319033$ ,  $i = 11$ .



- $W = (-3, -6)$ ,  $b = 2$ ,  $n = 15$ ,  $\alpha = 0.1$ ,

Результат обучения:  $W = (1.66223755, -2.11695159)$ ,  $b = -0.1880124273090611$ ,  $i = 140$ .



- $W = (100, -100)$ ,  $b = 0$ ,  $n = 15$ ,  $\alpha = 0.1$ ,

Результат обучения:  $W = (4.57054196, -2.68106225)$ ,  $b = -2.031221213542649$ ,  $i = 265$ .

