

Krzysztof Czarnowus	komputerowe zadanie 7. z zestawu 6. ćwiczeń z Rachunku Prawdopodobieństwa	23.12.2023 r.
---------------------	--	---------------

1. Wstęp

Rozkład chi kwadrat jest rozkładem zmiennej losowej, która jest sumą k kwadratów liczb losowych wygenerowanych za pomocą rozkładu normalnego. Dla liczby stopni swobody $k = 3$ jego gęstość prawdopodobieństwa wyraża się wzorem:

$$f(x) = \frac{(1/2)^{\frac{3}{2}}}{\Gamma(3/2)} \times x^{\frac{1}{2}} \times \exp\left(\frac{-x}{2}\right) \quad (1)$$

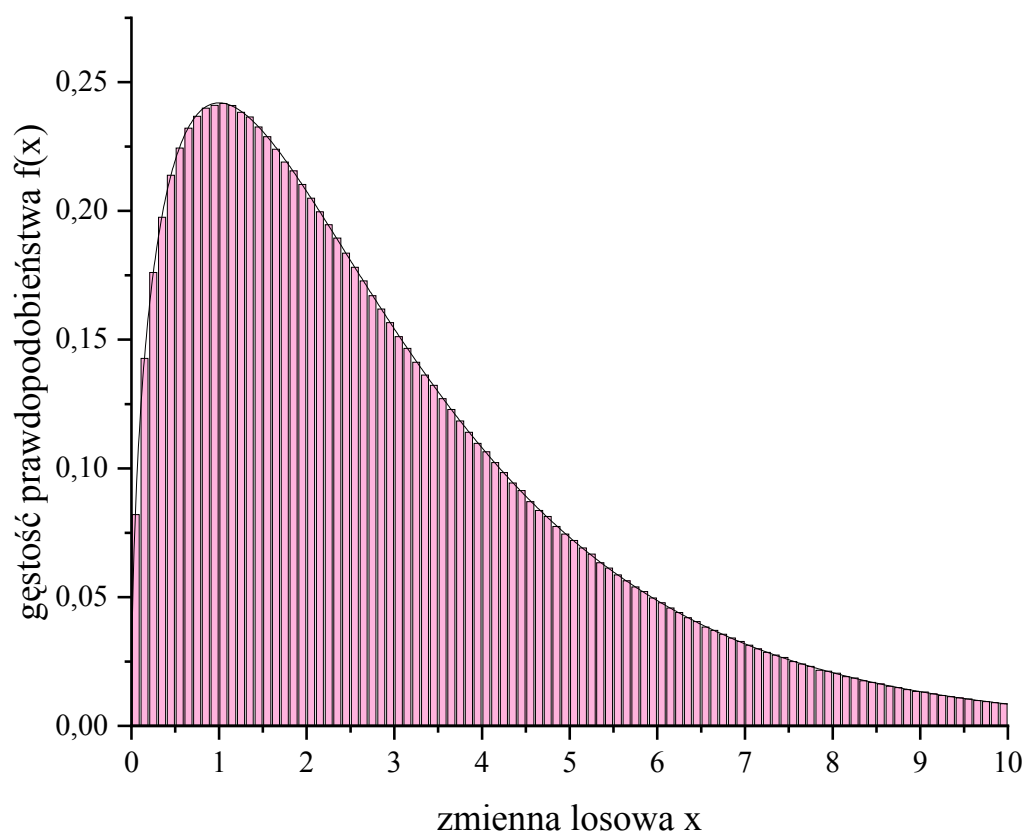
Stworzono generator liczb losowych zgodnych z rozkładem chi kwadrat dla trzech stopni swobody. Program napisano w języku C++. Losuje on liczby u_1 oraz u_2 za pomocą generatora o rozkładzie jednorodnym z przedziału $(0, 1)$, po czym wykonuje na nich transformację Boxa-Mullera:

$$x = \sqrt{-2 \ln(u_1)} \times \cos(2\pi u_2) \quad (2)$$

W jej wyniku otrzymuje się liczby ze standardowego rozkładu normalnego $N(0, 1)$. Poprzez podniesienie kwadratów trzech kolejno otrzymanych liczb możliwe jest wygenerowanie liczb o rozkładzie chi kwadrat.

2. Wyniki

Za pomocą napisanego programu wygenerowano 10 000 000 liczb o rozkładzie chi kwadrat dla trzech stopni swobody. Na ich podstawie stworzono histogram dla zmiennej losowej z przedziału $0 - 10$, unormowano go oraz dopasowano do niego w programie Origin funkcję ze wzoru 1, aby sprawdzić poprawność otrzymanej zależności. Histogram przedstawiono na rysunku 1.



Rysunek 1. Histogram stworzonego generatora liczb o rozkładzie chi kwadrat ($n = 3$) wraz z wykresem funkcji będącej analityczną postacią gęstości prawdopodobieństwa rozkładu chi kwadrat.

Można zaobserwować, że histogram dokładnie pokrywa się z wykresem analitycznej gęstości prawdopodobieństwa rozkładu chi kwadrat. Świadczy to o poprawności działania stworzonego generatora.