



GRUNDPRAKTIKUM

T1: Wärmekapazität eines Kalorimeters

Autor:

■■■■■■■■■■

Partner:

■■■■■■■■■■

Versuchsdatum: ■■■■■■

Versuchsplatz: ■■■■■■■■■■

Abgabedatum: ■■■■■■

Inhaltsverzeichnis

1	Physikalische Grundlagen und Aufgabenstellung	2
2	Messwerte und Auswertung	2
2.1	Elektrische Methode	3
2.2	Mischungsmethode	4
2.3	Gewichtetes Messergebnis	5
3	Fehleranalyse und kritische Ergebniseinschätzung	5
A	Tabellen	6
B	Grafiken	7

1 Physikalische Grundlagen und Aufgabenstellung

Der Versuch T1 hat zum Ziel, die Wärmekapazität eines Kalorimeters experimentell auf zwei unterschiedliche Arten zu bestimmen. Detaillierte Angaben zum Versuchsaufbau und den verwendeten physikalischen Grundlagen finden sich im Skript [Müller 2012, S. 74-77]. Beides soll hier aufgrund der gebotenen Kürze nur überblicksartig dargestellt werden.

Die erste Methode nutzt eine Heizspule um das sich im Kalorimeter befindliche Wasser zu erhitzen. Aus der rechnerischen Differenz zwischen der im Intervall Δt erzeugten Wärme $\Delta Q = U \cdot I \cdot \Delta t$ (U Spannung, I Stromstärke) und der im Wasser gemessenen Temperaturdifferenz ΔT lässt sich dann berechnen, wie viel Wärme durch das Kalorimeter selbst absorbiert wurde. Im idealisierten Fall verlustfreier Wärmeübertragung bestimmt sich die Wärmekapazität des Kalorimeters C_k nach folgender Formel:

$$C_k = \frac{U \cdot I \cdot \Delta t}{\Delta T} - m_w \cdot c_w \quad (1)$$

wobei m_w die Masse und c_w die spezifische Wärmekapazität des Wassers bezeichnet. Um das Messergebnis zu verbessern werden zwei komplette Messreihen aufgenommen.

In der zweiten Messmethode wird im Kalorimeter Wasser der Temperatur T_1 und der Temperatur T_2 zu gleichen Teilen ($m_1 = m_2$) gemischt, und die sich einstellende Mischtemperatur T_m mit der theoretisch gemäß der Richmannschen Mischungsregel zu erwartenden Temperatur verglichen. Die Wärmekapazität des Kalorimeters C_k errechnet sich dann wie folgt:

$$C_k = m_2 \cdot c_w \cdot \frac{T_2 - T_m}{T_m - T_1} - m_1 \cdot c_w \quad (2)$$

wobei c_w wieder die spezifische Wärmekapazität von Wasser bezeichnet. Die Messungen nach der zweiten Methode werden insgesamt drei Mal durchgeführt.

Als integraler Bestandteil des Versuches kann die anschließende Fehlerrechnung betrachtet werden, die im Wesentlichen in der Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes basiert:

$$u_F = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial F(x, y, \dots)}{\partial x} \cdot u_x\right)^2 + \left(\frac{\partial F(x, y, \dots)}{\partial y} \cdot u_y\right)^2 + \dots} \quad (3)$$

Wegen der teils sehr aufwändigen partiellen Ableitungen wurde dabei auf das Softwarepaket Mathematica zurückgegriffen, und es werden im Folgenden nur die verwendete Gleichung sowie die Ergebnisse, nicht aber die Umformungen präsentiert.

2 Messwerte und Auswertung

Um Verwechslungen zu vermeiden werden im Folgenden die Ergebnisse der unterschiedlichen Messreihen zu einem Versuch mit einem Index (Messreihe 1 = Index 1 usw.) gekennzeichnet.

2.1 Elektrische Methode

Im Rahmen der elektrischen Methode wurden zwei Messreihen aufgenommen. Dabei wurde strikt nach dem im Skript angegebenen Versuchsaufbau vorgegangen [Müller 2012, S. 75-77], mit einer Ausnahme: die Werte für Spannung und Stromstärke der Heizspule wurden während der Heizphase nur einmal pro Minute aufgenommen, statt wie dort angegeben alle 10 Sekunden.

Um die Wärmekapazität des Kalorimeters zu berechnen werden zunächst mit Hilfe einer Wärmeaustauschkorrektur die tatsächlich auftretenden Temperaturunterschiede berechnet. Dazu wurden je drei Regressionen pro Messreihe mit Hilfe des Softwarepakets QtiPlot ausgeführt, wobei die Messrohdaten aus den drei Phasen gegenüber der Zeit aufgetragen und mit Hilfe der Funktion “Fit Linear” in eine Gleichung der Form $f(x) = a \cdot x + b$ überführt wurden (vgl. Tabellen im Anhang).

Danach werden die hier ermittelten Werte in die im Skript [Müller 2012, S. 76] aufgeführten Formeln zur Bestimmung der Übergangspunkte t_B , t_E sowie t_S eingesetzt.

$$\begin{aligned} t_{B1} &= 3,02 \times 10^2 s & t_{B2} &= 3,02 \times 10^2 s \\ t_{E1} &= 6,29 \times 10^2 s & t_{E2} &= 6,26 \times 10^2 s \\ t_{S1} &= 4,64 \times 10^2 s & t_{S2} &= 4,62 \times 10^2 s \end{aligned}$$

Nun liefern die so errechneten Werte die Temperaturdifferenz über den Zusammenhang $\Delta T = (a_N - a_V) \cdot t_S + (b_N - b_V)$. Die Unsicherheit für ΔT bestimmt sich aus der Anwendung der Formel (3) auf obige Gleichung, die hier nun folgende Form annimmt:

$$u_{\Delta T} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta T}{\partial a_i} \cdot u_{a_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta T}{\partial b_i} \cdot u_{b_i}\right)^2}$$

wobei der Index $i = 1, 2, 3$ die entsprechende Phase des Versuchs bezeichnet. Nach Ableitung und Umformung ergibt sich für die Temperaturdifferenzen:

$$\Delta T_1 = (17,04 \pm 0,16) K \quad \Delta T_2 = (16,49 \pm 0,11) K$$

Um jetzt die Wärmekapazität des Kalorimeters gemäß Formel (1) bestimmen zu können, werden noch die Angaben zur erzeugten Wärme $\Delta Q = U \cdot I \cdot \Delta t$ und zum erhitzten Wasser benötigt.

Die im Kalorimeter erhitzte Wassermenge hat bei etwa 25°C die Masse $m_W = (0,299 \pm 0,006) kg$ ¹, wobei sich die Unsicherheit aus dem Gerätefehler des Messkolbens ($\pm 2 ml$) und dem Ablesfehler ($\pm 1 ml$) zusammensetzt, die aufgrund der zweimaligen Verwendung des Kolbens je doppelt genommen und dann betragsweise addiert wurden. Die spezifische Wärmekapazität von Wasser bei dieser Temperatur ist mit $c_w = 4181,3 \frac{J}{kg \cdot K}$ angegeben, mit vernachlässigbarer Unsicherheit.

¹Die Berechnungen wurden mit den in [Grimm 2009] genannten Werten durchgeführt. Obwohl die gefundenen Unterschiede zum Verhalten bei 4°C das Ergebnis nicht signifikant beeinflussen seien sie hier der Vollständigkeit halber aufgeführt.

Das Wasser wurde von der Heizspule für $\Delta t = (300 \pm 2)s$ erhitzt (Unsicherheit vom Experimentator abgeschätzt), wobei die Spule im Mittel mit der Spannung $U_1 = (24,8 \pm 1,65)V$ bzw. $U_2 = (24,7 \pm 1,65)V$ und der Stromstärke $I_1 = I_2 = (3,3 \pm 0,18)A$ versorgt wurde. Die Unsicherheiten ergeben sich hier aus der systematischen Abweichung durch Geräte- und Ablesefehler und die zufälligen Messabweichungen. Die Gerätefehler wurden mit je 2 Prozent vom Skalenmaximum abgeschätzt, der Ablesefehler mit 0,5 Skalenteilen, und dann zu den zufälligen Messabweichungen Δx betragsweise addiert.

Nun kann die Wärmekapazität des Kalorimeters über die Gleichung (1) bestimmt werden.

$$C_{K1} = (186,9 \pm 119,9) \frac{J}{kg \cdot K} \quad C_{K2} = (221,7 \pm 130,5) \frac{J}{kg \cdot K}$$

Die Bestimmung der Unsicherheit erfolgt wieder über die Anwendung von Gleichung (3), hier in der folgenden Form:

$$u_{C_K} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial C_K}{\partial U} \cdot u_U\right)^2 + \left(\frac{\partial C_K}{\partial I} \cdot u_I\right)^2 + \dots}$$

mit den partiellen Ableitungen nach $U, I, \delta t, \delta T$ und m_w . Die Ergebnisse dieser Berechnungen finden sich im Anhang in Tabellenform.

2.2 Mischungsmethode

Auch bei der Durchführung der Mischmethode wurde streng nach den im Skript vorgestellten Versuchshinweisen vorgegangen. Es wurden insgesamt drei Messreihen aufgezeichnet, aus denen die Wärmekapazität C_K direkt berechnet werden kann.

Es werden neben den gemessenen Temperaturwerten auch die Masse des verwendeten Wassers (m_1 und m_2 , für alle Messreihen identisch) sowie seine Wärmekapazität (c_w , siehe oben) benötigt. Bei der Masse des Wassers gilt es grundsätzlich zu berücksichtigen, dass die Dichte den Wert $1g = 1ml$ nur bei etwa $4^\circ C$ erreicht. Die entstehenden Abweichungen vom Idealwert $m_1 = m_2 = (0,15 \pm 0,003)kg$ durch andere Werte bei höheren Temperaturen wurden rechnerisch berücksichtigt, sind aber in der Größenordnung von 5×10^{-4} und folglich bei den hier dargestellten Rundungen nicht mehr zu erkennen. Die Unsicherheit errechnet sich wie im vorhergehenden Versuch.

Die Wärmekapazität C_K bestimmt sich nun direkt aus Formel (2). Eine Rechnung für die Wärmeaustauschkorrektur ist dabei aufgrund der sich sehr schnell einstellenden neuen Mischtemperatur nicht notwendig.

$$\begin{aligned} C_{K1} &= (509,5 \pm 101,9) \frac{J}{kg \cdot K} \\ C_{K2} &= (388,8 \pm 89,6) \frac{J}{kg \cdot K} \\ C_{K3} &= (372,5 \pm 83,0) \frac{J}{kg \cdot K} \end{aligned}$$

Die Fehlerrechnung erfolgt erneut durch Anwendung der Gleichung (3), diesmal abgeleitet nach den Größen m_1, m_2, T_1, T_2 und T_m . Auch für diese Berechnung finden sich die einzelnen Ableitungen in tabellarischer Form im Anhang.

2.3 Gewichtetes Messergebnis

Da sich die Fehlerintervalle von vier der fünf Messungen überlappen (vgl. Abbildung im Anhang) kann aus ihnen gemäß der Formeln (55-56) [Müller 2007, S. 47] ein methodenübergreifendes gewichtetes Mittel C_{Km} und seine Unsicherheit für die Wärmekapazität des Kalorimeters gebildet werden:

$$\overline{C_{Kg}} = (322,9 \pm 50,1) \frac{J}{kg \cdot K}$$

3 Fehleranalyse und kritische Ergebniseinschätzung

Die erste Messreihe, die mit der Mischungsmethode aufgenommen wurde, ist im gewichteten Mittel nicht berücksichtigt. Die hier ermittelte erhöhte Wärmekapazität des Kalorimeters kann vermutlich auf ein Versehen bei der Versuchsdurchführung zurück geführt werden: es wurde beim Umfüllen des Leitungswassers in das Kalorimeter etwas Flüssigkeit verschüttet, was zu einem niedrigeren Volumen während der Heizphase und somit zur Überschätzung des Wertes für C_K führte. In Anbetracht der Abweichung von den übrigen Ergebnissen dieser Methode von etwa $120 \frac{J}{kg \cdot K}$ können schon etwa $0,015l$ verschüttetes Wasser die Differenz erklären. Weitere (weniger signifikante) Faktoren könnten die niedrigere Ausgangstemperatur des Gerätes selbst vor Versuchsbeginn, sowie die leicht ansteigende Raumtemperatur (Anstieg von $23,5^\circ C$ auf $25^\circ C$ zwischen dem ersten und letzten Versuch) sein.

Es wurde keine spezielle Ausgleichsrechnung für die ansteigende Raumtemperatur während des Versuches durchgeführt, da der Anstieg von etwa $1,5K$ über den Zeitraum von mehreren Stunden nur sehr geringe Schwankungen während der einzelnen Messreihen erwarten lässt, und das sehr ungenaue Thermometer für die Raumtemperatur außerdem Zweifel an der Stichhaltigkeit der gemessenen Werte aufkommen lässt.

Bei den nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz durchgeführten Fehlerrechnungen gehen in der ersten Messmethode die Unsicherheiten für Spannung und Stromstärke etwas stärker als die der Temperaturdifferenz und der Masse ein, wohingegen bei der zweiten Messmethode die Unsicherheit der Mischtemperatur überdurchschnittlich stark in die Berechnung eingeht (vgl. Tabellen im Anhang). Bei einer Wiederholung des Versuchs bietet sich also an, Spannung und Stromstärke bei der ersten, und die Mischtemperatur bei den Messungen nach der zweiten Methode noch genauer zu bestimmen.

A Tabellen

Tabelle 1: Regressionen zur Messreihe 1, elektrische Methode

Messreihe 1			
	Vorperiode	Heizperiode	Nachperiode
a [K/s]	$4,29 \times 10^{-4}$	$5,62 \times 10^{-2}$	$-2,17 \times 10^{-3}$
u_a [K/s]	$1,17 \times 10^{-4}$	$1,36 \times 10^{-4}$	$1,67 \times 10^{-4}$
b [K]	22,19	5,31	40,43
u_b [K]	0,02	0,06	0,13
R^2	0,771	0,999	0,982

Tabelle 2: Regressionen zur Messreihe 2, elektrische Methode

Messreihe 2			
	Vorperiode	Heizperiode	Nachperiode
a [K/s]	$6,19 \times 10^{-4}$	$5,49 \times 10^{-2}$	$-1,67 \times 10^{-3}$
u_a [K/s]	$2,08 \times 10^{-4}$	$1,51 \times 10^{-4}$	$0,00 \times 10^{-0}$
b [K]	23,26	6,85	40,8
u_b [K]	0,04	0,07	0,00
R^2	0,690	0,999	1,00

Tabelle 3: Ableitungen von Formel (6) im Skript

	Messreihe 1	Messreihe 2
$ \frac{\partial F}{\partial U} \cdot u_U $	95,864	98,183
$ \frac{\partial F}{\partial I} \cdot u_I $	65,388	81,036
$ \frac{\partial F}{\partial m_w} \cdot u_{m_w} $	25,088	25,088
$ \frac{\partial F}{\partial dT} \cdot u_{dT} $	13,668	09,760
$ \frac{\partial F}{\partial dt} \cdot u_{dt} $	09,590	09,814

Tabelle 4: Ableitungen von Formel (7) im Skript

	Messreihe 1	Messreihe 2	Messreihe 3
$ \frac{\partial F}{\partial T_m} \cdot u_{T_m} $	79,488	70,007	64,502
$ \frac{\partial F}{\partial T_1} \cdot u_{T_1} $	50,201	42,371	38,729
$ \frac{\partial F}{\partial T_2} \cdot u_{T_2} $	29,286	27,637	25,774
$ \frac{\partial F}{\partial m_2} \cdot u_{m_2} $	22,874	20,442	20,114
$ \frac{\partial F}{\partial m_1} \cdot u_{m_1} $	12,544	12,544	12,544

B Grafiken

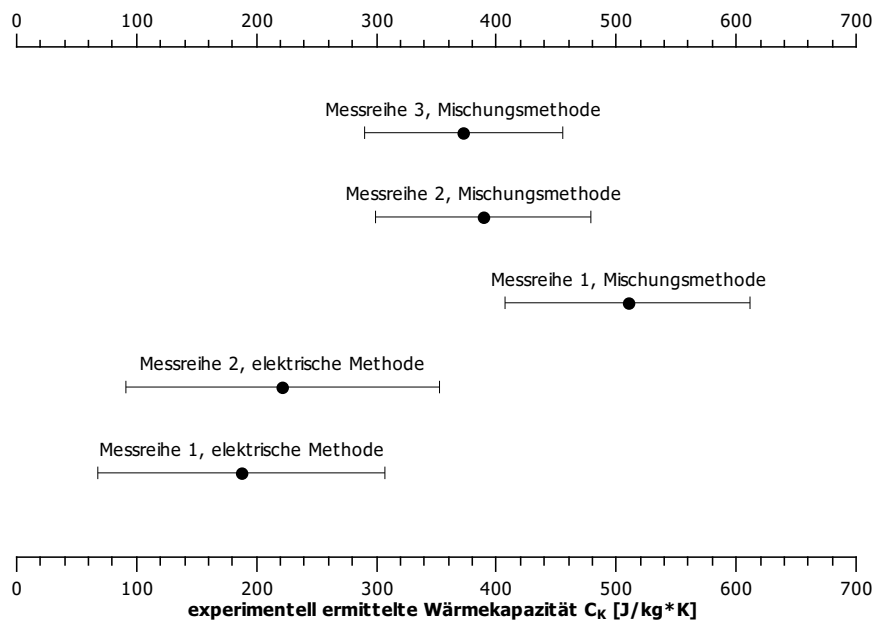


Abbildung 1: Überlappende Fehlerintervalle

Literatur

- [Müller 2007] Müller, U. *Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik*. 2007.
- [Müller 2012] Müller, U. *Physikalisches Grundpraktikum. Mechanik und Thermodynamik*. 2012.
- [Grimm 2009] Grimm, H. *Wasser - Eigenschaften, Daten und Phänomene*. 2009. Verfügbar unter <http://www.wissenschaft-technik-ethik.de/downloads/wasser.txt> (aufgerufen am 31. April 2012).