



FORTGESCHRITTENENPRAKTIKUM

---

## Paul-Falle

---

*Autoren:*

[REDACTED]  
[REDACTED]

[REDACTED]  
[REDACTED]

### Abstract

Wir verwenden eine klassische Paul-Falle um die spezifische Ladung, Masse und den Radius von geladenen Bärlassporen zu bestimmen, dabei wird für Luftreibung korrigiert. Die Teilchenbewegung wird mit einer Störung der Fallenfrequenz beeinflusst, was einen Schwebungseffekt erzeugt. In einer linearen Paul-Falle bestimmen wir über die spezifische Ladung von Teilchen einen Geometriefaktor. Wir analysieren in beiden Fällen die Struktur von Coulomb-Kristallen. In der linearen Falle entsprechen unsere Ergebnisse Block et al., in der klassischen Falle lassen sich die theoretischen Vorhersagen von Bedanov und Peeters nicht bestätigen. Schließlich simulieren wir eine vereinfachte Fallengeometrie mit einer Büroklammer und können damit Bärlassporen stabil halten.

Versuchsdatum: [REDACTED]

Versuchsplatz: [REDACTED]

Abgabedatum: [REDACTED]

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Materialien und Methoden</b>	<b>2</b>
2.1	Probleme mit den Bärlappsporen . . . . .	2
2.2	Bestimmung der Fallenkonstante $\kappa$ . . . . .	2
2.3	Bestimmung der Ladung der Bärlappsporen . . . . .	3
2.4	Eichkurve der klassischen Paul-Falle . . . . .	3
2.5	Vereinfachte Fallengeometrie . . . . .	3
2.6	Verwendete Messgeräte . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Auswertung und Diskussion</b>	<b>4</b>
3.1	Klassische Paul-Falle . . . . .	4
3.1.1	Bestimmung der Masse und des Radius der Bärlappsporen . . . . .	4
3.1.2	Bestimmung der spezifischen Ladung . . . . .	6
3.1.3	Coulomb-Kristalle . . . . .	7
3.1.4	Störung der klassischen Falle durch ein externes Signal . . . . .	8
3.2	Lineare Paul-Falle . . . . .	9
3.2.1	Zweiteilchenmessung: Bestimmung des Fallenparamters $\kappa$ . . . . .	9
3.2.2	Coulomb-Kristalle . . . . .	10
3.3	Vereinfachte Fallengeometrie . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Schlussfolgerungen</b>	<b>11</b>

# 1 Einleitung

Der Versuch wurde gemäß der Anweisungen in [4] durchgeführt, dort findet sich auch eine physikalische Einordnung des Experiments, eine Beschreibung des Versuchsaufbaus und eine mathematische Herleitung des verwendeten Modells für die Teilchenbewegung in der Falle. Hier verwendete Formeln und deren Herleitungen wurden, sofern nicht anders angegeben, von dort übernommen.

Während des Experiments kam es zu Schwierigkeiten mit den verwendeten Bärappsporen (siehe Abschnitt 2.1) und dadurch zu einer zeitlichen Verzögerung, weswegen die Betrachtung der Coulomb-Kristalle in der klassischen Falle und die Messung der spezifischen Ladungen in der linearen Falle weniger umfangreich als in [4] gefordert ausfielen.

## 2 Materialien und Methoden

### 2.1 Probleme mit den Bärappsporen

Während der Versuchsdurchführung gab es einige Probleme mit den verwendeten Bärappsporen: trotz sorgfältiger Behandlung des Vorrats ließen sich die Sporen zusehends schlechter elektrisch laden, bis schließlich während der Erzeugung der Coulomb-Kristalle in der klassischen Falle überhaupt keine Sporen mehr gehalten wurden.

Da zuerst nur eine Vorratsdose mit Sporen zur Verfügung stand beschränkte sich die Fehlersuche auf den übrigen Versuchsaufbau. Erst nach einigen zeitintensiven Überprüfungen konnte der Bärapp selbst als Fehlerquelle ausgemacht und das Experiment fortgesetzt werden, was den weiteren Versuchsverlauf stark verzögerte. Vermutlich war der Vorrat feucht geworden.

Aus Zeitgründen war es danach nicht mehr möglich, die Kristallerzeugung in der klassischen Falle erneut durchzuführen, obwohl bei der ersten Messung Probleme aufgetreten waren und der Kristall mit sechs Teilchen nicht beobachtet werden konnte.

### 2.2 Bestimmung der Fallenkonstante $\kappa$

Da die lineare Paul-Falle nur in 2 Dimensionen stabilisiert, wird durch weitere Elektroden ein harmonisches Potential in y-Richtung angelegt. Dieses kann beschrieben werden durch

$$\Phi_y(y) = \frac{\kappa U_y}{y_0^2} \cdot y^2. \quad (1)$$

$U_y$  ist die an den Elektroden angelegte Spannung,  $2y_0$  der Abstand der Elektroden und  $\kappa$  eine durch die Fallengeometrie bestimmte Abschwächung des Feldes, welche immer zwischen 0 und 1 liegt.  $\kappa$  kann durch eine Zweiteilchenmessung bestimmt werden.

Im Kräftegleichgewicht wirken auf jedes Teilchen  $i$  die sich aus dem Potential ergebende Kraft

$$\vec{F}_y^{(i)} = -Q_i \cdot \nabla \Phi_y(y) = -\kappa \frac{Q_i U_y}{y_0^2} \cdot \vec{y}_i \quad (2)$$

und die Coulombkraft

$$\vec{F}_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \cdot \vec{e}_y. \quad (3)$$

Daraus ergeben sich für die Teilchen  $i$  und  $j$  die Gleichungen

$$y_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{y_0^2 Q_j}{2\kappa U_y r^2}. \quad (4)$$

Mit  $y_1 + y_2 = r$  folgt daraus

$$\kappa = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{y_0^2(Q_1 + Q_2)}{U_y \cdot r^3}. \quad (5)$$

### 2.3 Bestimmung der Ladung der Bärappsporen

Die Ladung  $Q$  der Teilchen kann unter der Annahme, dass die Teilchen ideal kugelförmig sind, mithilfe der spezifischen Ladung  $S$ , des experimentell bestimmten Radius  $R$  und der bekannten Dichte  $\rho$  der Bärappsporen berechnet werden.

$$Q_i = \frac{4}{3}\pi S_i \rho R^3 \quad (6)$$

### 2.4 Eichkurve der klassischen Paul-Falle

Um die spezifische Ladung  $S = Q/m$  der Bärappsporen mithilfe der klassischen Paul-Falle zu bestimmen, wurde zusätzlich zur zum Betreiben der Falle benötigten Wechselspannung  $U_{ac}$  eine Gleichspannung  $U_z$  angelegt, welche ein konstantes elektrisches Feld in z-Richtung erzeugt. Dann wurde ein einzelnes Teilchen in der Falle gefangen und die Auslenkung  $\Delta z$  in Abhängigkeit der Spannung  $\Delta U_z$  bei Frequenzen  $\Omega$  der Wechselspannung von 100 Hz bis 550 Hz in Schritten von 50 Hz gemessen. Die Auslenkungsmessung wurde mithilfe einer USB-Kamera und eines vorher kalibrierten Messprogramms durchgeführt. Hiermit kann für jede Frequenz die Hilfsgröße

$$S_0 = \frac{z_0^3 \Omega^2 \Delta U_z}{U_{ac}^2 \Delta z} \quad (7)$$

bestimmt werden. Um die Luftreibung des Teilchens zu berücksichtigen, wurde mit diesen Werten eine nichtlineare Regression mit der Gleichung

$$S_0 = S \cdot \frac{\Omega^2}{\Omega^2 + P^2} \quad (8)$$

und den freien Parametern  $S$  und

$$P = \frac{9\eta}{2\rho R^2} \quad (9)$$

durchgeführt.<sup>1</sup>

Anschließend wurde mit dem so bestimmten Korrekturfaktor  $P$  die spezifische Ladung  $S$  mit

$$S = S_0 \cdot \frac{\Omega^2 + P^2}{\Omega^2} \quad (10)$$

für 7 verschiedene Sporen bestimmt.

### 2.5 Vereinfachte Fallengeometrie

Die vereinfachte Fallengeometrie bestehend aus einer einzelnen ringförmigen Elektrode wurde experimentell mithilfe einer Büroklammer realisiert. An diese wurde eine Wechselspannung angelegt, wodurch geladene Teilchen in der Mitte der Ringebene stabilisiert werden konnten. Die vereinfachte Falle stabilisiert wie auch die klassische und die lineare Paul-Falle bei den unterschiedlichen Halbphasen der Wechselspannung in unterschiedliche Raumrichtungen.

---

<sup>1</sup>Die Dichte  $\rho = 1200 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  der Bärappsporen wurde aus [4] und die Viskosität  $\eta = 18,24 \text{ } \mu\text{Pa} \cdot \text{s}$  aus [7] entnommen.

In der Halbphase, in der die Ladung des Ringes umgekehrt zur Teilchenladung ist, wird das Teilchen senkrecht zur Ringebene, aber nicht in der Ringebene stabilisiert, da die Feldlinien zur Ringelektrode hin zeigen. In der Halbphase, in der die Ladung des Ringes gleich der Teilchenladung ist, wird das Teilchen in der Ringebene, aber nicht senkrecht zu dieser stabilisiert, da die Feldlinien von der Ringelektrode weg zeigen. Wenn die Spannungsamplitude und -frequenz nun geeignet gewählt werden, kann das Teilchen mithilfe des elektrischen Wechselfeldes stabil in der Mitte der Ringebene gehalten werden.

## 2.6 Verwendete Messgeräte

$U_{ac}$ : analoges Oszilloskop

$U_z$ : Digitalanzeige des Netzteils Voltcraft VLP-2403

$\Omega$ : Frequenzgenerator arbitrary morphing Waveform-Generator WG-820

Abstände: Arbeitsplatz-Computer mit USB-Kamera

## 3 Auswertung und Diskussion

### 3.1 Klassische Paul-Falle

#### 3.1.1 Bestimmung der Masse und des Radius der Bärlappsporen

Um die Eichkurve zu bestimmen wurden wie oben beschrieben die Spannungen  $U_{ac}$  und  $U_z$ , sowie die Auslenkung  $\Delta z$  und die Frequenz  $\Omega$  gemessen. Da die systematischen Unsicherheiten der Spannungen und der Frequenz der Wechselspannung unbekannt und vermutlich klein sind wurden sie vernachlässigt. Im Fall von  $U_{ac}$  wurde so nur der Ablesefehler am Oszilloskop berücksichtigt und im Fall von  $\Omega$  und  $U_z$  eine Fehlerabschätzung von einem signifikanten Digit an der Digitalanzeige des jeweiligen Spannungsgenerators gemacht. Die Unsicherheit von  $\Delta z$  wurde auf 4 Pixel im Messprogramm abgeschätzt. Die Unsicherheit von  $S_0$  ergibt sich dann durch Gaußsche Fehlerfortpflanzung.

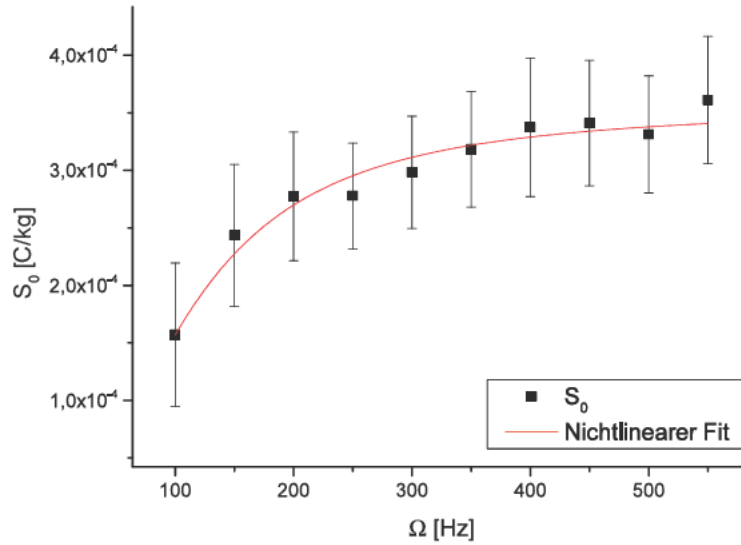
Tabelle 1: Daten für die nichtlineare Regression zur Bestimmung des Korrekturfaktors  $P$  für Bärlappsporen in der klassischen Paul-Falle bei  $U_{ac} = (2000 \pm 100) \text{ V}$

$\Omega$ [Hz]	$\pm$	$\Delta U_z$ [V]	$\pm$	$\Delta z$ [mm]	$\pm$	$S_0$ [C/kg]	$\pm$
550	0,1	7,1	0,4	0,85	0,08	3,61E-04	5,52E-05
500	0,1	7,6	0,4	0,82	0,08	3,31E-04	5,09E-05
450	0,1	8,6	0,4	0,82	0,08	3,31E-04	5,09E-05
400	0,1	8,7	0,4	0,73	0,08	3,41E-04	5,44E-05
350	0,1	12,9	0,4	0,73	0,08	3,41E-04	5,44E-05
300	0,1	15,3	0,4	0,59	0,08	3,37E-04	6,01E-05
250	0,1	19,9	0,4	0,59	0,08	3,37E-04	6,01E-05
200	0,1	22,8	0,4	0,71	0,08	3,18E-04	5,03E-05
150	0,1	26,5	0,4	0,71	0,08	3,18E-04	5,03E-05
100	0,1	23,1	0,4	0,66	0,08	2,98E-04	4,87E-05

Die nichtlineare Regression der Daten mit der Gleichung (8) wurde mit dem Programm OriginPro 8.6 durchgeführt. Daraus ergaben sich die folgenden Parameter:

Tabelle 2: Regressionsergebnisse zur Bestimmung von  $P$ 

	Wert	$\pm$
$P$ [Hz]	112,301	7,935
$S$ [C/kg]	3,549E-04	7,806E-06
Reduced $\chi^2$	0,0624	
Adj. $R^2$	0,9388	

Abbildung 1: Bestimmung von  $P$  aus nichtlinearer Regression

Mithilfe von (9) und der Annahme, dass die Teilchen ideal kugelförmig sind, kann der Radius und die Masse der Bärlappsporen berechnet werden. Die Unsicherheiten ergeben sich durch Gaußsche Fehlerfortpflanzung. Die Dichte  $\rho$  der Bärlappsporen und die Viskosität  $\eta$  der Luft werden hierbei als fehlerfrei angenommen.

Der Radius der Sporen wurde auch direkt mithilfe der USB-Kamera und des auf einen Drahtdurchmesser kalibrierten Messprogramms gemessen. Daraus ergibt sich Radius und Masse zu

$$\begin{aligned}
 R &= (18 \pm 3) \mu m \\
 m &= (0,03 \pm 0,01) \mu g.
 \end{aligned}$$

Tabelle 3: Direkt gemessene Durchmesser der Bärlappsporen

Messung	1	2	3	4	5	6
d [mm]	0,03	0,03	0,04	0,04	0,04	0,04
$\pm$	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005

Daraus ergibt sich Radius und Masse zu

$$\begin{aligned} R &= (18 \pm 3) \mu m \\ m &= (0,03 \pm 0,01) \mu g. \end{aligned}$$

Die Fehlerintervalle der durch die zwei verschiedene Methoden bestimmten Sporenradien überlappen sich nur im  $2\sigma$ -Bereich. Möglicherweise gibt es hier eine unberücksichtigte systematische Abweichung. Zum Beispiel könnte die Annahme, dass die Sporen ideal sphärisch sind, zu stark von der tatsächlichen Form der Teilchen abweichen. Eine zweite Fehlerquelle sind Inhomogenitäten der Fallfelder bei Veränderung der Spannung und Frequenz, die in den Rechnungen nicht berücksichtigt werden. Da für die Berechnung der Masse die Sporenradien in der dritten Potenz eingehen kann die starke Diskrepanz an dieser Stelle auf die gleichen Fehlerquellen zurückgeführt werden.

In den folgenden Berechnungen wird davon ausgegangen, dass alle Sporen in etwa den gleichen Radius und somit auch die gleiche Masse besitzen. Es werden dabei die Werte aus der Eichkurve verwendet, da deren Unsicherheit deutlich kleiner ist.

### 3.1.2 Bestimmung der spezifischen Ladung

Nun wurde die spezifische Ladung  $S$  von 7 verschiedenen Teilchen bestimmt. Dazu wurde wie bei den Messungen der Eichkurve bei einer einzelnen Frequenz  $\Omega$  die Auslenkung  $\Delta z$  in Abhängigkeit der Spannung  $\Delta U_z$  gemessen und daraus die Hilfsgröße  $S_0$  mit (7) berechnet. Die Betrachtung der Unsicherheiten ist dabei analog zu oben. Hieraus kann mit (10) direkt die spezifische Ladung  $S$  berechnet werden. Die Unsicherheit von  $S$  ergibt sich durch Gaußsche Fehlerfortpflanzung.

Tabelle 4: Bestimmung der spezifischen Ladung  $S$  in der klassischen Paul-Falle für verschiedene Bärlappsporen mit  $U_{ac} = (2000 \pm 100) V$  und  $\Omega = (150,0 \pm 0,1) Hz$

Teilchen	$\Delta U_z [V]$	$\pm$	$\Delta z [mm]$	$\pm$	$S_0 [C/kg]$	$\pm$	$S [C/kg]$	$\pm$
1	27,3	0,4	0,45	0,08	1,95E-04	5,33E-05	3,04E-04	8,46E-05
2	23,5	0,4	0,73	0,08	1,04E-04	1,95E-05	1,62E-04	3,15E-05
3	20,4	0,4	0,73	0,08	1,04E-04	1,95E-05	1,62E-04	3,15E-05
4	32,5	0,4	1,41	0,08	4,65E-05	6,23E-06	7,26E-05	1,04E-05
5	29,6	0,4	1,41	0,08	4,65E-05	6,23E-06	7,26E-05	1,04E-05
6	19,4	0,4	1,01	0,08	1,03E-04	1,60E-05	1,62E-04	2,63E-05
7	15,7	0,4	1,01	0,08	1,03E-04	1,60E-05	1,62E-04	2,63E-05

Offenbar variiert die spezifische Ladung teils erheblich, insbesondere besaßen Teilchen 4 und 5 nur etwa die Hälfte der spezifischen Ladung der anderen Teilchen.

### 3.1.3 Coulomb-Kristalle

Allgemein war der optische Zugang zur klassischen Falle für die Kristalluntersuchung nicht ideal: durch den Plexiglascontainer konnten die Sporen nur aus einiger Entfernung und unter bestimmten Winkeln beobachtet werden, was eine Erkennung der dreidimensionalen Muster stark erschwerte. Ein weiteres Problem war die mangelnde Abschirmung des Versuchsaufbaus gegen die elektromagnetische Strahlung der Elektrodenkabel, so war der

gesamte Kristall innerhalb der Falle verschoben. Durch die unterschiedlichen Massen und Ladungen der beteiligten Sporen waren die real entstehenden Strukturen, wo erkennbar, relativ unregelmäßig. Für höhere Teilchenzahlen waren dadurch mehrere Interpretationen möglich. Tabelle 5 beschreibt die von den Experimentatoren wahrgenommenen Kristallstrukturen.

Tabelle 5: Kristall in der klassischen Falle

Teilchenzahl	Schale 1	Schale 2	Schale 3
8	1	3	4
7	7	0	0
6	-	-	-
5	5	0	0
4	4	0	0
3	3	0	0

Die Kristalle mit bis zu fünf Sporen entsprechen den in [1] theoretisch vorhergesagten (vgl. beispielhaft Abbildung 2). Die Messung mit sechs Teilchen misslang beim ersten Versuch und konnte aus Zeitgründen nicht wiederholt werden. Für größere Teilchenzahlen wichen die beobachteten Kristalle von der Simulation ab, auch wurde das Erkennen der Struktur zusehends schwieriger. In der zweidimensionalen Darstellung der Kamera war dabei überhaupt keine Aussage mehr zu treffen, weswegen hier auf weitere Abbildungen verzichtet wurde. Für sieben Teilchen wurde weiterhin eine einschalige Struktur ausgemacht, obwohl theoretisch zwei Schalen in der Konfiguration 1-6 vorhergesagt wurden. Für acht Sporen wurde statt einer 1-7-Verteilung eine Struktur mit drei Schalen beobachtet, die eigentlich erst für  $n = 16$  auftreten sollte.

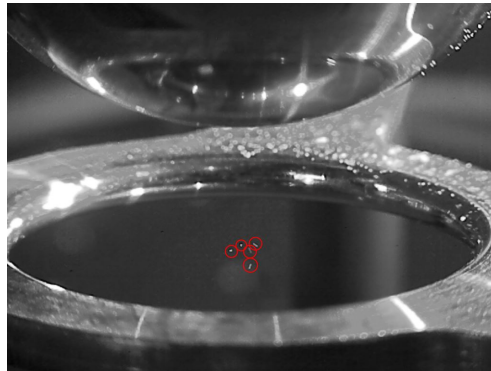


Abbildung 2: Kristall in der klassischen Falle für fünf Sporen

Die Abweichung zwischen Theorie und Praxis lässt sich einerseits auf die unterschiedlichen Versuchsanordnungen zurückführen: während hier mit realen, in Masse, Form und Ladung variierenden makroskopischen Teilchen experimentiert wurde, liegen den Berechnungen in [1] idealisierte gleichförmige Ionen zugrunde. Andererseits sind auch reale Fehlerquellen zu beachten wie die oben genannten Störfelder durch die Zuleitungen der Elektroden und die schwierige Beobachtungssituation.



### 3.1.4 Störung der klassischen Falle durch ein externes Signal

Die Störung der Fallenfelder durch ein externes Signal wurde durch einen Sinuston bei  $\Omega_S = 246,94$  Hz erreicht. Dieses Störsignal wurde konstant gehalten, während die Fallenfrequenz  $\Omega$  variiert wurde, weil somit die Veränderung deutlich kleinschrittiger möglich war und damit mehr Messpunkte erlaubte.

Generell hatte das Störsignal unterschiedliche Auswirkungen auf die Teilchenbewegung und -position je nach Abstand  $\Delta_\Omega = \Omega_S - \Omega$  bzw. Verhältnis  $R_\Omega = \Omega / \Omega_S$ . Es wurden dabei je nach Frequenz die Mikro-, die Makro- oder beide Bewegungen der Sporen beeinflusst. Die Beobachtungen sind in Tabelle 6 zusammengefasst.

Tabelle 6: Störung durch ein externes Signal

$\Omega$	$\Omega_S - \Omega$	$\Omega / \Omega_S$	Mikrobewegung	Makrobewegung	Teilchenabstand
123,5	123,4	0,5001	schwach	keine	nah
140,0	106,9	0,5669	schwach	schwach	
195,0	51,9	0,7897	mittel	schwach	
200,0	46,9	0,8099	mittel	mittel	
229,0	17,9	0,9274	stark	mittel	
230,0	16,9	0,9314	extrem	stark	
242,0	4,9	0,9800	mittel	sehr stark, langsam	
246,9	0,0	0,9998		wie ohne Störsignal	
248,0	-1,1	1,0043	w.o.S.	schwach, langsam	
250,5	-3,6	1,0144	w.o.S.	stark, schnell	
260,0	-13,1	1,0529	sehr stark	sehr schwach	
290,0	-43,1	1,1744	sehr schwach	sehr schwach	weit

Ausgangspunkt war der Fall ohne Störsignal, in dem die Teilchen minimale Mikrobewegungen und keine wahrnehmbare Makrobewegung ausführten. Die Auswirkungen der Störung auf die Makrobewegung der Teilchen lässt sich für kleine  $\Delta_\Omega$  als Schwebung deuten. Bei einer Schwebung wird eine Schwingung so moduliert, dass ein Term vom Typ  $\sin \omega_1 t \cdot \cos \omega_2 t$  auftritt, wobei  $\omega_1 = 0,5 \cdot (\Omega - \Omega_S)$  die Frequenz der Einhüllenden beschreibt und  $\omega_2$  eine Überlagerungsschwingung gemäß  $\omega_2 = 0,5 \cdot (\Omega + \Omega_S)$  darstellt.

Im Experiment stellt sich dies wie folgt dar: solange  $\Delta_\Omega$  klein ist, werden die Teilchen in eine langsame Makroschwingung versetzt, die mit größerem Abstand schneller wird. Es existieren offenbar Maxima der Amplitude bei  $\Delta_\Omega \approx \pm 4$  Hz, die Amplitude klingt mit größerem Abstand dann wieder ab. Bei einem glatten Verhältnis von Fallenfrequenz zu Störsignal, beispielsweise bei  $\Omega / \Omega_S \approx 0,5$  lässt sich kein Unterschied zur Situation ohne Störsignal feststellen, was bei einer Schwebung auch zu erwarten ist. Für sehr große  $\Delta_\Omega$  hat das Störsignal keine Auswirkungen mehr.

Die Mikroschwingungen sind deutlich schwieriger zu interpretieren. Offenbar gibt es auch hier Extrema der Amplitude, diesmal bei  $\Delta_\Omega \approx \pm 15$  Hz, die Auswirkungen klingen dann mit größerem Abstand wieder ab. Naturgemäß ließ sich ohne Hilfsmittel eine etwaige Veränderung in der Frequenz der Mikroschwingung im Versuch nicht beobachten, lediglich die Amplitude konnte abgeschätzt werden. Es bleibt also möglich, dass es sich hier einfach um eine zweite Schwebung handelt, nämlich zwischen dem Störsignal und der Frequenz der in der Falle immer existierenden Mikroschwingung der Sporen (siehe Herleitung der Bewegungsgleichungen in [4]), kann aber mit den vorliegenden Daten nicht einwandfrei festgestellt werden.

Letztlich ließ sich neben den Schwebungs- und Schwingungseffekten auch beobachten, dass der mittlere Teilchenabstand in der Falle für große  $R_\Omega$  immer größer, und für kleine  $R_\Omega$  immer kleiner wurde, wobei sich die Grundstruktur der Sporen nicht änderte.

## 3.2 Lineare Paul-Falle

### 3.2.1 Zweiteilchenmessung: Bestimmung des Fallenparamters $\kappa$

Wie oben beschrieben soll durch Zweiteilchenmessungen der Geometriefaktor  $\kappa$  der linearen Falle bestimmt werden. Dazu wurde zunächst die spezifische Ladung einer einzelnen Bärlappspore analog zu dem Verfahren in der klassischen Falle bestimmt. Anschließend wurde mithilfe Segmentsteuerung der linearen Falle ein weiteres Teilchen in das Segment gebracht und der Abstand  $r$  beider Partikel mit der USB-Kamera und dem Messprogramm bestimmt. Danach wurde das erste Teilchen aus der Falle entfernt und die spezifische Ladung des zweiten Teilchens bestimmt. Auf diese Weise wurden 4 Teilchen und 3 Teilchenpaare vermessen. Daraus konnten mit der Formel (5) drei verschiedene Werte für  $\kappa$  bestimmt werden.

Tabelle 7: Bestimmung der Ladung von Bärlappsporen in der linearen Paul-Falle bei  $U_{ac} = (4000 \pm 100) V$  und  $\Omega = (150, 0 \pm 0, 1) Hz$

Teilchen	$\Delta U_z [V]$	$\pm$	$\Delta z [mm]$	$\pm$	$S [C/kg]$	$\pm$	$Q [C]$	$\pm$
1	38,3	0,2	0,49	0,08	1,03E-04	2,52E-05	7,80E-15	2,07E-15
2	38,1	0,2	0,49	0,08	1,03E-04	2,50E-05	7,76E-15	2,06E-15
3	39,3	0,2	0,47	0,08	1,10E-04	2,79E-05	8,34E-15	2,29E-15
4	39,6	0,2	0,5	0,08	1,05E-04	2,50E-05	7,90E-15	2,07E-15

Tabelle 8: Bestimmung des Geometriefaktors der linearen Paul-Falle

Teilchen	$R [mm]$	$\pm$	$\kappa [-]$	$\pm$
1-2	1,71	0,16	0,034	0,013
2-3	1,60	0,15	0,043	0,017
3-4	1,48	0,14	0,053	0,021

Da sich die Fehlerintervalle der drei berechneten Werte für  $\kappa$  überlappen kann aus diesen ein gewichtetes Mittel gebildet werden:

$$\kappa = 0,040 \pm 0,009 \quad (11)$$

### 3.2.2 Coulomb-Kristalle

Im Gegensatz zu den Kristallen in der klassischen Falle wurden die Sporenanordnungen in der linearen Falle nur qualitativ untersucht. Die Arbeit von Block et al. [2] bietet hier einen Vergleichsrahmen für die Beobachtungen.

Zuerst wurden wenige Teilchen in die Falle eingeführt, die sich konsistent zu [2] in einer Linie in y-Richtung mit festen Abständen anordneten (Abbildung 3.1). Dann wurden weitere Sporen hinzugefügt, die aber aufgrund der oben beschriebenen Probleme mit dem

Sporenvorrat nicht alle gleichmäßig gut von der Falle aufgenommen wurden. Deswegen wurden für die Interpretation der Kristallstruktur nur solche Sporen herangezogen, die weitgehend mittig in der Falle gehalten wurden. Das Kräftegleichgewicht innerhalb der Kristallstruktur ist damit zwar gegenüber einer sauberen Messung, die alle Teilchen beinhaltet, verändert, in der Praxis waren die erwarteten Strukturen aber auch so qualitativ schon gut erkennbar.

Wie erwartet bildeten die Sporen mit zunehmender Anzahl eine Zick-Zack-Struktur (Abbildung 3.2), da der Kristall weiterhin von beiden Seiten durch die Fallenfelder begrenzt wurde, sich die Sporen also mit steigender Anzahl immer den gleichen Platz teilen mussten. Die Zick-Zack-Struktur stellt dabei wohl die energetisch günstigste Anordnung dar, die für sehr große Teilchenzahlen schließlich von einer Zigarren- oder Ellipsoiden-Struktur abgelöst wurde (Abbildung 4)

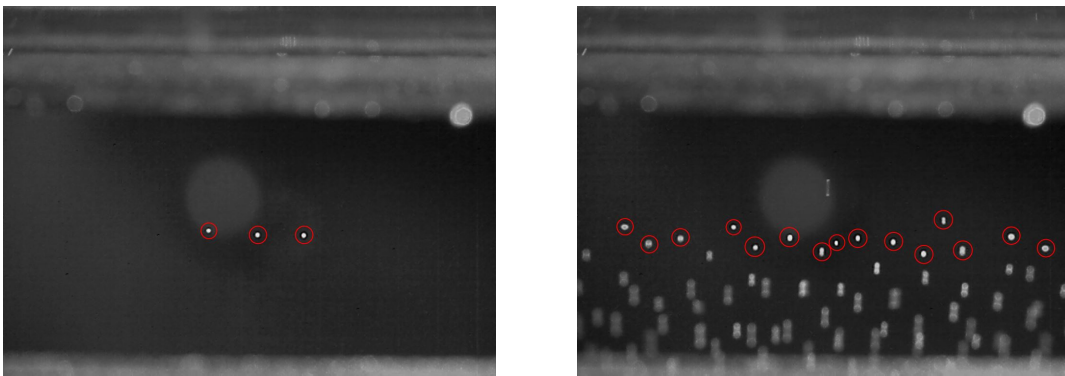


Abbildung 3: Kristalle in der linearen Falle für kleine und mittlere Anzahl von Sporen

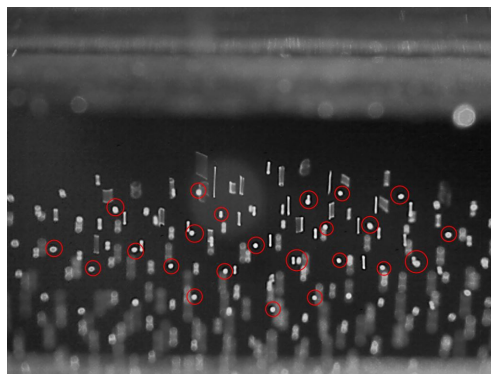


Abbildung 4: Kristall in der linearen Falle für große Anzahl von Sporen

### 3.3 Vereinfachte Fallengeometrie

Mit einer Büroklammer wurde untersucht, ob auch eine stark vereinfachte Fallengeometrie zu einem stabilen Einfang der Sporen genutzt werden kann. Anders als bei der klassischen Paul-Falle gibt es hier keine Elektroden über und unter der Klammer selbst, d.h. keine zusätzlichen Felder, die für höhere Stabilität in der dritten Raumrichtung sorgen sollen.

Die Büroklammer war trotz ihrer auf den ersten Blick ungeeigneten - da asymmetrischen - Geometrie in der Lage, die Sporen in ihrer Ebene einzufangen. Das Einfangen funktionierte sogar unabhängig von der Orientierung der Falle in Bezug auf das Gravitationsfeld.

Anscheinend kann also die Störung durch die Schwerkraft zumindest für die getesteten Bärlappsporen kompensiert werden.

Die Vorteile der Büroklammer bzw. der durch sie simulierten einfachen Fallengeometrie liegen vor allem im verbesserten optischen Zugang zum Experimentierbereich. Wie oben bereits erwähnt ist gerade die klassische Paul-Falle oft nicht optimal einsehbar, was Betrachtungen unter Umständen erschwert. Sporen die in einer einfachen Ringelektrode gefangen sind können hingegen von fast allen Winkeln betrachtet werden. Der erste Nachteil gegenüber den herkömmlichen Fallen ist die wesentlich geringere Stabilität der Teilchen. Im Experiment konnte schon ein leichtes Berühren des Plexiglaskastens Sporen aus der Falle fallen lassen, auch auf Frequenzänderungen reagierten die Sporen wesentlich empfindlicher als in der klassischen und der linearen Falle. Ein weiterer Nachteil betrifft die kleinere Anzahl freier Parameter in der vereinfachten Falle. Für Auslenkungsmessungen wären z.B. wieder zusätzliche Felder notwendig, d.h. der Aufbau würde sich der klassischen Falle annähern. Die Ringelektrode kann also lediglich für einen Teil der möglichen Experimente die anderen Fallen ersetzen.

## 4 Schlussfolgerungen

Um die spezifische Ladung und Masse von Bärlappsporen in der klassischen Paul-Falle zu bestimmen wurde eine Eichkurve aufgenommen, aus der ein Luftreibungskorrekturterm  $P$  bestimmt werden konnte. Bei der Messung verschiedener Teilchen wurde festgestellt, dass die spezifische Ladung stark variiert. Möglicherweise wurde  $P$  zu klein bestimmt, wie die Überprüfung von den mit  $P$  bestimmten Sporenradien mit der Direktmessung zeigt: die berechneten Radien sind tendenziell zu groß und stimmen mit den direkt gemessenen erst im  $2\sigma$ -Intervall überein.

Obwohl es einige Schwierigkeiten mit den Bärlappsporen in der klassischen Falle gab (siehe 2.1), konnten Coulomb-Kristalle erzeugt werden. Die Beobachtungen stimmen mit den von Bedanov und Peeters theoretisch vorhergesagten allerdings nur für kleine Teilchenzahlen überein. Einerseits war hier der schwierige optische Zugang problematisch, der eine Analyse der Struktur mit dem bloßen Auge erschwerte. Andererseits war schon bei Aufnahme der Eichkurve deutlich geworden, dass die spezifische Ladung der Sporen variiert, die Annahme von identischen Ionen, die in der Simulation gemacht wurde, also real nicht erfüllt war.

Bei der Störung der klassischen Falle durch ein externes Signal konnten Schwebungseffekte sowohl bei der Mikro- als auch der Makrobewegung der Teilchen beobachtet werden. Die Bewegungen reagierten deutlich auf die Störung, wobei die Reaktion vom Verhältnis zwischen der Fallenfrequenz und der Frequenz des Störsignals abhing.

Die Zweiteilchenmessung litt zuerst ebenfalls unter der Problematik der feucht gewordenen Sporen. Schließlich konnten jedoch drei Paare vermessen und der Geometriefaktor  $\kappa$  bestimmt werden. Da sich die Werte für  $\kappa$  aus den Einzelmessungen in ihren Fehlerintervallen überschneiden konnte ein gewichtetes Mittel berechnet und  $\kappa$  damit recht genau ermittelt werden.

Die Beobachtung der Coulomb-Kristalle in der linearen Falle entsprach den Erwartungen, die auf der Arbeit von Block et al. basierten. Es konnte die Veränderung der Kristallstruktur von einer Linie zu einem Zick-Zack-Muster und schließlich einem Ellipsoiden für steigende Teilchenzahlen nachvollzogen werden.

Die Untersuchung an der Büroklammer zeigte, dass auch stark vereinfachte Fallengeometrien bestehend aus nur einer Elektrode geladene Teilchen stabil einfangen können. Im Vergleich mit den herkömmlichen Fallen fiel hier vor allem ein stark verbesserter optischer Zugang auf, der aber nur auf Kosten verringerter Stabilität des Versuchs erreicht wird.

## Literatur

- [1] Bedanov, V., F. Peeters *Ordering and phase transitions of charged particles in a classical finite two-dimensional system*, in: Phys. Rev. B 49, 1994, 2667-2676.
- [2] Block, M., A. Drakoudis, H. Leuthner, P. Seibert und G. Werth *Crystalline ion structures in a Paul trap*, in: J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 33, 2000, L375-L382.
- [3] Demtröder, W. *Experimentalphysik 3 - Atome, Moleküle und Festkörper*, 4. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010, Abschnitt 2.7.
- [4] Kuhlicke, A. *F-Praktikum. Anleitung zum Versuch "Paul-Falle"*. AG Nano-Optik, 08. April 2013.
- [5] Müller, U. *Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik*. 2007.
- [6] Paul, W. *Elektromagnetische Käfige für geladene und neutrale Teilchen (Nobel-Vortrag)*, in: Angew. Chem. 102, 1990, 780-789.
- [7] Verein Deutscher Ingenieure (VDI-GVC) (Hrsg.) *VDI-Wärmeatlas. Recherchieren - Berechnen - Konstruieren.*, 8. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1997.
- [8] Walter, G. und G. Herms *Einführung in die Behandlung von Messfehlern. Ein Leitfaden für das Praktikum der Physik* Universität Rostock, 2006.