Задание:

1) Записать постановку задачи для расчета потенциала электростатического поля в описанной структуре с учетом симметрии (должна получиться одномерная задача) (до 17.04.2024).

2) Сформулировать слабую форму описанной задачи (до 24.04.2024).

3) Написать программу, реализующую метод конечных элементов для описанной задачи. Получить аналитическое решение, сравнить с численным (до 08.05.2024).

Квантовая точка – фрагмент полупроводника, носители заряда (электроны или дырки) которого ограничены в пространстве по всем трём измерениям.

Квантовая нить – фрагмент полупроводника, носители заряда (электроны или дырки) которого ограничены в пространстве по двум из трех измерений (т.е. считаем, что потенциал электрического поля по одному из измерений не изменяется, в декартовых координатах задача становится двумерной).

Квантовая яма – фрагмент полупроводника, носители заряда (электроны или дырки) которого ограничены в пространстве по одному из трех измерений (т.е. считаем, что потенциал электрического поля по двум из измерений не изменяется, в декартовых координатах задача становится одномерной).

Потенциал электростатического поля в полупроводнике при отсутствии объемных зарядов описывается уравнением:

$$\nabla\left(\varepsilon\nabla u\right)=0,$$

где функция u – потенциал электрического поля (то, что вы будете искать), ε – диэлектрическая проницаемость полупроводника (может не быть постоянной и зависеть от координаты). Если в области есть объемные заряды, то в правой части появляется функция f – плотность распределения зарядов (т.е. суммарный заряд в некотором объеме V будет равняться интегралу от функции f по области V).

Плотность распределения зарядов для точечного заряда, заряженной нити и т.п. можно аппроксимировать кусочно-постоянной функцией. При формальной постановке задачи использовать δ-функцию.

Если ε разрывно, то в точках разрыва потенциал должен быть непрерывен:

$$u\big|_{\Gamma^-}=u\big|_{\Gamma^+},$$

а нормальная производная должна претерпевать разрыв:

$$\varepsilon_1 \frac{\partial u}{\partial \nu}\bigg|_{\Gamma^-} = \varepsilon_2 \frac{\partial u}{\partial \nu}\bigg|_{\Gamma^+},$$

где ε_1, ε_2 – диэлектрические проницаемости слева и справа от точки разрыва соответственно, Г – поверхность, по которой проходит разрыв ε.

Вариант 1. Трехслойная квантовая яма: плоскость $x = 3d$ заземлена (т.е. потенциал на ней равен нулю), плоскость $x = 0$ заряжена до потенциала V_0. Полупроводник в области от $x = d$ до $x = 2d$ имеет диэлектрическую проницаемость ε_2, во всей остальной области – ε_1.

Вариант 2. Сферически симметричная двухслойная квантовая точка: потенциал создается сферой радиуса R_0, заряженной до потенциала V_0, ее окружает шар радиуса R ($R_0 < R$) с диэлектрической проницаемостью ε_1, который в свою очередь находится в шаре радиуса $2R$ с диэлектрической проницаемостью ε_2. Центры всех трех шаров совпадают. Поверхность шара радиуса $2R$ заземлена (т.е. потенциал на его поверхности равен нулю). Величину R считайте постоянной.

Вариант 3. Двухслойная квантовая яма: плоскость $x = 0$ заземлена (т.е. потенциал на ней равен нулю), плоскость $x = 2d$ заряжена до потенциала V_0. Полупроводник в области от $x = 0$ до $x = d$ имеет диэлектрическую проницаемость ε_1, во всей остальной области – ε_2.

Вариант 4. Сферически симметричная двухслойная квантовая точка: в центре точки находится точечный заряд q (можете задать произвольно), ее окружает шар радиуса R с диэлектрической проницаемостью ε_1, который в свою очередь находится в шаре радиуса $2R$ с диэлектрической проницаемостью ε_2. Центры шаров и точка расположения элементарного заряда совпадают. Поверхность шара радиуса $2R$ заземлена (т.е. потенциал на его поверхности равен нулю).

Вариант 5. Квантовая нить: бесконечно длинный цилиндр (т.е. потенциал не будет зависеть от переменной z, вдоль оси которой расположен цилиндр) с заземленной границей (т.е. потенциал на границе равен нулю). Электрическое поле создается заряженной нитью с плотностью заряда τ. Радиус цилиндра равен R.

Вариант 6. Квантовая двухслойная нить: три бесконечно длинных цилиндра (т.е. потенциал не будет зависеть от переменной z, вдоль оси которой расположены цилиндры), оси симметрии цилиндров совпадают. Больший цилиндр имеет радиус $2R$, средний – R, меньший – R_0 ($R_0 < R$). Поверхность большего цилиндра заземлена (т.е. потенциал на границе равен нулю). Меньший цилиндр является металлическим электродом, заряженным до потенциала V_0, область $R_0 < \rho < R$ заполнена полупроводником с диэлектрической проницаемостью ε_1, область $R < \rho < 2R$ заполнена полупроводником с диэлектрической проницаемостью ε_2. Величину R считайте постоянной и равной 30 нм.

Вариант 7. Сферически симметричная квантовая точка радиуса R с заземленной границей (т.е. потенциал на границе равен нулю). Электрическое поле внутри точки создается металлической сферой радиуса R_0, заряженной до потенциала V_0. Центр металлической сферы совпадает с центром квантовой точки.

Вариант 8. Сферически симметричная квантовая точка радиуса R с точечным зарядом q в центре и заземленной границей (т.е. потенциал на границе равен нулю).

Вариант 9. Двухслойная квантовая яма: плоскость $x = 2d$ заземлена (т.е. потенциал на ней равен нулю), плоскость $x = 0$ заряжена до потенциала V_0. Полупроводник в области от $x = 0$ до $x = d$ имеет диэлектрическую проницаемость ε_1, во всей остальной области – ε_2.

Вариант 10. Сферически симметричная двухслойная квантовая точка: потенциал создается сферой радиуса R_0, заряженной до потенциала V_0, ее окружает шар радиуса R ($R_0 < R$) с диэлектрической проницаемостью ε_1, который в свою очередь находится в шаре радиуса $2R$ с диэлектрической проницаемостью ε_2. Центры всех трех шаров совпадают. Поверхность шара радиуса $2R$ заряжена до потенциала V_1. Величину R считайте постоянной.