Лабораторна робота № 3.
Перевірка статистичних гіпотез:
гіпотеза однорідності (критерій пустих блоків та χ^2-критерій), гіпотеза незалежності (χ^2-критерій, критерії Спірмена та Кендалла) та гіпотеза випадковості (критерій, що ґрунтується на кількості інверсій)

Всі розрахунки проводяться при рівні значимості $\gamma = 0.05$.

Завдання 1. *Перевірка гіпотези однорідності.*

A. Критерій пустих блоків. Генеруємо дві незалежні вибірки:

$\overline{X} = (X_1, \boxed{?}, X_n) \quad \boxed{?} F_\xi(u) = 1 - e^{-u},\ u \ge 0$;

$\overline{Y} = (Y_1, \boxed{?}, Y_m) \quad \boxed{?} F_\eta(u) = 1 - e^{-1.2u},\ u \ge 0$.

За допомогою критерію пустих блоків перевірити гіпотезу однорідності при наступних значеннях параметрів:

a) $n = 500,\ m = 1000$; b) $n = 5000,\ m = 10000$; c) $n = 50000,\ m = 100000$.

B. Критерій χ^2. Генеруємо три серії незалежних спостережень:

$\overline{X} = (X_1, \boxed{?}, X_n) \quad \boxed{?} F_\xi(u) = 1 - e^{-u},\ u \ge 0$;

$\overline{Y} = (Y_1, \boxed{?}, Y_m) \quad \boxed{?} F_\eta(u) = 1 - e^{-u},\ u \ge 0$;

$\overline{Z} = (Z_1, \boxed{?}, Z_k) \quad \boxed{?} F_\zeta(u) = 1 - e^{-1.5u},\ u \ge 0$.

За допомогою критерію χ^2 перевірити гіпотезу однорідності при наступних значеннях параметрів:

a) $n = 200,\ m = 600,\ k = 400$; b) $n = 2000,\ m = 6000,\ k = 4000$;

c) $n = 20000,\ m = 60000,\ k = 40000$.

Зауваження. Кількість r проміжків і самі проміжки $U_i,\ i = 1, \boxed{?}, r,$ обирати самостійно.

Завдання 2. *Перевірка гіпотези незалежності.*

Генеруємо вибірку $(\overline{X}, \overline{Y}) = \{(X_1, Y_1), \ldots, (X_n, Y_n)\}$ за наступним правилом:

$\{X_i\}$ – це реалізації рівномірно розподіленої на $[0, 1]$ випадкової величини ξ, а $\{Y_i\}$ – це реалізації випадкової величини $\xi + \eta$, де η має рівномірний розподіл на проміжку $[-1, 1]$, тобто $(X_i, Y_i) = (\xi_i, \xi_i + \eta_i)$.

A. Критерій χ^2.

Перевірити гіпотезу незалежності за допомогою критерія χ^2 при наступних значеннях параметра n : a) $n = 500$; b) $n = 5000$; c) $n = 50000$.

<u>Зауваження</u>. Значення r та k , а також самі проміжки $U_i, \ i = 1, \boxed{?}, r,$ та $V_j, \ j = 1, \boxed{?}, k,$ обирати самостійно.

B. Критерій Спірмена.
Перевірити гіпотезу незалежності за допомогою критерія Спірмена при наступних значеннях параметра n : a) $n = 500$; b) $n = 5000$; c) $n = 50000$.

C. Критерій Кендалла.
Перевірити гіпотезу незалежності за допомогою критерія Кендалла при наступних значеннях параметра n : a) $n = 500$; b) $n = 5000$; c) $n = 50000$.

<u>Завдання 3</u>. *Перевірка гіпотези випадковості.*

Припустимо, що вибірка $\overline{X} = (X_1, \boxed{?}, X_n)$ утворюється за наступним правилом:
$X_i = \xi_1 + \boxed{?} + \xi_i, \ i = 1, \boxed{?} n$, де $\{\xi_i\}$ – це послідовність незалежних рівномірно розподілених на $[-1, 1]$ випадкових величин.
Перевірити гіпотезу випадковості за допомогою критерію, що ґрунтується на обчисленні кількості інверсій при наступних значеннях параметра n :
a) $n = 500$; b) $n = 5000$; c) $n = 50000$.