

1. Тип 15 № 18499

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(2m + 3n > 40) \vee ((m < A) \wedge (n \leq A))$$

тождественно истинно при любых целых неотрицательных m и n ?

2. Тип 15 № 34542

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [1, 39]$ и $Q = [23, 58]$. Какова наибольшая возможная длина интервала A , что логическое выражение

$$((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

3. Тип 15 № 64900

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 20777 \neq 0 \rightarrow (x \& 12332 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

4. Тип 15 № 33187

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(90, A) \wedge (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 15) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 20)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

5. Тип 15 № 34538

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [30, 45]$ и $Q = [40, 55]$. Какова наименьшая возможная длина интервала A , что обе приведённые ниже формулы истинны при любом значении переменной x :

$$\begin{aligned} &(\neg(x \in A) \rightarrow (\neg(x \in P))) \\ &((x \in Q) \rightarrow (x \in A)) \end{aligned}$$

6. Тип 16 № 4654

Последовательность чисел Падована задается рекуррентным соотношением:

$$F(1) = 1$$

$$F(2) = 1$$

$$F(3) = 1$$

$$F(n) = F(n-3) + F(n-2), \text{ при } n > 3, \text{ где } n - \text{натуральное число.}$$

Чему равно десятое число в последовательности Падована?

В ответе запишите только натуральное число.

7. Тип 16 № 7372

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими рекуррентными соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n = 1;$$

$$F(n) = F(n-1) \cdot n \text{ при } n \geq 2.$$

Чему равно значение функции $F(6)$?

В ответе запишите только натуральное число.

8. Тип 16 № 47220

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n = 1;$$

$$F(n) = n \cdot F(n-1), \text{ если } n > 1.$$

Чему равно значение выражения $F(2023) / F(2020)$?

9. Тип 16 № 4657

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$ и $G(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = 1$$

$$F(n) = 2 * G(n-1) + 5 * n, \text{ при } n > 1$$

$$G(1) = 1$$

$$G(n) = F(n-1) + 2 * n, \text{ при } n > 1$$

Чему равно значение функции $F(4) + G(4)$?

В ответе запишите только натуральное число.

10. Тип 16 № 4648

Последовательность чисел Фибоначчи задается рекуррентным соотношением:

$$F(1) = 1$$

$$F(2) = 1$$

$$F(n) = F(n-2) + F(n-1), \text{ при } n > 2, \text{ где } n - \text{натуральное число.}$$

Чему равно восьмое число в последовательности Фибоначчи?

В ответе запишите только натуральное число.

11. Тип 18 № 27672

Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($1 < N < 17$). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: вправо или вверх. По команде вправо Робот перемещается в соседнюю правую клетку, по команде вверх — в соседнюю верхнюю. При попытке выхода за границу квадрата Робот разрушается. Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата лежит монета достоинством от 1 до 100. Посетив клетку, Робот забирает монету с собой; это также относится к начальной и конечной клетке маршрута Робота.

Задание 18

Откройте файл. Определите максимальную и минимальную денежную сумму, которую может собрать Робот, пройдя из **левой нижней** клетки в **правую верхнюю**. В ответ запишите два числа друг за другом без разделительных знаков — сначала максимальную сумму, затем минимальную.

Исходные данные представляют собой электронную таблицу размером $N \times N$, каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата.

Пример входных данных:

1	8	8	4
10	1	1	3
1	3	12	2
2	3	5	6

Для указанных входных данных ответом должна быть пара чисел 35 и 15.

12. Тип 18 № 59811

Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($1 < N < 25$). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: вправо или вниз. По команде вправо Робот перемещается в соседнюю правую клетку, по команде вниз — в соседнюю нижнюю. При попытке выхода за границу квадрата Робот разрушается. Между соседними клетками квадрата могут быть внутренние стены. Сквозь стену Робот пройти не может. Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата лежит монета достоинством от 1 до 100. Посетив клетку, Робот забирает монету с собой; это также относится к начальной и конечной клетке маршрута Робота.

Откройте файл. Определите максимальную денежную сумму, которую может собрать Робот, начиная в верхнем левом углу. В ответ запишите одно число — максимальную сумму, которую может собрать Робот.

Исходные данные представляют собой электронную таблицу размером $N \times N$, каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата.

Задание 18

Ответ:

13. Тип 19 № 28053

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 75. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 75 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 74$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

14. Тип 20 № 28054

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 75. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 75 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 74$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите три таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания без разделительных знаков.

15. Тип 21 № 28055

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 75. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 75 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 74$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

16. Тип 19 № 59724

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или пять камней либо увеличить количество камней в куче в четыре раза. У каждого игрока есть неограниченное количество камней, чтобы делать ходы.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 473.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший кучу из 473 камней или больше.

В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 472$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Укажите минимальное значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

17. Тип 20 № 59725

Для игры, описанной в задании 19, найдите два минимальных значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия вторым ходом, при этом он не может гарантированно выиграть за один ход.

Ответ:

18. Тип 21 № 59726

Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.