

1. Тип 19 № 63035

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. В игре разрешено делать следующие ходы:

- добавить в кучу один камень;
- если количество камней в куче чётно, добавить половину имеющегося количества;
- если количество камней в куче кратно трём, добавить треть имеющегося количества;
- если количество камней в куче не кратно ни двум, ни трём, удвоить кучу.

Например, если в куче 5 камней, то за один ход можно получить 6 или 10 камней, а если в куче 6 камней, то за один ход можно получить 7, или 8, или 9 камней.

Игра завершается, когда количество камней в куче достигает 96.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 96 или больше камней.

В начале игры в куче было S камней, $1 \leq S \leq 95$.

Укажите **минимальное** значение S , при котором Петя не может выиграть первым ходом, но при любом первом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

2. Тип 20 № 63036

Для игры, описанной в задании 19, найдите **два наибольших** значения S , при которых Петя не может выиграть первым ходом, но у Пети есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть вторым ходом при любой игре Вани.

В ответе запишите найденные значения в порядке возрастания.

Ответ:

3. Тип 21 № 63037

Для игры, описанной в задании 19, найдите **наибольшее** значение S , при котором у Вани есть стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, но у Вани нет стратегии, которая позволила бы ему гарантированно выиграть первым ходом.

4. Тип 19 № 27762

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить один камень в одну из куч и два камня в другую** или же **увеличить количество камней в любой куче** в два раза. Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой 8 камней; такую позицию мы будем обозначать $(6, 8)$. За один ход из позиции $(6, 8)$ можно получить любую из четырёх позиций: $(7, 10)$, $(8, 9)$, $(12, 8)$, $(6, 16)$. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 47. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 47 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 10 камней, во второй куче — S камней, $1 \leq S \leq 36$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, то есть не гарантируют выигрыш независимо от игры противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

5. Тип 20 № 27763

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить один камень в одну из куч и два камня в другую** или же **увеличить количество камней в любой куче** в два раза. Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой 8 камней; такую позицию мы будем обозначать $(6, 8)$. За один ход из позиции $(6, 8)$ можно получить любую из четырёх позиций: $(7, 10)$, $(8, 9)$, $(12, 8)$, $(6, 16)$. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 47. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 47 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 10 камней, во второй куче — S камней, $1 \leq S \leq 36$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, то есть не гарантируют выигрыш независимо от игры противника.

Найдите максимальное S , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

6. Тип 21 № 27764

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить один камень в одну из куч и два камня в другую** или же **увеличить количество камней в любой куче** в два раза. Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой 8 камней; такую позицию мы будем обозначать (6, 8). За один ход из позиции (6, 8) можно получить любую из четырёх позиций: (7, 10), (8, 9), (12, 8), (6, 16). Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 47. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 47 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 10 камней, во второй куче — S камней, $1 \leq S \leq 36$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, то есть не гарантируют выигрыш независимо от игры противника.

Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

7. Тип 19 № 27808

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** или **три** камня или увеличить количество камней в куче **в два раза**. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 18 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 42.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший кучу, в которой будет 42 или больше камней.

В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 41$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии **не следует** включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, т. е. не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

8. Тип 20 № 27809

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** или **три** камня или увеличить количество камней в куче **в два раза**. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 18 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 42.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший кучу, в которой будет 42 или больше камней.

В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 41$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии **не следует** включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, т. е. не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Найдите три таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
 - Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.
- Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания без разделительных знаков.

9. Тип 21 № 27810

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** или **три** камня или увеличить количество камней в куче **в два раза**. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 18 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 42.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший кучу, в которой будет 42 или больше камней.

В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 41$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии **не следует** включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, т. е. не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

10. Тип 19 № 27926

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или три камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 18 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 33. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 33 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 32$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

11. Тип 20 № 27927

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или три камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 18 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 33. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 33 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 32$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите три таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
 - Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.
- Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания без разделительных знаков.

12. Тип 21 № 27928

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или три камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 18 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 33. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 33 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 32$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

13. Тип 19 № 28177

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 69. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 69 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 68$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

14. Тип 20 № 28178

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 69. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 69 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 68$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

— Петя не может выиграть за один ход;

— Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания без разделительных знаков.

15. Тип 21 № 28179

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 69. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 69 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 68$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

16. Тип 19 № 63068

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. В игре разрешено делать следующие ходы:

— добавить в кучу один камень;

— если количество камней в куче чётно, добавить половину имеющегося количества;

— если количество камней в куче кратно трём, добавить треть имеющегося количества;

— если количество камней в куче не кратно ни двум, ни трём, удвоить кучу.

Например, если в куче 5 камней, то за один ход можно получить 6 или 10 камней, а если в куче 6 камней, то за один ход можно получить 7, или 8, или 9 камней.

Игра завершается, когда количество камней в куче достигает 132.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 132 или больше камней.

В начале игры в куче было S камней, $1 \leq S \leq 131$.

Укажите минимальное значение S , при котором Петя не может выиграть первым ходом, но при любом первом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

17. Тип 20 № 63069

Для игры, описанной в задании 19, найдите два наибольших значения S , при которых Петя не может выиграть первым ходом, но у Пети есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть вторым ходом при любой игре Вани.

В ответе запишите найденные значения в порядке возрастания.

Ответ:

18. Тип 21 № [63070](#)

Для игры, описанной в задании 19, найдите **наибольшее** значение S , при котором у Вани есть стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, но у Вани нет стратегии, которая позволила бы ему гарантированно выиграть первым ходом.