Wykonał Hubert Makowski

1) Modelowanie Matematyczne opis werbalny problemu– „Których zawodników wybrać do drużyny sportowej".

Menedżer drużyny sportowej musi podjąć decyzje o wyborze zawodników do drużyny z wyznaczonej listy zawodników. Każdy zawodnik ma swoją wartość sportową, sprecyzowaną pozycję, czyli miejsce na boisku, klub, w którym grał w ostatnim sezonie, cenę zakupu przez menedżera drużyny. Wartość sportowa zawodnika zmniejsza się o stały procent, proporcjonalnie do liczby zawodników, którzy w ostatnim sezonie grali w innym klubie niż on i zostali wybrani do drużyny. Minimalna liczba zawodników na każdej pozycji jest ustalona. Menedżer dysponuje określonymi środkami pieniężnymi (budżet), które są wykorzystywane przy zakupie zawodników. Zadaniem menedżera jest wybranie zawodników tak, aby suma wartości sportowej zawodników drużyny była największa, nie wydając na zawodników więcej pieniędzy niż przewiduje budżet.

2) Model matematyczny problemu.

   a. Matematyczny opis istotnych cech.

1. Liczba zawodników dostępnych.

$$L \in P$$

2. Wartość sportowa l-tego zawodnika.

$$S_l \in R_+ \quad l = \overline{1, L}$$

3. Liczba pozycji.

$$H \in P$$

4. Liczba klubów.

$$F \in P$$

5. Klub l-tego zawodnika.

$$K_l \in P \quad l = \overline{1, L}$$

6. Pozycja l-tego zawodnika.

$$B_l \in P \quad l = \overline{1, L}$$

7. Cena zakupu l-tego zawodnika.

$$C_l \in R_+ \quad l = \overline{1, L}$$

8. Środki, którymi dysponuje menedżer.

$$M \in R_+$$

9. Łączna wartość sportowa zawodników w drużynie.

$$D \in R_+^o$$

10. Decyzja o wyborze l-tego zawodnika do drużyny.

$$X_l \in \{0,1\} \quad l = \overline{1,L}$$

$$0 \ - \ l - ty\ zawodnik\ niewybrany\ do\ drużyny$$

$$1 \ - \ l - ty\ zawodnik\ wybrany\ do\ drużyny$$

11. Minimalna liczba zawodników wybranych do drużyny na h-tej pozycji.

$$O_h \in P \quad h = \overline{1,H}$$

12. Procent o który zmniejsza się wartość sportowa l-tego zawodnika wybranego do drużyny, kiedy zwiększa się liczba zawodników w drużynie o różnym klubie niż l-ty zawodnik.

$$p \in (0,1)$$

b. Matematyczny opis istotnych związków między wybranymi cechami.

1. Łączna wartość sportowa zawodników w drużynie jest równa sumie.

$$D = \sum_{l=1}^{L} X_l S_l (1-p)^{T_l}$$

gdzie

$$\underset{l=\overline{1,L}}{\forall} T_l = \left|\{i = \overline{1,L} : K_l \neq K_i \wedge X_l = 1 \wedge X_i = 1\}\right|$$

2. Łączna wartość sportowa zawodników w drużynie powinna być największa.

$$D \xrightarrow[X_1,\dots,X_L]{} \max$$

3. Liczba zawodników na h-tej pozycji w drużynie nie może być mniejsza niż minimalna liczba zawodników na h-tej pozycji w drużynie.

$$\underset{h=\overline{1,H}}{\forall} \left|\{l = \overline{1,L} : B_l = h \wedge X_l = 1\}\right| \geq O_h$$

4. Wydatki na zawodników wybranych do drużyny nie mogą przekraczać budżetu.

$$\sum_{l=1}^{L} X_l C_l \leq M$$

5. Każdy zawodnik ma cenę, na którą stać menedżera.

$$\underset{l=\overline{1,L}}{\forall} C_l \leq M$$

6. Pozycja l-tego zawodnika jest nie większa niż liczba pozycji.

$$\underset{l=\overline{1,L}}{\forall} B_l \le H$$

7. Klub l-tego zawodnika jest nie większy niż liczba klubów.

$$\underset{l=\overline{1,L}}{\forall} K_l \le F$$

3) Podział cech na zmienne decyzyjne i dane i przedstawienie ich w postaci odpowiednich list:

Zmienne decyzyjne:

lista $\left[X_l\right]_L$

Dane:

Lista $\left\langle L, H, F, D, M, p, \left[K_l\right]_L, \left[B_l\right]_L, \left[C_l\right]_L, \left[O_h\right]_H \right\rangle$

4) Analiza poziomu informacyjnego dotycząca znajomości przez decydenta wartości danych w chwili podejmowania decyzji.

Wszystkie wartości danych w chwili podejmowania decyzji przez decydenta będą znane.

5) Określenie zbiorów poprawnych wartości:

Danych:

$$\left\{ \left\langle L, H, F, D, M, p, \left[K_l\right]_L, \left[B_l\right]_L, \left[C_l\right]_L, \left[O_h\right]_H \right\rangle \in P^3 \times R_+^0 \times R_+ \times (0,1) \times P^{2L} \times \left(R_+\right)^L \times P^H \\ : \underset{l=\overline{1,L}}{\forall} C_l \le M \wedge \underset{l=\overline{1,L}}{\forall} B_l \le H \wedge \underset{l=\overline{1,L}}{\forall} K_l \le F \right\}$$

Dopuszczalnych wartości zmiennych decyzyjnych:

$$\left\{ \left\langle \left[X_l \right]_L \right\rangle \in \{0,1\}^L : \sum_{l=1}^{L} X_l C_l \le M \wedge \underset{h=\overline{1,H}}{\forall} \left| \{ l = \overline{1,L} : B_l = h \wedge X_l = 1 \} \right| \ge \mathrm{O}_h \right\}$$

6) Sformułowanie ogólnego zadania optymalizacyjnego.

Dla danych:

$$\left\langle L, H, F, D, M, p, [K_l]_L, [B_l]_L, [C_l]_L, [O_h]_H \right\rangle \in \left\{ \begin{aligned} &\left\langle L, H, F, D, M, p, [K_l]_L, [B_l]_L, [C_l]_L, [O_h]_H \right\rangle \in P^3 \times R_+^0 \times R_+ \times (0,1) \times P^{2L} \times (R_+)^L \times P^H \\ &: \underset{l=\overline{1,L}}{\forall} C_l \le M \wedge \underset{l=\overline{1,L}}{\forall} B_l \le H \wedge \underset{l=\overline{1,L}}{\forall} K_l \le F \end{aligned} \right\}$$

wyznaczyć:

$$\left\langle \left[X_l^* \right]_L \right\rangle \in \left\{ \left\langle \left[X_l \right]_L \right\rangle \in \{0,1\}^L : \sum_{l=1}^{L} X_l C_l \le M \wedge \underset{h=\overline{1,H}}{\forall} \left| \{ l = \overline{1,L} : B_l = h \wedge X_l = 1 \} \right| \ge \mathrm{O}_h \right\} = \Omega$$

takie aby:

$$D\left(\left\langle \left[X_l^* \right]_L \right\rangle \right) = \sum_{l=1}^{L} X_l^* S_l (1-p)^{T_l} = \max_{\left\langle [X_l]_L \right\rangle \in \Omega} \sum_{l=1}^{L} X_l S_l (1-p)^{T_l}$$

gdzie

$$\underset{l=\overline{1,L}}{\forall} T_l = \left| \{ i = \overline{1,L} : K_l \ne K_i \wedge X_l = 1 \wedge X_i = 1 \} \right|$$