

| | | |
|---------------------|--|---------------|
| Krzysztof Czarnowus | komputerowe zadanie 2. z zestawu 4. ćwiczeń z Rachunku Prawdopodobieństwa | 22.11.2023 r. |
|---------------------|--|---------------|

1. Wstęp

Stworzenie generatora liczb pseudolosowych, których gęstość prawdopodobieństwa ma kształt trapezu o rogach w punktach $(-1, 0)$, $(0, 1/3)$, $(2, 1/3)$ oraz $(3, 0)$ jest proste do zaimplementowania za pomocą metody odwracania dystrybuanty. Wyjściowa dystrybuanta zadanej funkcji przyjmuje postać zależną od przedziału, a po jej odpowiednim przekształceniu otrzymuje się wyrażenia na obliczenie zmiennej losowej posiadającej funkcję gęstości prawdopodobieństwa o zadany kształcie.

$$x' = \sqrt{6x} - 1 \text{ dla } x \in (0, \frac{1}{6}) \quad (1)$$

$$x' = 3x - \frac{1}{2} \text{ dla } x \in [\frac{1}{6}, \frac{5}{6}] \quad (2)$$

$$x' = 3 - \sqrt{6 - 6x} \text{ dla } x \in (\frac{5}{6}, 1) \quad (3)$$

w którym x jest liczbą pseudolosową z przedziału $[0, 1]$ otrzymaną za pomocą generatora o rozkładzie jednorodnym.

2. Wyniki

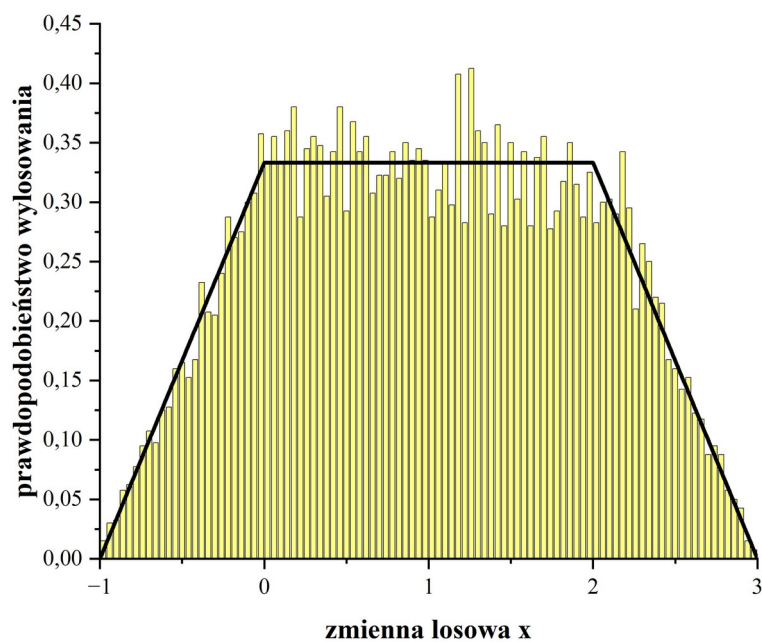
Sporządzono histogramy rozkładu liczb otrzymanych za pomocą napisanego generatora. Badany przedział podzielono na 100 podzbiorów o stałym rozmiarze równym 0.04. Po wygenerowaniu liczby sprawdzano, do którego podzbioru ta należy, zliczając ilość liczb wygenerowanych w każdym przedziale.

Aby histogram był unormowany, każdemu przedziałowi q przypisano liczbę prawdopodobieństwa, obliczoną za pomocą wzoru:

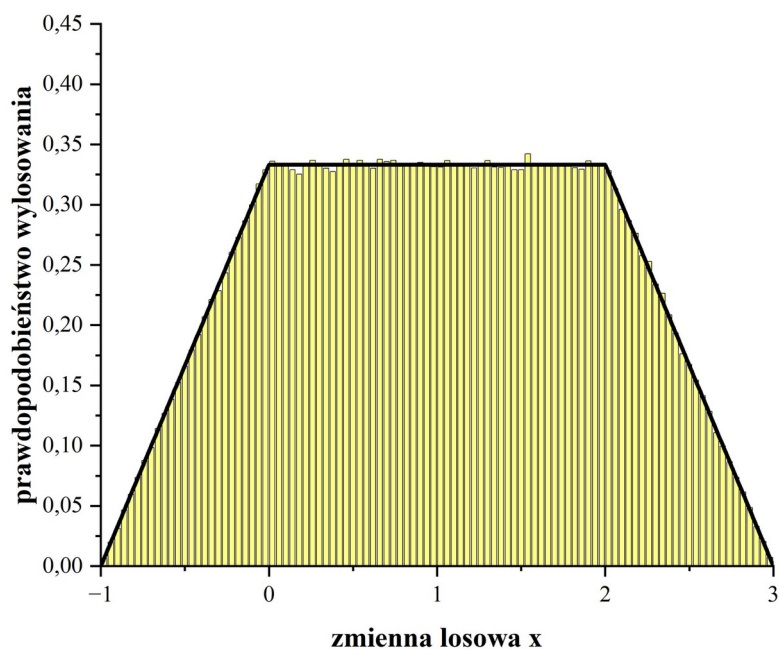
$$P(x \in q) = \frac{n}{N \times h} \quad (4)$$

gdzie n jest ilością liczb wygenerowanych w danym przedziale, N ilością liczb wygenerowanych w całym eksperymencie, a h szerokością przedziału równą 0.04.

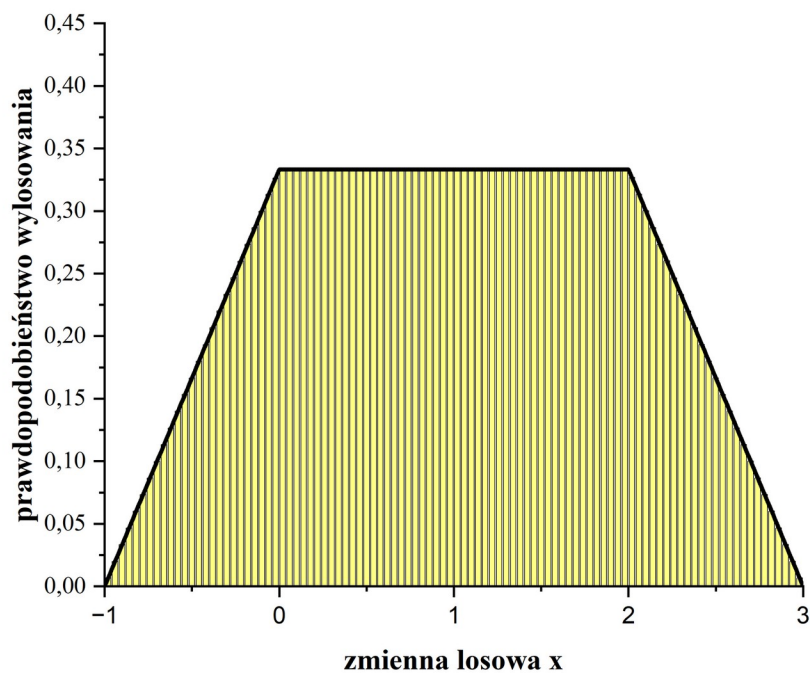
Program uruchomiono dla różnych zadanych ilości liczb pseudolosowych: 10^4 , 10^6 oraz 10^9 .
Otrzymane histogramy przedstawiono na rysunkach 1., 2. oraz 3.



Rysunek 1. Histogram otrzymany po wygenerowaniu 10^4 liczb pseudolosowych wraz z zaznaczonymi granicami trapezu, którego treść podano w zadaniu.



Rysunek 2. Histogram otrzymany po wygenerowaniu 10^6 liczb pseudolosowych wraz z zaznaczonymi granicami trapezu, którego treść podano w zadaniu.



Rysunek 3. Histogram otrzymany po wygenerowaniu 10^9 liczb pseudolosowych wraz z zaznaczonymi granicami trapezu, którego treść podano w zadaniu.

Można zaobserwować, że dla wygenerowania 10^4 liczb badany przedział podzielony został na zbyt wiele przegródek, aby histogram dobrze oddawał faktyczną funkcję gęstości prawdopodobieństwa stworzonego generatora; dopiero w miarę zwiększania ilości liczb potwierdzono jednoznacznie otrzymanie rozkładu zgodnego z oczekiwanym.