



GRUNDPRAKTIKUM

E12: Elektronen in Feldern

Autor:

■■■■■■■■■■

Partner:

■■■■■■■■■■

Versuchsdatum: ■■■■■■■■■■

Versuchsplatz: ■■■■■■■■■■■■■■■■

Abgabedatum: ■■■■■■■■■■

Inhaltsverzeichnis

1	Physikalische Grundlagen und Aufgabenstellung	2
2	Bestimmung der effektiven Feldlängen	2
3	Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons	4
3.1	Wien-Filter	4
3.2	Thomsonsche Parabelmethode	5
3.3	Methode nach Busch	7
4	Fehleranalyse und kritische Ergebniseinschätzung	8
A	Anhang	12

1 Physikalische Grundlagen und Aufgabenstellung

Der Versuch E12: Elektronen in Feldern erlaubt es, die spezifische Ladung des Elektrons e/m auf drei unterschiedliche Arten zu bestimmen. Eine detaillierte Beschreibung der physikalischen Grundlagen und des Versuchsaufbaus befindet sich in [2, S. 40-45] und soll deswegen hier nicht wiederholt werden. Alle Aufgaben wurden gemäß der im Skript genannten Anweisungen durchgeführt.

2 Bestimmung der effektiven Feldlängen

Für die nachfolgenden Bestimmungsmethoden werden die effektiven Feldlängen der Plattenkondensatoren benötigt, die hierzu in einer Vorbereitungsmessung bestimmt wurden.

Gemäß der im Skript beschriebenen Vorgehensweise wurden je zehn Wertepaare von der Ablenkspannungen U_x bzw. U_y und der jeweiligen Strahlablenkung x bzw. y aufgenommen. Dabei wurde die Beschleunigungsspannung konstant bei $U_b = (1,80 \pm 0,02) \text{ kV}$ gehalten. Die so erhaltenen Messwerte wurden dann einer linearen Regression gemäß der Formeln (8.1) und (8.2) aus der Versuchsbeschreibung unterzogen.

Potentielle Quellen für Unsicherheiten in diesem Versuch waren zuerst die Ablenkspannungen U_x und U_y , die Beschleunigungsspannung U_b , sowie die gemessenen Ablenkungen x und y . Für die Spannungen, die an der Digitalanzeige des verwendeten Versuchsgerätes abgelesen wurden, wurde eine Fehlerabschätzung von $u_{U_{x/y/b}} = (\text{Messwert} \cdot 1\% + 0,1) \text{ V}$ vorgenommen. Da keine genaueren Kenntnisse über die interne Funktionsweise des Gerätes vorliegen ("Black Box") wurde auf eine Unterscheidung von systematischen und statistischen Fehlern an dieser Stelle verzichtet. Weiterhin wurde, um der mangelnden Transparenz des Versuchsaufbaus Rechnung zu tragen, durchgängig auf eine Größtfehlerabschätzung zurück gegriffen (siehe Fehlerdiskussion). Die Unsicherheit der Ablenkungen $u_{x/y}$ war durch die Ablesegenauigkeit auf dem Schirm der Elektronenröhre bestimmt und wurde mit einem halben Skalenteil, also $u_{x/y} = 0,05 \text{ cm}$, abgeschätzt. Die übrigen in den Formeln (8.1) und (8.2) vorkommenden Größen, $L_{x/y}$, L_m , $d_{x/y}$ und l , sind ebenfalls fehlerbehaftet, und ihre Unsicherheiten sind in Tabelle 8.1 [2, S. 44] in der Versuchsbeschreibung zusammengestellt. $L_{x/y}$ bezeichnet hierbei den Abstand der Feldmitte der x bzw. y -Platten zum Schirm, L_m den Abstand von der Mitten des magnetischen Querfeldes zum Schirm, und $d_{x/y}$ die mittleren Plattenabstände.

Zur Anwendung kam das Softwarepaket *OriginPro 8.6* mit der Regressionsfunktion $x/y = a \cdot U_{x/y}$, gewichtet wurde mit der *Instrumental-Methode* nach dem Fehler von x bzw. y . In dieser Konstellation bildet der Anstieg

$$a = \frac{l_{x/y} L_{x/y}}{2 d_{x/y} U_b} \quad (1)$$

die Grundlage für die Berechnung der effektiven Längen.

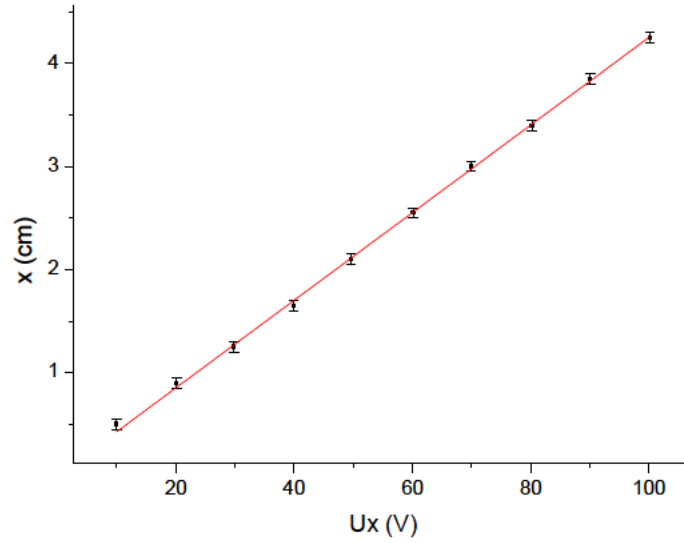


Abbildung 1: Bestimmung der Feldlänge l_x aus dem Anstieg

Tabelle 1: Regressionsergebnisse zur Bestimmung von $l_{x/y}$

	a	u_a	Red. R^2	Red. χ^2
$x = f(U_x)$	4,3E-04	1,8E-06	0,9998	0,5175
$y = f(U_y)$	1,2E-04	1,2E-06	0,9999	0,0859

Zur Illustration ist die Regression für l_x in Abbildung 1 dargestellt. Die restlichen Regressionsgrafiken finden sich hier und bei allen folgenden Methoden im Anhang. Im Sinne der Übersichtlichkeit wurde in der Grafik darauf verzichtet, den Fehler von U_x einzutragen, da mit diesem nicht gewichtet wurde und er für die Regression deswegen keine Rolle spielte.

Mit den Steigungswerten kann nun die effektive Feldlänge der Kondensatoren durch Umstellen von (1) nach $l_{x/y}$, bestimmt werden. Die Unsicherheit für die Feldlängen wurde dabei nach oben abgeschätzt durch die Addition der relativen Fehler der beteiligten Messgrößen:

$$u_{l_{x/y}} = \left(\left| \frac{u_{U_b}}{U_B} \right| + \left| \frac{u_{d_{x/y}}}{d_{x/y}} \right| + \left| \frac{u_a}{a} \right| + \left| \frac{u_{L_{x/y}}}{L_{x/y}} \right| \right) \cdot l_{x/y} \quad (2)$$

Damit folgt schließlich für die effektiven Feldlängen und ihre Unsicherheiten:

$$l_x = (2,76 \pm 0,13) \text{ cm}$$

$$l_y = (2,68 \pm 0,12) \text{ cm}$$

3 Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons

Die spezifische Ladung des Elektrons wurde gemäß Skript mit drei verschiedenen Methoden bestimmt, deren einzelne Ergebnisse im Folgenden präsentiert werden.

3.1 Wien-Filter

Die Messungen für die Wien-Filter-Methode wurden mit drei verschiedenen Beschleunigungsspannungen durchgeführt: $U_{1,2kV} = (1, 20 \pm 0, 1) \text{ kV}$, $U_{1,6kV} = (1, 60 \pm 0, 2) \text{ kV}$ und $U_{2,0kV} = (2, 00 \pm 0, 2) \text{ kV}$. Nach Gleichung (8.4) der Versuchsanleitung kann dann eine lineare Regression durchgeführt werden.

Die Unsicherheiten für U_x wurden wie oben beschrieben berechnet, die Fehler der gemessene Stromstärke I analog abgeschätzt mit $u_I = (\text{Messwert} \cdot 1\% + 0, 1) \text{ mA}$. Die Unsicherheiten der anderen vorkommenden Größen wurden wieder dem Skript entnommen. Ausnahmen bildeten hier die Apparatekonstante K und die Windungszahl N , die beide inklusive ihrer Unsicherheiten am Messplatz mit $K = (2, 01 \pm 0, 08) \cdot 10^{11} \text{ Vs/Am}$ und $N = 2190 \pm 0$ angegeben waren.

Die Regression wurde analog zur Beschreibung oben durchgeführt und mit dem Fehler u_I gewichtet. Der Zusammenhang (8.4) ergibt dabei, dass

$$a = \sqrt{\frac{2eU_b}{m}} \frac{d_x}{l_x}. \quad (3)$$

Mit den durch die Regressionen gewonnenen Werten für den Anstieg a kann also nun die spezifische Ladung bestimmt werden. Ihre Unsicherheit ergibt sich aus der Größtfehlerabschätzung für a in Formel (3), umgestellt nach e/m :

$$u_{e/m} = 2 \left(\left| \frac{u_a}{a} \right| + \left| \frac{u_{d_x}}{d_x} \right| + \left| \frac{u_K}{K} \right| + \left| \frac{u_{l_x}}{l_x} \right| + \left| \frac{1}{2} \frac{u_{U_b}}{U_b} \right| \right) \cdot \frac{e}{m} \quad (4)$$

Tabelle 2: Regressionsergebnisse für die Wien-Methode

	a	u_a	Red. R^2	Red. χ^2
$U_{1,2kV}$	-596,5	5,6	0,9990	4,6322
$U_{1,6kV}$	-686,4	13,5	0,9958	21,5271
$U_{2,0kV}$	-784,0	6,1	0,9993	3,6164

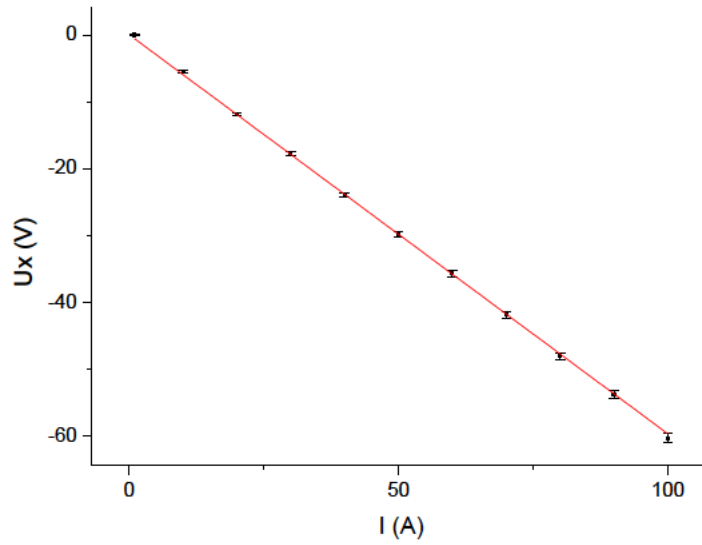


Abbildung 2: Bestimmung von e/m mit Wien-Filter-Methode aus dem Anstieg der Regressionsgeraden nach Formel (3) bei $U_b = 1,2kV$

Die Messergebnisse für die Wien-Filter-Methode lauten damit

$$(e/m)_{1,2kV} = (1,84 \pm 0,46) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$$

$$(e/m)_{1,6kV} = (1,83 \pm 0,50) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$$

$$(e/m)_{2,0kV} = (1,91 \pm 0,47) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$$

Da alle Werte innerhalb der Unsicherheitsintervalle der jeweils anderen Werte liegen kann außerdem noch ein gewichtetes Mittel gebildet werden:

$$(e/m)_{Wien} = (1,86 \pm 0,48) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$$

3.2 Thomsonsche Parabelmethode

Für die Thomsonsche Parabelmethode wurden Wertepaare von x und y für eine steigende Beschleunigungsspannung notiert, wobei die Messreihe für drei festgehaltene Kombinationen von Strom I und y-Ablenkspannung U_y wiederholt wurde: $I = (90 \pm 2) \text{ mA}$ mit $U_b = (17,8 \pm 0,3) \text{ V}$, sowie $I = (60 \pm 2) \text{ mA}$ und $I = (30 \pm 1) \text{ mA}$ mit $U_b = (17,9 \pm 0,3) \text{ V}$. Die Regression wird dann mit Hilfe von Formel (8.5) aus der Versuchsbeschreibung durchgeführt.

Die Unsicherheiten der Ortskoordinaten wurde wie bereits erläutert mit $u_{x/y} = 0,05 \text{ cm}$ abgeschätzt, alle anderen Unsicherheiten berechneten sich ebenfalls analog zum Vorgehen bei der Wien-Methode oder wurden direkt dem Skript entnommen.

Bei diesen Regressionen gilt nach (8.5) $y = a \cdot x^2$. Um eine lineare Regression durchführen zu können müssen also die gemessenen Werte für x quadriert wer-

den. Nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz gilt dann $u_{x^2} = 2xu_x$. Die Steigung der Geraden repräsentiert hier

$$a = \frac{U_y L_y l_y}{d_y L_m^2 K^2 I^2} \frac{e}{m}. \quad (5)$$

Die spezifische Ladung ergibt sich dann wieder durch das Umstellen von (5) nach e/m . Eine Größtfehlerabschätzung für $u_{e/m}$ liefert

$$u_{e/m} = \left(\left| \frac{u_I}{I} \right| + \left| \frac{u_{l_y}}{l_y} \right| + \left| \frac{u_{L_y}}{L_y} \right| + \left| \frac{u_{d_y}}{d_y} \right| + \left| 2 \frac{u_{L_m}}{L_m} \right| + \left| 2 \frac{u_{U_y}}{U_y} \right| + \left| \frac{u_a}{a} \right| \right) \cdot \frac{e}{m} \quad (6)$$

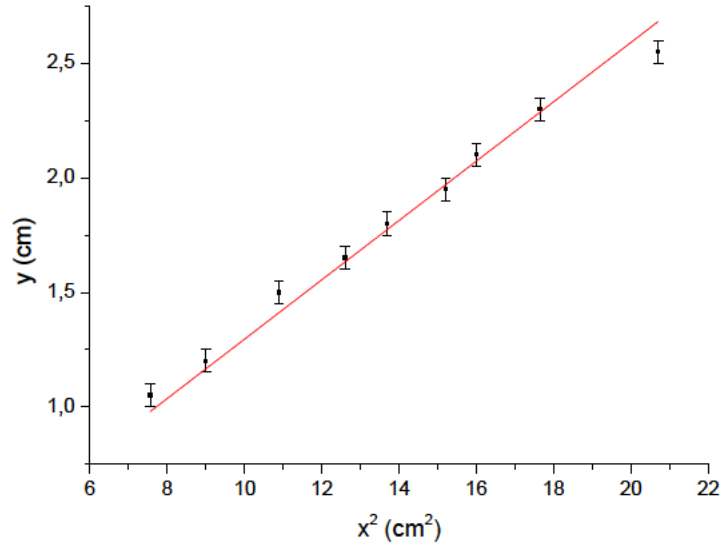


Abbildung 3: Bestimmung von e/m mit Thomson-Methode aus dem Anstieg der Regressionsgeraden nach Formel (5) bei $I = 90mA$

Tabelle 3: Regressionsergebnisse für die Thomson-Methode

	a	u_a	Red. R^2	Red. χ^2
$I \approx 90mA$	12,96	0,15	0,9988	1,6929
$I \approx 60mA$	28,09	0,32	0,9991	1,4000
$I \approx 30mA$	110,27	0,11	0,9992	1,0182

Die Messergebnisse für die Thomson-Methode lauten damit

$$(e/m)_{90mA} = (1,75 \pm 0,41) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$$

$$(e/m)_{60mA} = (1,82 \pm 0,45) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$$

$$(e/m)_{30mA} = (1,86 \pm 0,52) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$$

Wieder liegen alle Werte innerhalb der Unsicherheitsintervalle der jeweils anderen Werte und die Bildung eines gewichteten Mittels wird möglich:

$$(e/m)_{Thomson} = (1,80 \pm 0,45) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$$

3.3 Methode nach Busch

Die dritte Methode, die spezifische Ladung des Elektrons zu bestimmen basiert auf der Bewegung im magnetischen Längsfeld. Gemäß der Versuchsbeschreibung wurden zehn Wertepaare von U_b und I aufgenommen, wobei U_b zwischen 1kV und 2kV variiert wurde.

Quellen für Unsicherheiten waren bei dieser Versuchsanordnung die Beschleunigungsspannung U_b und der Strom I , deren Fehler wie oben beschrieben abgeschätzt wurden. Zusätzlich tritt hier l als Länge der verwendeten Spule auf, wobei Wert und Unsicherheit wieder in Tabelle 8.1 in der Versuchsbeschreibung gegeben sind.

Die lineare Regression wurde dann nach Formel (8.7) im Skript in der Form $U_b = a \cdot I^2$ durchgeführt. Die Messwerte für I mussten also quadriert und ihre Fehler zu $u_{I^2} = 2I u_I$ berechnet werden. In der Regression wurde mit u_{U_b} gewichtet und die Steigung ergibt sich zu

$$a = \frac{\mu_0^2 L_x^2 N^2}{8\pi^2 l^2} \frac{e}{m}. \quad (7)$$

Nach Umstellen von (7) nach e/m und Anwendung der Größtfehlerabschätzung erhält man dazu

$$u_{e/m} = \left(\left| \frac{u_a}{a} \right| + \left| \frac{2u_l}{l} \right| + \left| \frac{2u_{L_x}}{L_x} \right| + \left| 2 \frac{u_N}{N} \right| \right) \cdot \frac{e}{m} \quad (8)$$

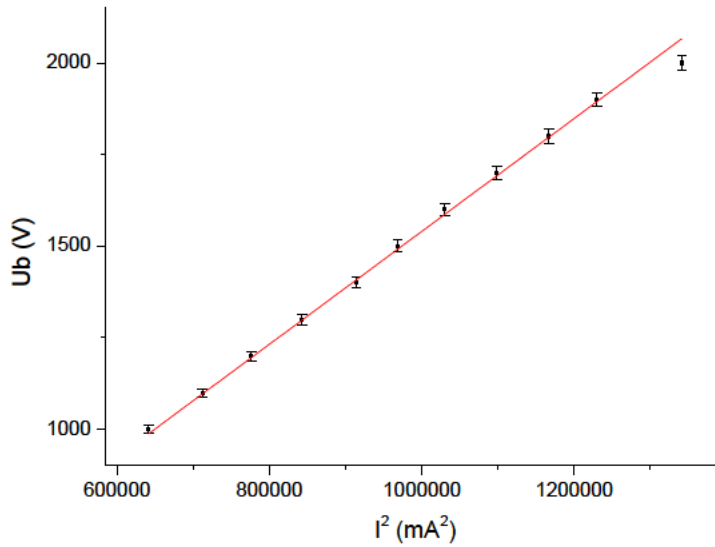


Abbildung 4: Bestimmung von e/m mit Busch-Methode aus dem Anstieg der Regressionsgeraden nach Formel (7)

Tabelle 4: Regressionsergebnisse für die Busch-Methode

a	u_a	Red. R^2	Red. χ^2
1540,8	5,5	0,9999	1,2529

Aus den Regressionsergebnissen kann dann entsprechend die spezifische Ladung bestimmt werden:

$$(e/m)_{Busch} = (1,90 \pm 0,03) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$$

4 Fehleranalyse und kritische Ergebniseinschätzung

Die Fehlerintervalle der mit den drei Methoden gefundenen Mittelwerte für die spezifische Ladung überlappen sich:

$$(e/m)_{Thomson} = (1,80 \pm 0,45) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$$

$$(e/m)_{Wien} = (1,86 \pm 0,48) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$$

$$(e/m)_{Busch} = (1,90 \pm 0,03) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$$

Deswegen kann nunmehr ein weiteres Mal ein gewichteter Mittelwert errechnet werden, das als Endergebnis des Versuchs gelten kann.

$$(e/m)_{T,W,B} = (1,90 \pm 0,03) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$$

Ein Vergleich mit dem Literaturwert $e/m \approx 1,76 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$ [3] zeigt, dass der gefundene Wert zu groß ist. Die Begründung liegt im sehr kleinen Fehlerintervall von $(e/m)_{\text{Busch}}$: im gewichteten Mittel dominiert dieser (zu große) Wert über alle Maßen.

Die Busch-Methode ist offenbar die genaueste der drei verwendeten, der verschobene Wert suggeriert allerdings einen nichtbeachteten systematischen Fehler. Dieser liegt vermutlich in der Verwendung einer idealen Spule zur Herleitung von Formel (8.7) im Skript: anders als bei der Thomson- und der Wien-Methode wird die Diskrepanz zwischen realem und theoretischen Versuchsaufbau nicht über eine Apparatekonstante berücksichtigt. Zwar wurde die Elektronenröhre wie im Skript vorgeschlagen in die Mitte des Aufbaus gerückt um ein möglichst homogenes magnetisches Längsfeld zu erhalten, diese Maßnahme kann die Effekte der realen Inhomogenitäten aber nur minimieren und nicht ganz ausschließen. In der Folge können die systematische Abweichungen letztlich nicht adäquat in das Endergebnis einfließen, wodurch sich die Abweichung vom Literaturwert bzw. die Unterschätzung des Fehlerintervalls erklärt.

Wird also $(e/m)_{\text{Busch}}$ aus der Mittelung ausgeschlossen so findet sich ein alternativer Wert, der nicht nur näher am Literaturwert für die spezifische Ladung liegt, sondern auch realistischere Fehlerintervalle besitzt (siehe Abbildung 5):

$$(e/m)_{T,W} = (1,83 \pm 0,46) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$$

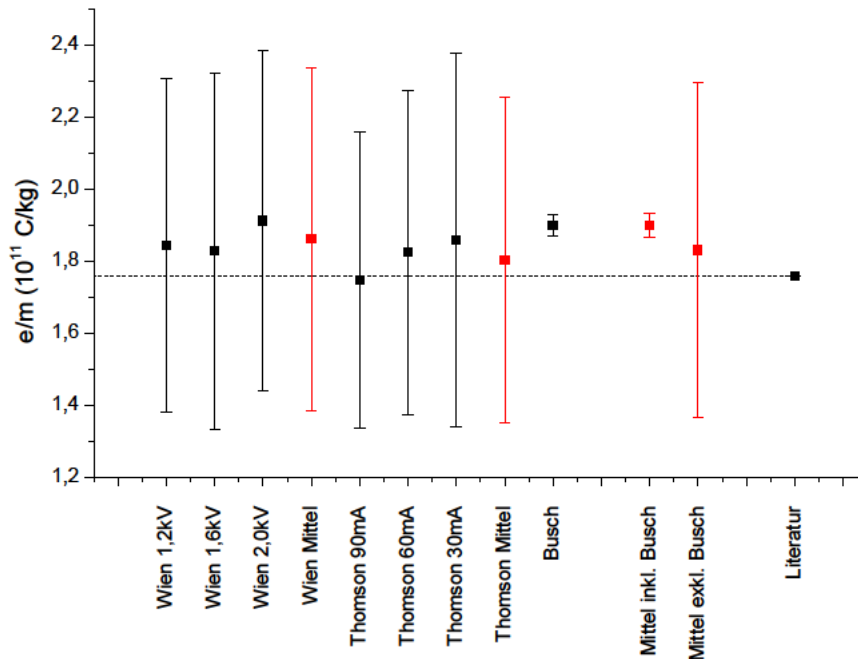


Abbildung 5: Bildung des gewichteten Mittelwertes für e/m

Der so erreichte Wert schließt den Literaturwert in seinem Fehlerintervall ein, kann also als gutes Ergebnis gewertet werden. Dabei ist zu beachten, dass auf Grund der

Verwendung einer “Black Box” zur Sicherheit bei allen Rechnungen Größtfehlerabschätzungen vorgenommen wurden, das Fehlerintervall also bei genauerer Kenntnis der verwendeten Apparatur kleiner ausfallen könnte.

Eine Betrachtung der reduzierten χ^2 -Werte für die einzelnen Regressionen zeigt zwei auffällige Ergebnisse:

Bei der Berechnung von l_y ist der Wert sehr viel kleiner als eins, d.h. die Fehlerintervalle bei der Messung wurden wahrscheinlich stark überschätzt. Problematisch ist hier wieder die Unkenntnis über die Funktionsweise der Versuchsanordnung: es wurde pauschal eine Unsicherheit von einem Prozent des Messwertes plus einem Digit angenommen. Da im Inneren des Apparates vermutlich mehrere separate Schaltkreise mit separaten Messinstrumenten vorliegen, muss diese Annahme natürlich nicht unbedingt für alle am Apparat ausgegebenen Werte gleich gut passen. Ein Über- oder Unterschätzen des Fehlers kann deswegen je nach Nutzung vorkommen.

Der zweite auffällige Wert für das reduzierte χ^2 tritt bei der 1,6kV-Messung mit der Wien-Filter-Methode auf: der viel zu große Wert legt nahe, dass die Unsicherheiten hier unterschätzt wurden. Eine Begründung dafür kann die Nichtberücksichtigung der Ungenauigkeit beim Einstellen des Elektronenstrahls auf den Mittelpunkt sein, die beim vorliegenden Versuchsaufbau sowohl Parallaxen- als auch Ablesefehler provoziert und schon bei einer einzigen “schlechten” Messung zu einer großen Verfälschung führen kann.

Zum Abschluss bleibt festzustellen, dass die Messungen relativ gut funktionierten, der große Nachteil des Versuchs aber die Verwendung einer “Black Box” ist: Unregelmäßigkeiten in den Messergebnissen wie die oben genannten Abweichungen der χ^2 -Werte oder die Problematik der systematischen Abweichungen bei der Busch-Methode können damit nur bedingt durch die Experimentatoren angegangen werden. Nur eine bessere Aufschlüsselung der Funktionsweise der verwendeten Messgeräte und Apparaturen können hier zu einer Verbesserung des Versuches führen.

Literatur

- [1] Müller, U. *Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik*. 2007.
- [2] Müller, U. *Physikalisches Grundpraktikum. Elektrodynamik und Optik*. 2010.
- [3] National Institute for Standards and Technology. *Reference on Constants, Units, and Uncertainty. Fundamental Physical Constants. Electron Charge to Mass Quotient*. 2010.
Online abgerufen unter <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?esme> am 19. Januar 2013.

A Anhang

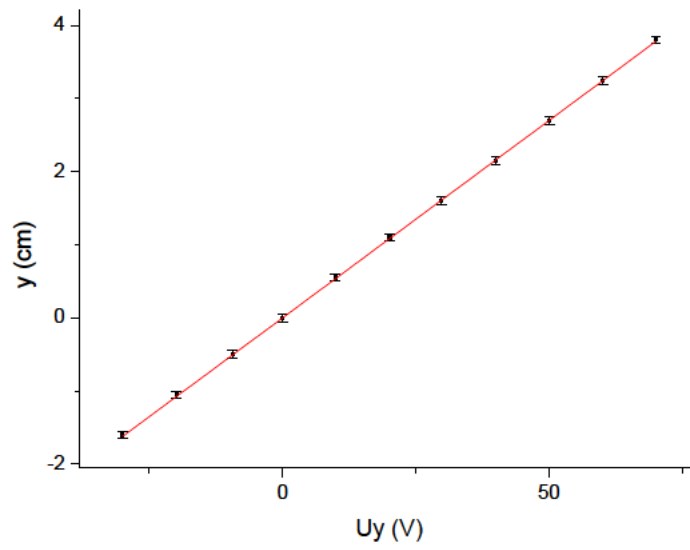


Abbildung 6: Bestimmung der Feldlänge l_y aus dem Anstieg

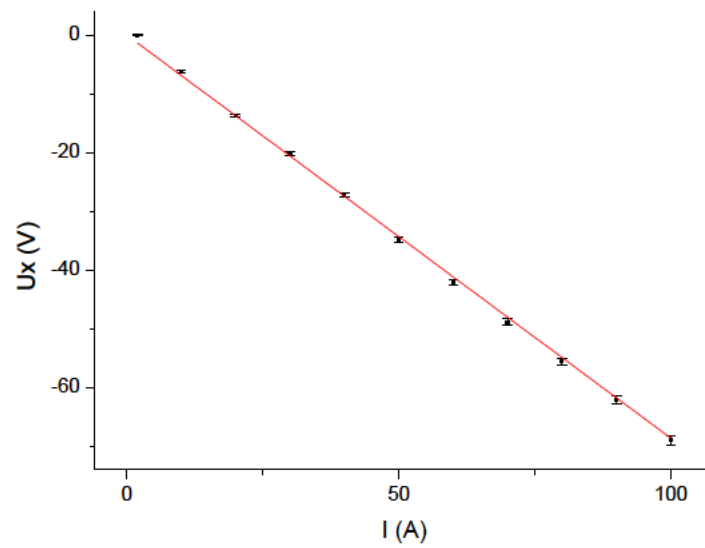


Abbildung 7: Bestimmung von e/m mit Wien-Filter-Methode aus dem Anstieg der Regressionsgeraden nach Formel (3) bei $U_b = 1,6\text{ kV}$

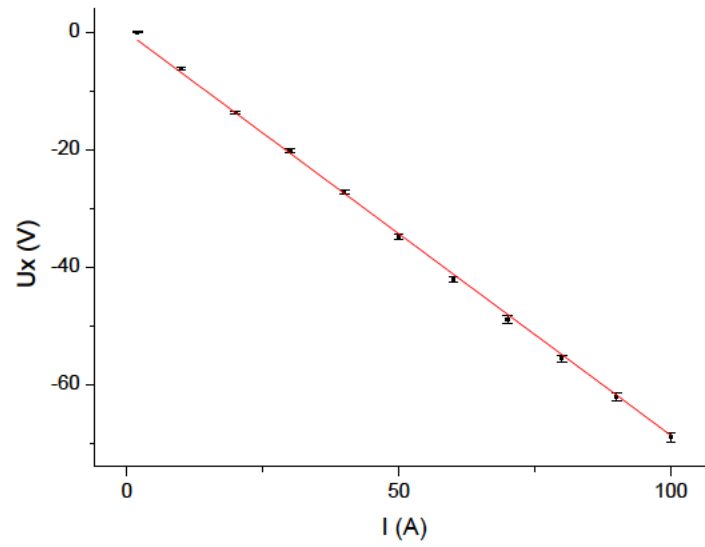


Abbildung 8: Bestimmung von e/m mit Wien-Filter-Methode aus dem Anstieg der Regressionsgeraden nach Formel (3) bei $U_b = 2,0kV$

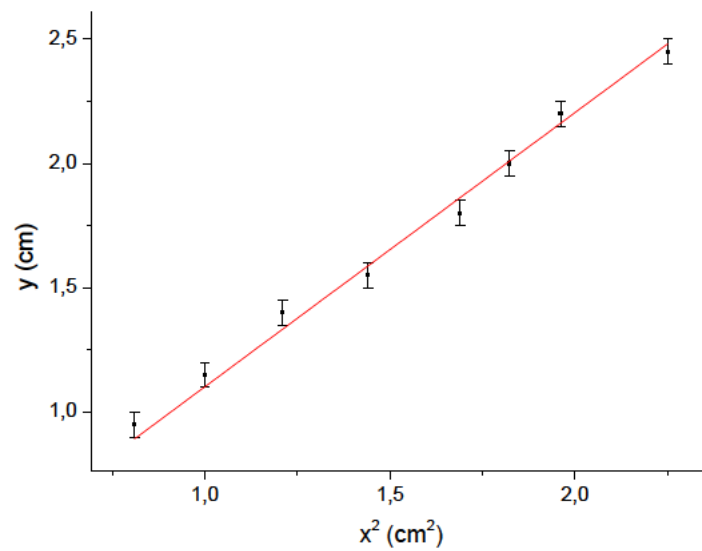


Abbildung 9: Bestimmung von e/m mit Thomson-Methode aus dem Anstieg der Regressionsgeraden nach Formel (5) bei $I = 30mA$

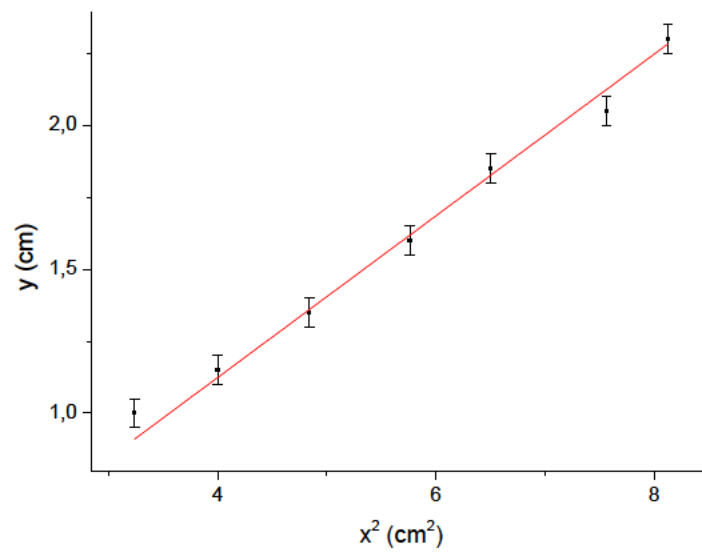


Abbildung 10: Bestimmung von e/m mit Thomson-Methode aus dem Anstieg der Regressionsgeraden nach Formel (5) bei $I = 60 \text{ mA}$