

Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»  
Факультет інформатики та обчислювальної техніки  
Кафедра обчислювальної техніки

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5

**з дисципліни «Методи оптимізації та планування експерименту»  
на тему: «Проведення трьохфакторного експерименту при використанні  
рівняння регресії з урахуванням квадратичних членів (центральний  
ортогональний композиційний план)»**

ВИКОНАВ:  
студент II курсу ФІОТ  
групи ІО-93  
Поліщук М. С.  
Варіант: 322

ПЕРЕВІРИВ:  
Регіда П. Г.

**Тема:** Проведення трьохфакторного експерименту при використанні рівняння регресії з урахуванням квадратичних членів (центральний ортогональний композиційний план)

**Мета:** Провести трьохфакторний експеримент з урахуванням квадратичних членів, використовуючи центральний ортогональний композиційний план. Знайти рівняння регресії, яке буде адекватним для опису об'єкту.

### Завдання:

#### Завдання

1. Взяти рівняння з урахуванням квадратичних членів.
2. Скласти матрицю планування для ОЦКП
3. Провести експеримент у всіх точках факторного простору (знайти значення функції відгуку Y). Значення функції відгуку знайти у відповідності з варіантом діапазону, зазначеного далі. Варіанти вибираються по номеру в списку в журналі викладача.

$$y_{i\max} = 200 + x_{cp\max}$$

$$y_{i\min} = 200 + x_{cp\min}$$

$$\text{где } x_{cp\max} = \frac{x_{1\max} + x_{2\max} + x_{3\max}}{3}, \quad x_{cp\min} = \frac{x_{1\min} + x_{2\min} + x_{3\min}}{3}$$

4. Розрахувати коефіцієнти рівняння регресії і записати його.
5. Провести 3 статистичні перевірки.

Хід роботи:

322	-10	1	-9	7	-8	3
-----	-----	---	----	---	----	---

Лістинг програми:

```
import random
import sklearn.linear_model as lm
from scipy.stats import f, t
from functools import partial
from pyDOE2 import *
import numpy as np

def regression(x, b):
    y = sum([x[i] * b[i] for i in range(len(x))])
    return y

x_range = ((-10, 1), (-9, 7), (-8, 3))

x_aver_max = sum([x[1] for x in x_range]) / 3
x_aver_min = sum([x[0] for x in x_range]) / 3

y_max = 200 + int(x_aver_max)
y_min = 200 + int(x_aver_min)

# квадратна дисперсія
def s_kv(y, y_aver, n, m):
    res = []
    for i in range(n):
        s = sum([(y_aver[i] - y[i][j]) ** 2 for j in range(m)]) / m
```

```

        res.append(round(s, 3))
    return res

def plan_matrix5(n, m):
    print(f'\nГенеруємо матрицю планування для n = {n}, m = {m}')

    y = np.zeros(shape=(n, m))
    for i in range(n):
        for j in range(m):
            y[i][j] = random.randint(y_min, y_max)

    if n > 14:
        no = n - 14
    else:
        no = 1
    x_norm = ccdesign(3, center=(0, no))
    x_norm = np.insert(x_norm, 0, 1, axis=1)

    for i in range(4, 11):
        x_norm = np.insert(x_norm, i, 0, axis=1)

    l = 1.215

    for i in range(len(x_norm)):
        for j in range(len(x_norm[i])):
            if x_norm[i][j] < -1 or x_norm[i][j] > 1:
                if x_norm[i][j] < 0:
                    x_norm[i][j] = -1
                else:
                    x_norm[i][j] = 1

    def add_sq_nums(x):
        for i in range(len(x)):
            x[i][4] = x[i][1] * x[i][2]
            x[i][5] = x[i][1] * x[i][3]
            x[i][6] = x[i][2] * x[i][3]
            x[i][7] = x[i][1] * x[i][3] * x[i][2]
            x[i][8] = x[i][1] ** 2
            x[i][9] = x[i][2] ** 2
            x[i][10] = x[i][3] ** 2
        return x

    x_norm = add_sq_nums(x_norm)

    x = np.ones(shape=(len(x_norm), len(x_norm[0])), dtype=np.int64)
    for i in range(8):
        for j in range(1, 4):
            if x_norm[i][j] == -1:
                x[i][j] = x_range[j - 1][0]
            else:
                x[i][j] = x_range[j - 1][1]

    for i in range(8, len(x)):
        for j in range(1, 3):
            x[i][j] = (x_range[j - 1][0] + x_range[j - 1][1]) / 2

    dx = [x_range[i][1] - (x_range[i][0] + x_range[i][1]) / 2 for i in range(3)]

    x[8][1] = 1 * dx[0] + x[9][1]
    x[9][1] = -1 * dx[0] + x[9][1]
    x[10][2] = 1 * dx[1] + x[9][2]
    x[11][2] = -1 * dx[1] + x[9][2]
    x[12][3] = 1 * dx[2] + x[9][3]
    x[13][3] = -1 * dx[2] + x[9][3]

```

```

x = add_sq_nums(x)

print('\nX:\n', x)
print('\nX нормоване:\n')
for i in x_norm:
    print([round(x, 2) for x in i])
print('\nY:\n', y)

return x, y, x_norm

def find_coef(X, Y, norm=False):
    skm = lm.LinearRegression(fit_intercept=False)
    skm.fit(X, Y)
    B = skm.coef_

    if norm == 1:
        print('\nКоефіцієнти рівняння регресії з нормованими X:')
    else:
        print('\nКоефіцієнти рівняння регресії:')
    B = [round(i, 3) for i in B]
    print(B)
    print('\nРезультат рівняння зі знайденими коефіцієнтами:\n', np.dot(X, B))
    return B

def kriteriy_cochrana(y, y_aver, n, m):
    f1 = m - 1
    f2 = n
    q = 0.05
    S_kv = s_kv(y, y_aver, n, m)
    Gp = max(S_kv) / sum(S_kv)
    print('\nПеревірка за критерієм Кохрена')
    return Gp

def cohren(f1, f2, q=0.05):
    q1 = q / f1
    fisher_value = f.ppf(q=1 - q1, dfn=f2, dfd=(f1 - 1) * f2)
    return fisher_value / (fisher_value + f1 - 1)

# оцінки коефіцієнтів
def bs(x, y_aver, n):
    res = [sum(1 * y for y in y_aver) / n]

    for i in range(len(x[0])):
        b = sum(j[0] * j[1] for j in zip(x[:, i], y_aver)) / n
        res.append(b)
    return res

def kriteriy_studentsa(x, y, y_aver, n, m):
    S_kv = s_kv(y, y_aver, n, m)
    s_kv_aver = sum(S_kv) / n

    # статистична оцінка дисперсії
    s_Bs = (s_kv_aver / n / m) ** 0.5 # статистична оцінка дисперсії
    Bs = bs(x, y_aver, n)
    ts = [round(abs(B) / s_Bs, 3) for B in Bs]

    return ts

def kriteriy_fishera(y, y_aver, y_new, n, m, d):
    S_ad = m / (n - d) * sum([(y_new[i] - y_aver[i]) ** 2 for i in

```

```

range(len(y))])
    S_kv = s_kv(y, y_aver, n, m)
    S_kv_aver = sum(S_kv) / n

    return S_ad / S_kv_aver

def check(X, Y, B, n, m):
    print('\n\tПеревірка рівняння:')
    f1 = m - 1
    f2 = n
    f3 = f1 * f2
    q = 0.05

    ### табличні значення
    student = partial(t.ppf, q=1 - q)
    t_student = student(df=f3)

    G_kr = cohren(f1, f2)
    ###

    y_aver = [round(sum(i) / len(i), 3) for i in Y]
    print('\nСереднє значення y:', y_aver)

    disp = s_kv(Y, y_aver, n, m)
    print('Дисперсія y:', disp)

    Gp = kriteriy_cochrana(Y, y_aver, n, m)
    print(f'Gp = {Gp}')
    if Gp < G_kr:
        print(f'З ймовірністю {1 - q} дисперсії однорідні.')
    else:
        print("Необхідно збільшити кількість дослідів")
        m += 1
        main(n, m)

    ts = kriteriy_students(X[:, 1:], Y, y_aver, n, m)
    print('\nКритерій Стюдента:\n', ts)
    res = [t for t in ts if t > t_student]
    final_k = [B[i] for i in range(len(ts)) if ts[i] in res]
    print('\nКоефіцієнти {} статистично незначущі, тому ми виключаємо їх з
рівняння.'.format(
        [round(i, 3) for i in B if i not in final_k]))

    y_new = []
    for j in range(n):
        y_new.append(regression([X[j][i] for i in range(len(ts)) if ts[i] in
res], final_k))

    print(f'\nЗначення "y" з коефіцієнтами {final_k}')
    print(y_new)

    d = len(res)
    if d >= n:
        print('\nF4 <= 0')
        print('')
        return
    f4 = n - d

    F_p = kriteriy_fishera(Y, y_aver, y_new, n, m, d)

    fisher = partial(f.ppf, q=0.95)
    f_t = fisher(dfn=f4, dfd=f3) # табличне знач
    print('\nПеревірка адекватності за критерієм Фішера')
    print('Fp =', F_p)
    print('F_t =', f_t)

```

```

if F_p < f_t:
    print('Математична модель адекватна експериментальним даним')
else:
    print('Математична модель не адекватна експериментальним даним')

def main(n, m):
    X5, Y5, X5_norm = plan_matrix5(n, m)

    y5_aver = [round(sum(i) / len(i), 3) for i in Y5]
    B5 = find_coef(X5, y5_aver)

    check(X5_norm, Y5, B5, n, m)

if __name__ == '__main__':
    main(15, 3)

```

Результат виконання роботи:

```

X:
[[ 1 -10 -9 -8 90 80 72 -720 100 81 64]
 [ 1 1 -9 -8 -9 -8 72 72 1 81 64]
 [ 1 -10 7 -8 -70 80 -56 560 100 49 64]
 [ 1 1 7 -8 7 -8 -56 -56 1 49 64]
 [ 1 -10 -9 3 90 -30 -27 270 100 81 9]
 [ 1 1 -9 3 -9 3 -27 -27 1 81 9]
 [ 1 -10 7 3 -70 -30 21 -210 100 49 9]
 [ 1 1 7 3 7 3 21 21 1 49 9]
 [ 1 2 -1 1 -2 2 -1 -2 4 1 1]
 [ 1 -10 -1 1 10 -10 -1 10 100 1 1]
 [ 1 -4 8 1 -32 -4 8 -32 16 64 1]
 [ 1 -4 -10 1 40 -4 -10 40 16 100 1]
 [ 1 -4 -1 7 4 -28 -7 28 16 1 49]
 [ 1 -4 -1 -5 4 20 5 -20 16 1 25]
 [ 1 -4 -1 1 4 -4 -1 4 16 1 1]]

```

X нормоване:

```
[1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, -1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, 1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.22, 0.0, 0.0, -0.0, -0.0, 0.0, -0.0, 1.48, 0.0, 0.0]
[1.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48, 0.0, 0.0]
[1.0, 0.0, -1.22, 0.0, -0.0, 0.0, -0.0, -0.0, 0.0, 1.48, 0.0]
[1.0, 0.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48, 0.0]
[1.0, 0.0, 0.0, -1.22, 0.0, -0.0, -0.0, -0.0, 0.0, 0.0, 1.48]
[1.0, 0.0, 0.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48]
[1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
```

Y:

```
[[194. 202. 197.]
 [203. 193. 201.]
 [198. 194. 201.]
 [191. 195. 194.]
 [194. 191. 203.]
 [199. 195. 191.]
 [200. 203. 194.]
 [203. 201. 203.]
 [201. 199. 191.]
 [202. 200. 201.]
 [197. 202. 195.]
 [203. 197. 199.]
 [196. 194. 203.]
 [202. 199. 194.]
 [198. 194. 200.]]
```

```
Коефіцієнти рівняння регресії:
[198.451, -0.116, 0.124, 0.108, 0.008, 0.018, 0.06, 0.005, -0.007, -0.001, -0.025]

Результат рівняння зі знайденими коефіцієнтами:
[198.13 199.131 197.586 192.955 197.723 195.457 198.939 200.721 198.099
198.759 199.806 197.394 197.457 198.105 198.681]

Перевірка рівняння:

Середнє значення y: [197.667, 199.0, 197.667, 193.333, 196.0, 195.0, 199.0, 202.333, 197.0, 201.0, 198.0, 199.667, 197.667, 198.333, 197.333]
Дисперсія y: [10.889, 18.667, 8.222, 2.889, 26.0, 10.667, 14.0, 0.889, 18.667, 0.667, 8.667, 6.222, 14.889, 10.889, 6.222]

Перевірка за критерієм Кохрена
Gr = 0.16409376065031617
З ймовірністю 0.95 дисперсії однорідні.

Критерій Стюдента:
[408.536, 0.577, 0.921, 0.753, 0.184, 0.734, 2.202, 1.376, 298.254, 298.187, 297.848]

Коефіцієнти [-0.116, 0.124, 0.108, 0.008, 0.018, 0.005] статистично незначущі, тому ми виключаємо їх з рівняння.

Значення "y" з коефіцієнтами [198.451, 0.06, -0.007, -0.001, -0.025]
[198.47799999999998, 198.47799999999998, 198.35799999999998, 198.35799999999998, 198.35799999999998, 198.47799999999998, 198.47799999999998, 198.47799999999998, 198.47799999999998, 198.47799999999998, 198.47799999999998, 198.47799999999998, 198.47799999999998, 198.47799999999998, 198.47799999999998]

Перевірка адекватності за критерієм Фішера
Fr = 2.009439927281508
F_t = 2.164579917125473
Математична модель адекватна експериментальним даним

Process finished with exit code 0
```

Висновок: у даній лабораторній роботі я провів трьохфакторний експеримент з урахуванням квадратичних членів, використовуючи центральний ортогональний композиційний план. Знайшов рівняння регресії, яке буде адекватним для опису об'єкту.