



GRUNDPRAKTIKUM

---

## E4: Wechselstromwiderstände


---

*Autor:*



*Partner:*



Versuchsdatum: 

Versuchsplatz: 

Abgabedatum: 

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Physikalische Grundlagen und Aufgabenstellung</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Messwerte und Auswertung</b>	<b>2</b>
2.1	Bestimmung der Kapazität eines Kondensators . . . . .	2
2.2	Bestimmung der Induktivität und des Widerstandes einer Spule . . .	3
2.3	Resonanzverhalten eines Serienschwingkreises . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Fehleranalyse und kritische Ergebniseinschätzung</b>	<b>6</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>8</b>

# 1 Physikalische Grundlagen und Aufgabenstellung

Im Versuch E4: Wechselstromwiderstände sollen über Spannungsmessungen die Kenn-  
daten einer Spule, eines Kondensators und eines aus diesen Komponenten bestehen-  
den Reihenschwingkreises bestimmt werden. Eine genaue Versuchsbeschreibung und  
eine Einführung in die physikalischen Grundlagen befinden sich in [2, S. 14-21].<sup>1</sup>

## 2 Messwerte und Auswertung

In einem ersten Schritt wurde kontrolliert, ob das verwendete Oszilloskop bei un-  
terschiedlichen Frequenzen den vom Generator gelieferten Spitze-Spitze-Wert  $U_G$   
zuverlässig wiedergibt. Für eine effektive Ausgangsspannung  $U_{G,\text{eff}}$  von 2,12 V be-  
fand sich die beobachtete Amplitudenschwankung innerhalb der Messunsicherheit,  
die sich aus dem Ablesefehler (0,1 div = 0,1 V) und dem Gerätefehler (3% vom  
Messwert) zu 0,3V ergibt. Das Oszilloskop kann also als hinreichend zuverlässig  
angenommen werden.

### 2.1 Bestimmung der Kapazität eines Kondensators

Um die Kapazität  $C$  eines Kondensators zu messen, wurde der Versuch wie im  
Skript beschrieben aufgebaut. Im Folgenden bezeichnet  $U_{Rp}$  die am Prüfwiderstand  
 $R_p = (10 \pm 0,03) \Omega$  gemessene Spannung,  $I_C$  den über dem Kondensator und  $R_p$   
gemessenen Strom,  $U_G$  die über Widerstand und Kondensator gemessene Genera-  
torspannung und  $G$  den Widerstands-Leitwert, der sich als

$$G = \frac{I_C}{U_G} = \frac{U_{Rp}}{R_p \cdot U_G}$$

errechnet.<sup>2</sup>

Statistische und systematische Unsicherheiten wurden hier getrennt betrachtet: zu-  
erst wurden die mit dem statistischen Fehler (0,1 div bei den Spannungsmessungen)  
gewichteten Werte von  $G$  gegenüber  $2\pi \cdot f$  aufgetragen und eine lineare Regression  
durchgeführt. Dann wurde ein Schlauch konstruiert: zu jedem Messwert wurde ein-  
mal seine systematische Unsicherheit  $u_G$  addiert und einmal subtrahiert:  $G + u$  bzw.  
 $G - u$  (siehe Abbildung 1). Aus den Ergebnissen der drei Regressionen (Anstiege)  
wurde so ein Fehlerintervall um den Mittelwert  $G$  konstruiert, das die systematischen  
Unsicherheiten charakterisiert, und auf das pythagoräisch der statistische Fehler aus  
der Regression addiert wurde.

Die systematischen Unsicherheiten von  $U_{Rp}$  und  $U_G$  ergeben sich aus dem Geräte-  
fehler des Oszilloskops (3% des Messwertes), die ausschließlich systematische Un-  
sicherheit von  $R_p$  wurde mit  $0,02 \Omega + 3\%$  des Messwertes abgeschätzt. Eine An-  
wendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes auf (4.9) ergibt dann den Wert, der für

---

<sup>1</sup>Die Aufgabe 5 im Skript wurde wegen Zeitverzug von keiner Gruppen bearbeitet.

<sup>2</sup>Aufgrund einer Veränderung im Versuchsaufbau (neuer Generatortyp) konnte hier - entgegen  
der im Skript beschriebenen Situation - die Generatorspannung  $U_G$  nicht als konstant angenommen  
werden. In den Aufgaben 2 und 4 wurde dementsprechend nicht wie dort beschrieben mit dem  
Strom  $I$  sondern mit dem Leitwert  $G$  gerechnet.

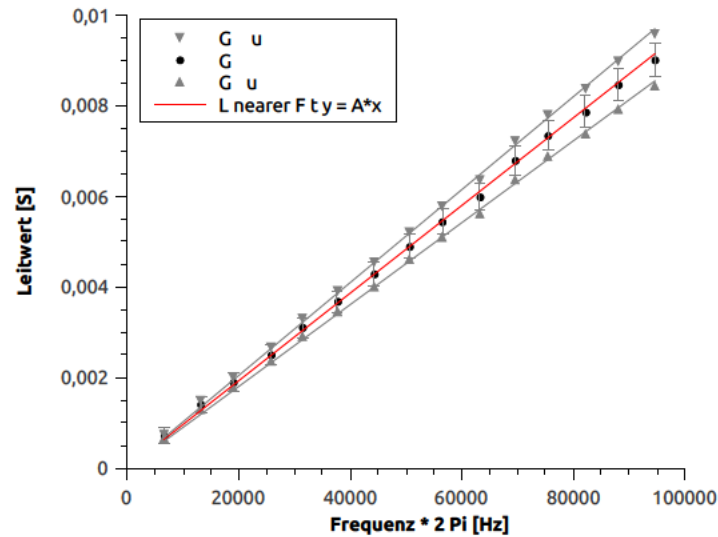


Abbildung 1: Bestimmung der Kondensatorkapazität aus dem Anstieg der Kurve

den Schlauch verwendet wurde. Als statistische Unsicherheit gelten die Ablesefehler der Spannungsmessungen (0,1 div), ebenfalls nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz addiert. Die Frequenz  $f$  wurde als fehlerfrei angenommen.

Nach Formel (4.9) ist die Kapazität  $C$  und ihre Unsicherheit nun aus dem Anstieg einer durch die Wertepaare von Frequenz und Leitwert (siehe Tabelle 1) gelegten Geraden zu ermitteln (Abbildung 1). Die mit QtiPlot durchgeführte Regression ergab:

$$C = (97 \pm 6) \text{ nF}$$

## 2.2 Bestimmung der Induktivität und des Widerstandes einer Spule

Gemäß der Versuchsbeschreibung wurde die Spule im Schaltkreis installiert. Zwei Messreihen wurden aufgenommen (siehe Tabellen 2 und 3) und die quadrierten Wertepaare Frequenz  $f$  und Scheinwiderstand  $R_S$  entsprechend Formel (4.10) im Skript aufgetragen. Hier bezeichnet  $I_L$  den über  $R_p$  und Spule gemessenen Strom, die restlichen Bezeichnungen sind analog zu oben.

$$R_S = \frac{U_G}{I_L} = \frac{U_G \cdot U_{Rp}}{R_p} = \sqrt{R_L^2 + (2\pi \cdot L \cdot f)^2}$$

Im Bereich a, von 10 bis 100 Hz, soll aus dem y-Achsenabschnitt der Kurve der ohmsche Widerstand der Spule  $R_L$  berechnet werden. Im Bereich b, von 100 bis 500 Hz, wird aus ihrem Anstieg die Spuleninduktivität  $L$  bestimmt.

Statistische und systematische Unsicherheiten wurden wie oben bereits beschrieben getrennt betrachtet. Wieder kam ein Schlauch zum Einsatz (siehe Abbildung 2), letztlich wurden dann die so ermittelte systematische Unsicherheit und die statisti-

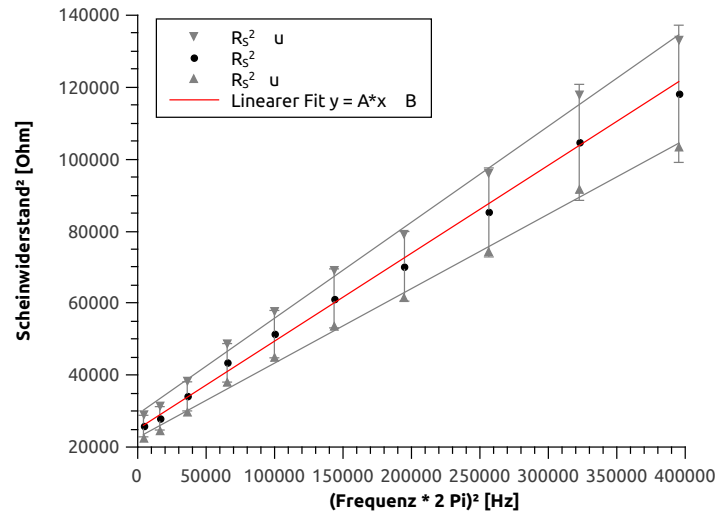


Abbildung 2: Bereich a: Bestimmung des Widerstands  $R_L$  aus dem y-Achsenabschnitt

sche Unsicherheit aus dem Ablesefehler pythagoräisch addiert.

Wie schon vorher wurde die Frequenz  $f$  als fehlerfrei angenommen. Um die systematische Unsicherheit von  $u_{R_S^2}$  sowie den statistischen Fehler zu erhalten wurde wie oben erläutert vorgegangen.

Der ohmsche Widerstand der Spule  $R_L$  konnte mit dieser Methode zu

$$R_L = (158 \pm 12) \Omega$$

bestimmt werden.

Das Vorgehen zur Bestimmung der Induktivität  $L$  und ihrer Unsicherheit war analog. Wieder wurde ein Schlauch konstruiert (siehe Abbildung 3) und der statistische Fehler aus der Regression pythagoräisch addiert; die verwendeten Unsicherheiten der Einzelgrößen sind identisch.

Die Induktivität der Spule  $L$  konnte so wie folgt ermittelt werden:

$$L = (0,43 \pm 0,05) H$$

## 2.3 Resonanzverhalten eines Serienschwingkreises

Im letzten Versuch wurde das Resonanzverhalten eines Serienschwingkreises untersucht. Dazu wurden die Spannungsüberhöhung  $\rho = U_C/U_G$  und der Leitwert  $G_S = I/U_G$  gemessen und über der Frequenz  $f$  aufgetragen (siehe Tabelle 4).  $I$  bezeichnet hier den über  $R_p$  und dem Kondensator gemessenen Strom. In den graphischen Darstellungen (Abbildungen 4 und 5) wird dabei deutlich, dass sich die Resonanzfrequenz  $f_r$  dieses Schwingkreises bei etwa  $f_r = (742 \pm 5) Hz$  befindet.

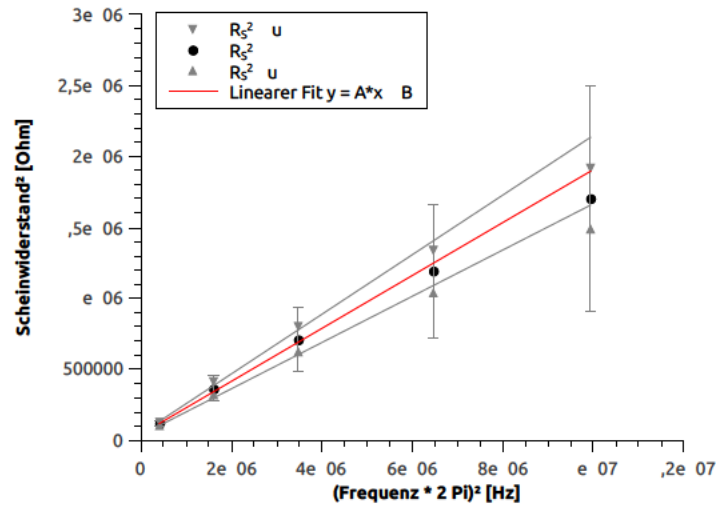


Abbildung 3: Bereich b: Bestimmung der Induktivität aus dem Anstieg der Kurve

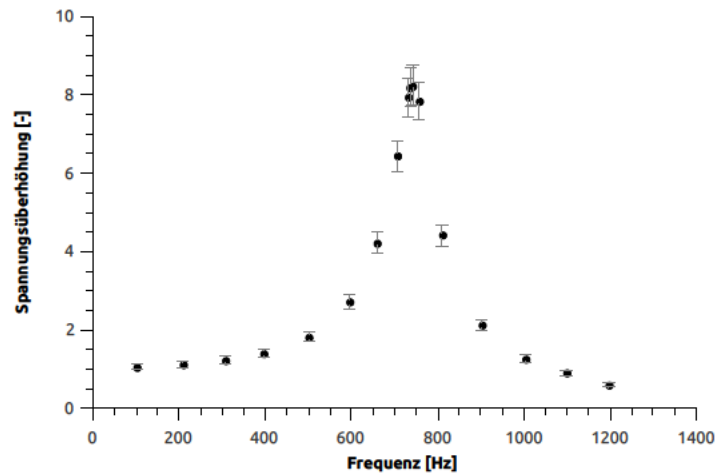


Abbildung 4: Spannungsüberhöhung im Serienschwingkreis

Alternativ kann die Resonanzfrequenz des Schwingkreises auch über die Thomp-sonsche Formel (4.3) bestimmt werden. Dazu wurden die oben bestimmten Werte für  $L = (0,43 \pm 0,05)H$  und  $C = (97 \pm 6)nF$  verwendet. Die Unsicherheit der so bestimmten  $f_r^T$  ergibt sich aus der Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes auf (4.3). Damit ergibt sich als Resonanzfrequenz:

$$f_r^T = (779 \pm 52) \text{ Hz}$$

Der so ermittelte Wert liegt über dem experimentell bestimmten  $f_r$ , enthält diesen aber noch in seinem Fehlerintervall.

Nun lässt sich mit den Formeln (4.4) aus dem Skript aus der Resonanzfrequenz und der oben bestimmten Induktivität der Spule  $L$  der Spulenwiderstand  $R_L$  bestimmen, wobei hier die experimentell bestimmte Resonanzfrequenz  $f_r$  (und nicht  $f_r^T$ ) verwendet wurde:

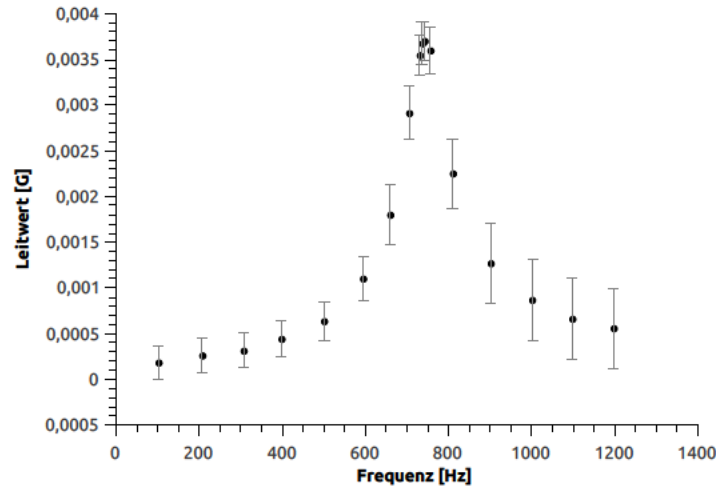


Abbildung 5: Leitwert im Serienschwingkreis

$$R_L = \frac{2\pi \cdot f_r \cdot L}{\rho}$$

Der dabei erhaltene Wert von

$$R_L^S = (244 \pm 31) \Omega$$

liegt deutlich über dem zuvor bestimmten Wert von  $R_L = (158 \pm 12) \Omega$ , auch die Fehlerintervalle überlappen sich nicht. Es liegt also eine signifikante Abweichung vor, die in Abwesenheit eines groben Messfehlers physikalisch erklärt werden muss (siehe Abschnitt zur Fehleranalyse).

### 3 Fehleranalyse und kritische Ergebniseinschätzung

Die Bestimmung der Kondensatorkapazität  $C$  war sehr erfolgreich: eine Vergleichsmessung mit Hilfe eines digitalen Multimeters ergab  $C = (94 \pm 5) nF$  und liegt damit sehr nahe am experimentell bestimmten Wert von  $C = (97 \pm 6) nF$ . Die erhaltene Unsicherheit ist fast ausschließlich auf das verwendete Oszilloskop zurück zu führen, denn die Unsicherheit des Prüfwiderstandes ist klein und geht in einer Zehnerpotenz niedriger in den Endwert ein. Die Genauigkeit des Verfahrens kann somit nur schwer weiter reduziert werden.

Die Bestimmung des Spulenwiderstandes  $R_L$  mit zwei unterschiedlichen Methoden führte auf zwei recht unterschiedliche Ergebnisse: dem durch Regression ermittelten Wert  $R_L = (158 \pm 12) \Omega$  steht der am Schwingkreis gefundenen Wert von  $R_L^S = (244 \pm 31) \Omega$  gegenüber. Die Unsicherheiten beider Werte werden wieder fast ausschließlich vom verwendeten Oszilloskop vorgegeben und können damit nur mit größerem Aufwand minimiert werden. Ein Vergleich mit den Ergebnissen der anderen Versuchsgruppen zeigt zudem, dass die große Differenz zwischen den Ergebnissen

wahrscheinlich nicht die Konsequenz eines groben Messfehlers ist. Sie ist also physikalisch mit einem noch unberücksichtigten Effekt zu erklären. Eine mögliche Ursache des höher ausfallenden Wertes im Schwingkreis könnten sogenannte Eisenverluste in der Spule sein:

Zunächst ist davon auszugehen, dass die verwendete Spule über einen Metallkern verfügt, sonst ist die hohe Induktivität von  $L = (0,43 \pm 0,05)H$  kaum zu erklären. In Folge der schnell wechselnden Felder im Kern treten Wirbelstromverluste durch Induktionsströme sowie Hystereseverluste bei der Ummagnetisierung des Spulenkerns auf. Für beide Verlustarten kann davon ausgegangen werden, dass sie mit steigender Frequenz anwachsen: die schnellere Änderung der Felder in der Spule sorgt für höhere Induktionsströme, und das schnellere Durchlaufen der Hystereseschleife führt zu einer Kumulation der dort auftretenden Verluste. Der Versuch am Schwingkreis wurde zwischen 100 und 1200 Hz durchgeführt, während zur Bestimmung von  $R_L$  über den Strom nur Frequenzen zwischen 10 und 100 Hz genutzt wurden. Im Schwingkreis wird also mehr Energie in Wärme umgewandelt, was zu einem höheren gemessenen ohmschen Widerstand der Spule führt.

Die Spuleninduktivität  $L$  konnte recht genau bestimmt werden. In Ermangelung eines Vergleichswertes kann erst einmal nur die recht geringe Unsicherheit als Indiz für die Güte der Messung gelten. Die mit der Thompsonschen Formel berechnete Resonanzfrequenz  $f_r^T$  des Serienschwingkreises stützt sich allerdings auf  $L$  (sowie auf das unabhängig verifizierte  $C$ ) - eine grobe Abweichung würde also darauf hindeuten, dass das  $L$  falsch bestimmt wurde. Es gibt zwar eine gewisse Differenz zwischen  $f_r = (742 \pm 5)Hz$  und  $f_r^T = (779 \pm 52)Hz$ , jedoch befindet sich der experimentell beobachtete Wert im Fehlerintervall des berechneten. Es kann also angenommen werden, dass  $L$  korrekt bestimmt wurde.

## Literatur

- [1] Müller, U. *Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik*. 2007.
- [2] Müller, U. *Physikalisches Grundpraktikum. Elektrodynamik und Optik*. 2010.



## A Anhang

Tabelle 1: Frequenz  $f$  und Leitwert  $G$

$2\pi \cdot f$ [Hz]	$G$ [S]	$u_G$ [S]	
		stat.	syst.
6566	7,17E-04	1,79E-04	4,52E-05
13220	1,40E-03	1,90E-04	8,82E-05
19025	1,90E-03	2,02E-04	1,20E-04
25767	2,51E-03	2,12E-04	1,58E-04
31447	3,10E-03	2,26E-04	1,96E-04
37605	3,68E-03	2,40E-04	2,32E-04
44171	4,29E-03	2,55E-04	2,70E-04
50661	4,91E-03	2,71E-04	3,09E-04
56555	5,45E-03	2,81E-04	3,44E-04
63209	6,00E-03	2,91E-04	3,78E-04
69549	6,79E-03	3,17E-04	4,28E-04
75524	7,36E-03	3,28E-04	4,64E-04
82121	7,88E-03	3,44E-04	4,97E-04
88115	8,46E-03	3,55E-04	5,33E-04
94625	9,02E-03	3,73E-04	5,68E-04

Tabelle 2: Frequenz  $f$  und Scheinwiderstand  $R_S$  bei 10-100 Hz

$(2\pi \cdot f)^2$ [Hz <sup>2</sup> ]	$R_S^2$ [ $\Omega^2$ ]	$u_{R_S^2}$ [ $\Omega^2$ ]	
		stat.	syst.
4188	25829	2993	3254
16109	27980	3251	3526
36173	34083	4042	4294
65331	43403	5353	5469
99844	51378	6582	6474
143452	61315	8198	7726
194884	70225	9673	8848
256530	85201	12366	10735
322553	104671	16120	13189
395258	118164	19067	14889

Tabelle 3: Frequenz  $f$  und Scheinwiderstand  $R_S$  bei 100-500 Hz

$(2\pi \cdot f)^2$ [Hz <sup>2</sup> ]	$R_S^2$ [ $\Omega^2$ ]	$u_{R_S^2}$ [ $\Omega^2$ ]	
		stat.	syst.
403517	118164	19067	14889
1606096	365017	88632	45992
3475320	710408	227055	89511
6459469	1190083	472427	149950
9936832	1701323	796417	214367

Tabelle 4: Strom  $I$  und Spannungsüberhöhung  $\rho$  am Serienschwingkreis

$f$ [Hz <sup>2</sup> ]	$U_G$ [V]	$U_{Rp}$ [V]	$U_C$ [V/A]	$I/U_G$ [S]	$u_{I/U_G}$ [S]	$\rho$ [-]	$u_\rho$ [-]
102	5,9	0,01	6,2	1,79E-04	1,82E-04	1,1	0,1
208	5,9	0,02	6,5	2,56E-04	1,87E-04	1,1	0,1
308	5,9	0,02	7,2	3,25E-04	1,91E-04	1,2	0,1
397	5,8	0,03	8,2	4,36E-04	1,98E-04	1,4	0,1
502	5,8	0,04	10,6	6,36E-04	2,11E-04	1,8	0,1
596	5,8	0,06	15,6	1,10E-03	2,42E-04	2,7	0,2
660	5,6	0,10	23,5	1,80E-03	2,92E-04	4,2	0,3
706	5,1	0,15	33,0	2,92E-03	3,77E-04	6,4	0,4
730	4,8	0,17	38,0	3,55E-03	4,31E-04	7,9	0,5
736	4,8	0,18	39,0	3,68E-03	4,41E-04	8,2	0,5
$f_r$ 742	4,7	0,18	39,0	3,70E-03	4,44E-04	8,2	0,5
756	4,7	0,17	37,0	3,60E-03	4,38E-04	7,8	0,5
810	5,3	0,12	23,5	2,25E-03	3,28E-04	4,4	0,3
902	5,7	0,07	12,0	1,27E-03	2,56E-04	2,1	0,1
1003	5,7	0,05	7,3	8,72E-04	2,28E-04	1,3	0,1
1098	5,8	0,04	5,1	6,60E-04	2,15E-04	0,9	0,1
1197	5,8	0,03	3,4	5,56E-04	2,08E-04	0,6	0,1