

Krzysztof Czarnowus	komputerowe zadanie 8. z zestawu 2. ćwiczeń z Rachunku Prawdopodobieństwa	27.10.2023 r.
--------------------------------	--	----------------------

1. Wstęp

Napisano program do obliczania wartości liczby π metodą Monte Carlo. W tym celu generowano dużą ilość par liczb pseudolosowych z przedziału $[0,1]$, przyjmując, że każda odpowiada punktowi na kwadracie jednostkowym zawierającym się w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych. Założono, że w kwadrat wpisana jest ćwiartka koła o środku w punkcie $(0,0)$. W takim przypadku pole kwadratu równe jest jedności, podczas gdy pole ćwiartki koła:

$$\text{pole ćwiartki koła} = \frac{\pi}{4} \quad (1)$$

Na tej podstawie losując punkty w kwadracie jednostkowym i sprawdzając, czy zawierają się w kole możliwe jest obliczenie prawdopodobieństwa geometrycznego zdarzenia A , zakładającego, że dany punkt znajduje się w ćwiartce koła. Przekształcając odpowiednie wzory można zauważyć, że liczba π równa jest wartości:

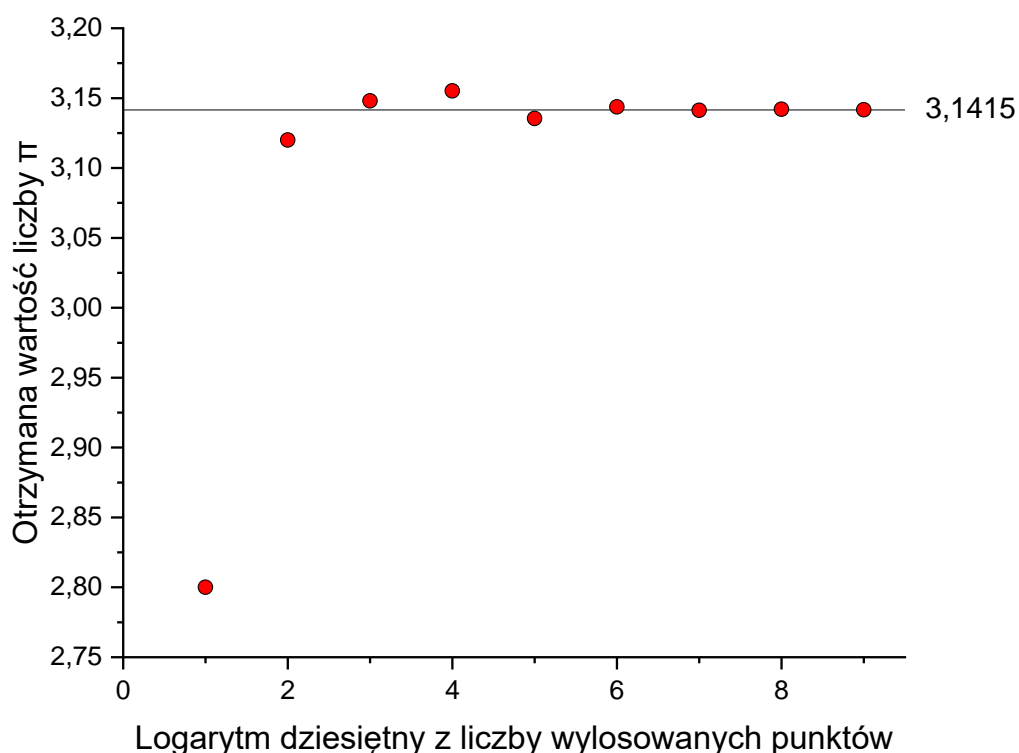
$$\pi = 4 * P(A) \quad (2)$$

Przeprowadzono komputerową symulację danego zagadnienia, wyliczając wartości liczby π dla 10^1 , 10^2 , ..., 10^9 wylosowanych punktów w kwadracie jednostkowym. Aby generator `rand()` z biblioteki `<random>` zwracał wartości z przedziału $[0,1]$, każdą wylosowaną wartość dzielono przez makro `RAND_MAX`, a więc największą możliwą do otrzymania liczbę. Po wylosowaniu pary liczb x oraz y sprawdzano warunek na zawieranie się w ćwiartce koła jednostkowego:

$$x^2 + y^2 \leq 1 \quad (3)$$

2. Wyniki

Wartości liczby π otrzymane w wyniku przeprowadzania symulacji przedstawiono na rysunku 1. Wykonanie ostatniej symulacji, polegającej na wylosowaniu 10^{10} punktów, skutkowało otrzymaniem liczby π równej 3.1416, a więc bardzo zbliżonej do wartości dokładnej.



Rysunek 1. Zależność obliczonej z użyciem metody Monte Carlo wartości π od liczby punktów wygenerowanych pseudolosowo.

Można zaobserwować, że już przy wygenerowaniu ok. 1 000 000 punktów otrzymano wartość liczby π z dokładnością zbliżoną do satysfakcjonującej.