

LUNES 03 DE OCTUBRE DE 2022
INGENIERIA CIVIL INFORMÁTICA
PROFESOR WLADIMIR SOTO-SILVA

PREGUNTA	1	2	3
PUNTAJE			
MAXIMO			

SECCIÓN:..... NOMBRE RUT:.....

PROBLEMA #1 (PJE.: 20 PTS.)

OilChile está construyendo una refinería de petróleo para producir cuatro productos: diesel, gasolina, lubricantes y combustible para aviones. La demanda mínima para cada uno de estos productos es 14.000, 30.000, 10.000 y 8.000 barriles por día, respectivamente. Brasil y Venezuela están contratados para enviar el crudo a OilChile. La refinería debe recibir por lo menos un 40% desde Brasil y la cantidad restante desde Venezuela. OilChile predice que la demanda del crudo se mantendrá estable durante los próximos diez años. Las especificaciones de los dos crudos, producen lo que se describe a continuación: un barril proveniente de Brasil rinde 0,2 barril de diesel, 0,25 barril de gasolina, 0,1 barril de lubricante y 0,15 barril de combustible para aviones. Los rendimientos correspondientes al crudo de Venezuela son 0,1, 0,6, 0,15 y 0,1, respectivamente.

- Formule el modelo que permita a OilChile determinar la capacidad mínima que debe tener la nueva refinería, en barriles por día.
- Utilice análisis gráfico para encontrar la solución óptima y el valor óptimo.

1. Problema #1: Refinería de petróleo

A) Formule el modelo que permita a OilChile determinar la capacidad mínima que debe tener la nueva refinería, en barriles por día.

- Definición de variables de decisión

(3 puntos)

X_i : Cantidad de crudo (en barriles) proporcionado por i a OilChile diariamente.
Donde $i = \{1 = \text{Brasil}; 2 = \text{Venezuela}\}$.

- F.O: Minimizar la capacidad diaria que debe tener la refinería de petróleo (barriles)

$$\text{Min } z = X_1 + X_2$$

(3 puntos)

- Restricciones tecnológicas

1. Demanda mínima de productos de OilChile (barriles)

(3 puntos)

$$\begin{aligned} 0,2X_1 + 0,1X_2 &\geq 14000 && \text{(Diesel)} \\ 0,25X_1 + 0,6X_2 &\geq 30000 && \text{(Gasolina)} \\ 0,1X_1 + 0,15X_2 &\geq 10000 && \text{(Lubricantes)} \\ 0,15X_1 + 0,1X_2 &\geq 8000 && \text{(Combustible)} \end{aligned}$$

2. Discriminación de proveedores (barriles)

$$X_1 \geq 0,4(X_1 + X_2) \Leftrightarrow 0,6X_1 - 0,4X_2 \geq 0$$

(3 puntos)

- Restricción de NO negatividad

$$X_i \geq 0 \quad \forall i$$

(1 puntos)

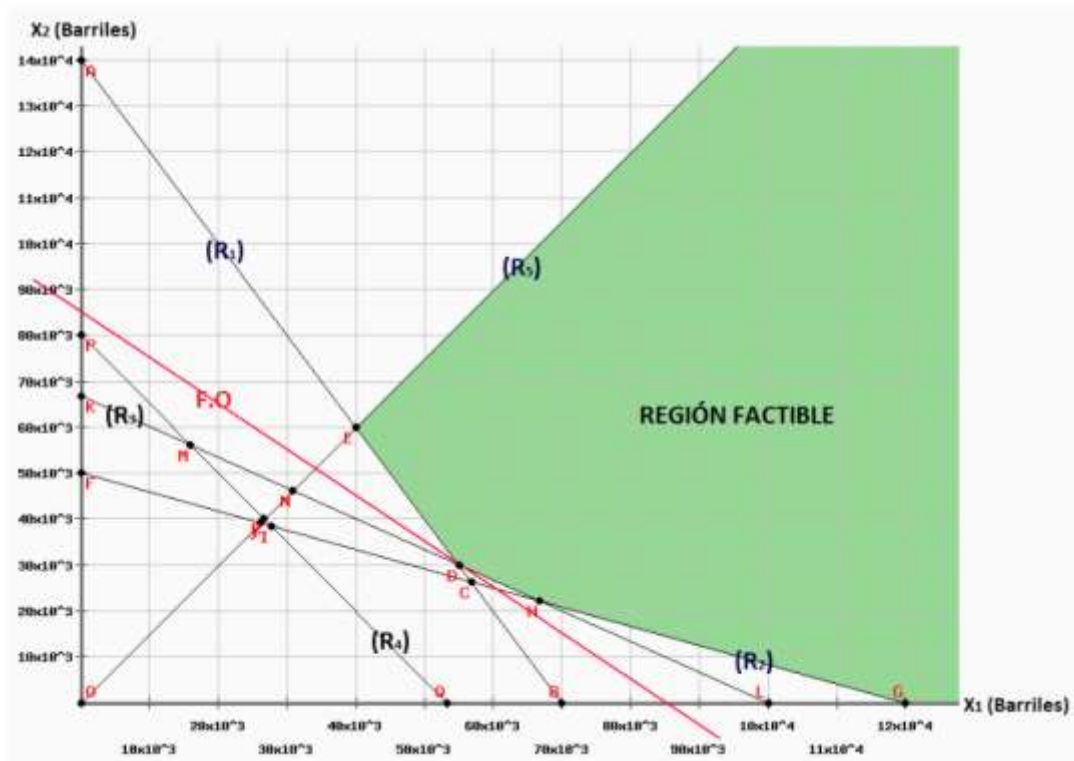
- Formulación matemática
⋮

B) Utilice análisis gráfico para encontrar la solución óptima y el valor óptimo.

Empleando el método gráfico para este problema, se obtiene, tras graficar todas las restricciones, una región factible *no acotada*, pero como se trata de un problema de minimización, es posible encontrar una solución. Dicha solución, se encuentra al evaluar en la F.O todos los puntos vértices de la región factible, según la tabla adjunta.

Punto	Coordenada X (X_1)	Coordenada Y (X_2)	Valor de la F.O (Z)
D	55000	30000	85000
E	40000	60000	100000
G	120000	0	120000
H	$\frac{200000}{3}$	$\frac{200000}{9}$	$\frac{800000}{9}$

Dado el análisis anterior, el valor óptimo de la F.O es: $Z^* = 85000$ y las soluciones óptimas son: $X_1^* = 55000$ y $X_2^* = 30000$. Por tanto, deben ingresar a OilChile 55.000 barriles de crudo desde Brasil por día y 30.000 barriles de crudo de Venezuela por día, para alcanzar una capacidad óptima de 85.000 barriles, con la cual se satisface la demanda de la refinería de petróleo.



(7 puntos)

PROBLEMA #2 (PJE.: 20 PTS.)

Un agricultor está planeando su estrategia de plantío para el próximo año. A través de informaciones obtenidas en los organismos de gobierno, sabe que las plantaciones de trigo, arroz y maíz serán las más rentables en la próxima cosecha. Por experiencia, sabe que la productividad de su tierra para los cultivos deseados corresponde a la constante mostrada en el siguiente cuadro:

Restricciones del Problema del Cultivo		
CULTIVO	Productividad en kg/m ² (experiencia)	Lucro por kg de producción (\$/kg) (informaciones de gobierno)
Trigo	2	10.8
Arroz	3	4.2
Maíz	4	2.03

Por falta de un local de almacenaje propio, la producción máxima está limitada a 60 toneladas. El área cultivable de su hacienda es de 200.000 m². Para atender las demandas de su propia hacienda es imperativo que plante 400 m² de trigo, 800 m² de arroz y 10.000 m² de maíz.

- a) Formule el modelo de programación lineal que permita planificar las plantaciones de tal manera de maximizar el lucro.

Variable de Decisión:

X_i : Cantidad de m² de plantío i a plantar. ($i \in \{1 = \text{trigo}, 2 = \text{arroz}, 3 = \text{maíz}\}$)

(4 puntos)**F.O.:**

Maximizar $Z = 2 \cdot 10,8 \cdot X_1 + 3 \cdot 4,2 \cdot X_2 + 4 \cdot 2,03 \cdot X_3$

(4 puntos)**Restricciones:**

1) $2 \cdot X_1 + 3 \cdot X_2 + 4 \cdot X_3 \leq 60.000$ (almacenaje)

(4 puntos)

2) $X_1 + X_2 + X_3 \leq 200.000$ (área cultivable)

(4 puntos)

3) $X_1 \geq 400$ (imperativo trigo)

4) $X_2 \geq 800$ (imperativo arroz)

5) $X_3 \geq 10.000$ (imperativo maíz)

(3 puntos)

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

(1 puntos)

PROBLEMA #3 (PJE.: 20 PTS.)

Una planta productora de refrigeradores debe elaborar su plan de producción para el primer semestre del año 2015, de manera tal que pueda satisfacer los requerimientos de demanda. Para la elaboración de este plan se debe tener en cuenta también que, actualmente, la bodega de la planta tiene una capacidad de 600 unidades, pero, según un proyecto de ampliación, para el mes de abril de 2015 se espera un aumento de la capacidad en un 25%. Por su parte, la capacidad de producción en horas de producción normal es de 250 unidades, mientras que la capacidad máxima de producción en horas extra es de 100 unidades. Además, se dispone de un inventario inicial de 50 refrigeradores y la entrega mensual se realiza sólo al final de cada mes, por lo que todo lo que se produce en cada mes se va almacenando en la bodega hasta que se hace la entrega del pedido. En la tabla de arriba se muestran las demandas estimadas para cada mes y los costos de producción unitarios en tiempo normal y tiempo extra.

Mes	Demanda (Unidades)	Costo de producción tiempo normal (\$/unidad)	Costo unitario de producción tiempo extra (\$/unidad)
Enero	200	30	70
Febrero	300	30	70
Marzo	500	30	70
Abril	250	45	90
Mayo	330	45	90
Junio	380	45	90

la entrega mensual se realiza sólo al final de cada mes, por lo que todo lo que se produce en cada mes se va almacenando en la bodega hasta que se hace la entrega del pedido. En la tabla de arriba se muestran las demandas estimadas para cada mes y los costos de producción unitarios en tiempo normal y tiempo extra.

a) Formule el modelo que permita a la planta planificar la producción mensual de refrigeradores.

A) Formule el modelo que permita a la planta planificar la producción mensual de refrigeradores.

- Definición de variables de decisión

X_i : Unidades a producir en el mes i , en horario normal.

Donde $i = \{1 = \text{Enero}; \dots; 6 = \text{Junio}\}$.

Y_i : Unidades a producir en el mes i , en horas extra.

Donde $i = \{1 = \text{Enero}; \dots; 6 = \text{Junio}\}$.

I_i : Unidades a almacenar en inventario, al final del mes i .

Donde $i = \{0 = \text{Inv. inicial}; 1 = \text{Enero}; \dots; 6 = \text{Junio}\}$.

- F.O: Minimizar costos de producción durante el primer semestre de 2015 (\$)

$$\text{Min } z = 30(X_1 + X_2 + X_3) + 45(X_4 + X_5 + X_6) + 70(Y_1 + Y_2 + Y_3) + 90(Y_4 + Y_5 + Y_6)$$

(4 puntos)

- Restricciones tecnológicas

1. Capacidad de almacenamiento de la bodega (unidades)

$$X_1 + Y_1 + I_0 \leq 600$$

(Enero)

$$X_2 + Y_2 + I_1 \leq 600$$

(Febrero)

$$X_3 + Y_3 + I_2 \leq 600$$

(Marzo)

$$X_4 + Y_4 + I_3 \leq 750$$

(Abril)

$$X_5 + Y_5 + I_4 \leq 750$$

(Mayo)

$$X_6 + Y_6 + I_5 \leq 750$$

(Junio)

(4 puntos)

2. Balance de inventario o inventario final de cada mes (unidades)

$$\begin{aligned} I_0 &= 50 && \text{(Inv. inicial)} \\ I_1 &= I_0 + X_1 + Y_1 - 200 \Leftrightarrow I_1 = X_1 + Y_1 - 150 && \text{(Enero)} \\ I_2 &= I_1 + X_2 + Y_2 - 300 && \text{(Febrero)} \\ I_3 &= I_2 + X_3 + Y_3 - 500 && \text{(Marzo)} \\ I_4 &= I_3 + X_4 + Y_4 - 250 && \text{(Abril)} \\ I_5 &= I_4 + X_5 + Y_5 - 330 && \text{(Mayo)} \\ I_6 &= I_5 + X_6 + Y_6 - 380 && \text{(Junio)} \end{aligned}$$

(4 puntos)

Nótese que, el inventario final de cada mes, será el inventario inicial del mes siguiente.

3. Capacidad de producción de la planta (unidades)

$$\begin{aligned} X_i &\leq 250 \quad \forall i && \text{(Producción en horario normal)} \\ Y_i &\leq 100 \quad \forall i && \text{(Producción en horas extra)} \end{aligned}$$

(3 puntos)

- Restricción de NO negatividad

$$\begin{aligned} X_i &\geq 0 \quad \forall i \\ Y_i &\geq 0 \quad \forall i \\ I_i &\geq 0 \quad \forall i \end{aligned}$$

(1 puntos)