

LISTA DE EJERCICIOS 2

FORMULACIÓN DE PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL, PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA, PROGRAMACIÓN BINARIA, PROGRAMACIÓN ENTERA MIXTA

1. PROBLEMA DE PRESUPUESTO DE CAPITAL MULTIPERÍODO

Se están evaluando cinco proyectos durante un horizonte de planeación de 3 años. La tabla siguiente muestra los ingresos esperados para cada uno, y sus gastos anuales correspondientes.

Proyecto	Gastos (millones \$)/año			Ingresos (millones \$)
	1	2	3	
1	5	1	8	20
2	4	7	10	40
3	3	9	2	20
4	7	4	1	15
5	8	6	10	30
Fondos disponibles(millones \$)	25	25	25	

¿Cuántos proyectos se deben seleccionar para el horizonte de 3 años?

2. PROBLEMA DE CAPACIDAD

Se deben cargar cinco artículos en un barco. A continuación se muestra el peso w_i , el volumen v_i y el valor unitario de cada artículo i .

Artículo i	Peso unitario(ton)	Volumen unitario yd^3	Valor unitario(100 \$)
1	5	1	4
2	8	8	7
3	3	6	6
4	2	5	5
5	7	4	4

El peso y el volumen máximo de la carga son 112 toneladas y 109 yardas cúbicas respectivamente. Formular el problema de programación lineal entero y determinar la carga más valiosa.

3. PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN DE UN NOTICIERO

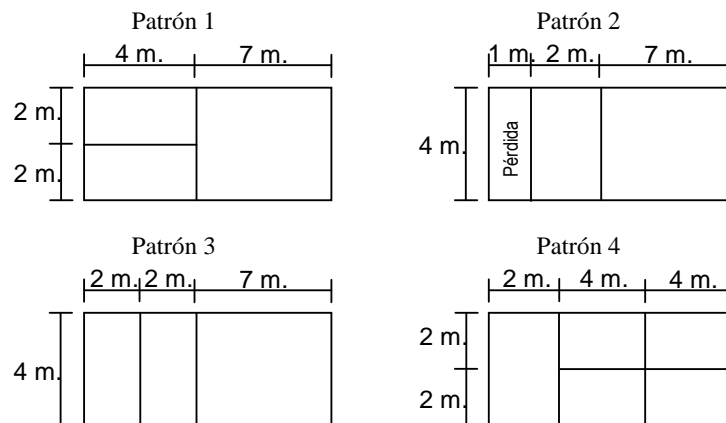
El director de programación del Canal 14 quiere determinar la mejor manera para distribuir el tiempo dedicado a diferentes tipos de noticias en el noticiero nocturno, transmitido entre 11:00 y 11:30 de la noche. Específicamente, a él le gustaría establecer la cantidad de minutos del noticiero destinados a presentar las noticias nacionales, internacionales, deportes y pronóstico del tiempo. Dentro de los 30 minutos destinados al noticiero, debe haber 10 minutos para propagandas. Por lo tanto, el tiempo para programar las noticias es aún menor. Además, la política del canal establece que:

- Por lo menos el 15% del tiempo de transmisión de noticias debe ser dedicado a la cobertura de noticias nacionales;
- El tiempo destinado a noticias nacionales e internacionales (en conjunto) debe ser de a lo menos 50% o del tiempo de transmisión;
- El tiempo dedicado a entregar la previsión del tiempo debe ser menor o igual que el tiempo dedicado a la sección deportiva;
- El tiempo asignado a la sección de deportes no debe ser mayor que el tiempo dedicado a la presentación de las noticias nacionales e internacionales (en conjunto); y
- Por lo menos el 10% del tiempo del noticiero debe ser destinado a presentar la previsión del tiempo.

Los costos de producción por minuto de emisión son los siguientes: \$300 para las noticias nacionales, \$200 para las noticias internacionales, \$100 para la previsión del tiempo y \$100 para los deportes. Formule el problema de programación lineal que permita al director de programación determinar el tiempo de transmisión destinado a cada sección.

4. PROBLEMA DE CORTE DE LÁMINAS METÁLICAS

Un fabricante de láminas metálicas recibe un pedido para producir 2.000 láminas de tamaño 2 metros \times 4 metros y 1.000 láminas de tamaño 4 metros \times 7 metros. Se dispone de 2 láminas estándar de tamaño 10 metros \times 3.000 metros y de 11 metros \times 2.000 metros. El personal del Departamento de Ingeniería decide que los 4 siguientes patrones de corte son adecuados para satisfacer el pedido:



Si la lámina de tamaño de 10 m. \times 3.000 m. permite obtener 750 láminas de 10 m. \times 4 m. y la lámina de tamaño de 11 m. \times 2.000 m. permite obtener 500 láminas de 11 m. \times 4 m. Formule el problema como programación lineal para satisfacer el pedido y minimizar el desperdicio.

5. PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN DE TURNOS

Para una jornada de 24 horas, una cafetería necesita para atender la demanda en cada turno del día, un número mínimo de mozos. Se sabe que cada mozo trabaja 8 horas consecutivas al día y recibe un salario de \$1.000 diarios. Además, si el número de mozos en un determinado turno excede el mínimo necesario, hay un costo adicional por cada mozo extra.

En la siguiente tabla se presentan los datos pertinentes:

Turno	Duración de cada turno	Número mínimo de mozos necesarios por turno	Costo adicional por cada mozo extra por turno
1	2:00 a 6:00	4	\$450
2	6:00 a 10:00	8	\$370
3	10:00 a 14:00	10	\$220
4	14:00 a 18:00	7	\$390
5	18:00 a 22:00	12	\$180
6	22:00 a 2:00	4	\$450

Formule el problema como un modelo de programación lineal, de manera que sea minimizado el costo diario total en que se incurre por la contratación de los mozos.

6. PROBLEMA DE PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN DE CAMIONETAS

La empresa Krysler pretende lanzar al mercado dos nuevos modelos de camionetas, la camioneta Nomade y la camioneta Expedition. Estas camionetas deberán ser fabricadas de manera secuencial en tres plantas: la planta A de montaje de la carrocería; la planta B de instalación de motor, circuitos eléctricos, batería, etc.; la planta C de acabamiento e instalación de los equipos al interior de las camionetas (asientos, radio, aire acondicionado, etc.).

Una camioneta Nomade demora dos días en la planta A, tres días en la planta B y dos días en la planta C. Una camioneta Expedition demora tres días en la planta A, dos días en la planta B y tres días en la planta C. Considerando los equipos, maquinarias y el personal que trabaja en cada planta, se ha estimado que el número de horas de trabajo mensuales disponibles en cada una es de 260 horas para la planta A, de 120 horas para la planta B y de 200 horas para la planta C.

El precio de venta con de la empresa pretende lanzar los modelos es de \$7.500.000 para la camioneta Nomade y de \$10.000.000 para la camioneta Expedition. Además, según información del Departamento de Marketing de Krysler, si la empresa decide lanzar estos nuevos modelos, deberá fabricar por lo menos 20 camionetas Nomade y por lo menos 30 camionetas Expedition, con el fin de posicionarlas en el mercado (la decisión de lanzar un tipo de camioneta al mercado es independiente de la decisión de lanzar el otro tipo de camioneta). Formule el problema el problema de programación matemática que permita a la empresa planificar su producción.

7. PROBLEMA DE INVERSIONES

Un inversionista puede invertir en dos proyectos, A y B, al principio de cada uno de los cinco años siguientes. Cada peso invertido en el proyecto A al inicio de un determinado año, retribuye \$1,40 dos años más tarde (pudiéndose reinvertir inmediatamente). Cada peso invertido en el proyecto B al inicio de un determinado año, retribuye \$1,70 tres años más tarde. Además, en el futuro estarán disponibles los proyectos C y D. El inversionista podrá decidir si invierte en el proyecto C, a partir del inicio del año 2 y podrá decidir si invierte en el proyecto D, a partir del inicio del año 5. Cada peso invertido en C al inicio de un determinado año, retribuye \$1,90 tres años más tarde. Cada peso invertido en D al principio de un dado año, retribuye \$1,30 un año más tarde.

El inversionista cuenta con un capital inicial de \$20.000 y desea saber cuál debería ser su plan de inversiones, de modo a maximizar la cantidad de dinero a acumular hasta el inicio del año 6. Formule el modelo de programación lineal que permita resolver este problema.

8. PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN DE LA PRODUCCIÓN CONSIDERANDO VARIOS PERÍODOS

Una empresa desea programar la producción y venta de su principal artículo en cada uno de los meses del próximo trimestre, dadas las siguientes estimaciones y consideraciones:

Mes	Demanda Mínima (unidades)	Capacidad Máxima de Producción (unidades)	Costo de Producción (\$/unidades)	Precio de Venta (\$/unidad)
1	80	130	1.500	2.000
2	100	150	1.800	2.200
3	75	100	1.600	2.300

El costo mensual de almacenaje por unidad es de \$30 y al inicio del trimestre no hay unidades en proceso ni unidades almacenadas. Las unidades que se venden en el mismo mes de producción no tienen costo de almacenaje. Formule el problema de programación lineal que maximice el beneficio de la empresa.

9. PROBLEMA DE LA COOPERATIVA AGRÍCOLA

Una cooperativa agrícola administra 3 parcelas que tienen productividad similar entre sí. La producción total por parcela depende fundamentalmente del área disponible para la plantación y del agua para irrigación. La cooperativa busca diversificar su producción, por lo que este año va a plantar tres tipos de cultivos en cada parcela, siendo éstos: maíz, arroz y trigo. Cada tipo de cultivo demanda una cierta cantidad de agua. Para reducir el conflicto generado por el uso de las máquinas cosechadoras, las cuales son arrendadas, fueron establecidos límites para el área de producción de cada tipo de cultivo. Además, para evitar la competencia entre los socios de la cooperativa, se llegó al acuerdo de que el área cultivada sea la misma para cada una de las parcelas. Las Tablas resumen los datos tecnológicos.

AGUA DISPONIBLE Y ÁREA DE CULTIVO POR PARCELA

Parcela	Área Total para Cultivo (hectáreas)	Agua Disponible (litros)
1	400	1.800
2	650	2.200
3	350	950

ÁREA DE CULTIVO, CONSUMO DE AGUA Y LUCRO POR PARCELA

Cultivo	Área Máxima de Cultivo (hectáreas)	Consumo de Agua (litros/hectárea)	Lucro (Millones de Pesos/hectárea)
Maíz	660	55	27
Arroz	880	40	19
Trigo	400	35	22

Formule un programa de programación lineal que defina el área de cada cultivo que será plantado en cada parcela, buscando maximizar el lucro total de la producción de la cooperativa.

10. PROBLEMA DE ARRIENDO DE ESPACIO PARA ALMACENAMIENTO

La empresa Web Mercantil vende muchos productos para el hogar a través de catálogos on-line. La empresa necesita mucho espacio de almacenamiento para guardar sus productos, por lo que está planificando arrendar bodegas donde almacenar estos productos durante los próximos 5 meses. Web Mercantil sabe con precisión cuánto espacio requerirá en cada uno de los próximos meses. Sin embargo, como estos requerimientos de espacio son bastante diferentes, es posible que no resulte económico arrendar en cada mes sólo la cantidad necesaria para ese mes específico. Por otro lado, el costo del espacio arrendado para los meses subsiguientes es mucho menor que para el primer mes de arriendo (mes en que se hace el contrato), de modo que puede ser menos caro arrendar la cantidad máxima de espacio necesaria para los 5 meses. Otra opción es una solución intermedia, donde es posible cambiar la cantidad total de espacio arrendado, ya sea, haciendo un nuevo arriendo, y/o teniendo el vencimiento del arriendo del mes anterior. Esto puede ser hecho al menos una vez en los 5 meses, pero no todos los meses. El requerimiento de espacio (en metros cuadrados) y los costos de arriendo acumulado (en pesos) para los diversos períodos de arrendamiento son:

REQUERIMIENTOS DE ESPACIO PARA LOS PRÓXIMOS 5 MESES

Mes	Espacio Requerido (m ²)
1	30.000
2	20.000
3	40.000
4	10.000
5	50.000

COSTOS DE ARRIENDO ACUMULADO SEGÚN TIEMPO DE DURACIÓN DEL CONTRATO DE ARRIENDO

Tiempo de Duración del Contrato de Arriendo (N° de Meses)	Costo de Arriendo Acumulado (\$/m ²)
1	450
2	700
3	950
4	1.150
5	1.300

Los datos de la Tabla se interpretan de la siguiente manera: si se realiza un contrato de arriendo por tres meses, el costo del espacio arrendado será de 950 \$/m² en cada mes de arriendo; si se realiza un contrato de arriendo por cinco meses, el costo del espacio arrendado será de 1.300 \$/m² en cada mes de arriendo; etc.

Formule un programa de programación lineal que minimice el costo total del arriendo, sujeto al cumplimiento de los requerimientos de espacio para los próximos 5 meses.

SOLUCIÓN A LA LISTA DE EJERCICIOS

1. PROBLEMA DE PRESUPUESTO DE CAPITAL MULTIPERÍODO

El problema se reduce a tomar la decisión “sí-no” para cada proyecto. Se define la variable binaria x_j como sigue:

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si se selecciona el proyecto } j \\ 0 & \text{si no se selecciona el proyecto } j \end{cases} \quad \text{con } j=1,\dots,5$$

Entonces el problema lineal entero es:

1. Maximizar los ingresos del conjunto de proyectos
2. Tener un gasto anual que no supere los fondos disponibles para el conjunto de proyectos.

Modelación del problema:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar } z &= 20x_1 + 40x_2 + 20x_3 + 15x_4 + 30x_5 \\ \text{sujeto a} \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8x_5 &\leq 25 \\ x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 + 6x_5 &\leq 25 \\ 8x_1 + 10x_2 + 2x_3 + x_4 + 10x_5 &\leq 25 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 &= (0,1) \end{aligned}$$

2. PROBLEMA DE CAPACIDAD

El problema consiste en decidir que artículos se deben cargar en el barco, es decir, decidir “sí-no” para cada artículo. Se define la variable binaria x_j como sigue:

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si se carga el artículo } j \\ 0 & \text{si no se carga el artículo } j \end{cases}, \quad \text{con } j=1,\dots,5$$

Entonces el PLE es:

1. Maximizar el valor unitario del conjunto de artículos.
2. Tener un volumen total y peso total que no superen los máximos en la carga.

Modelación del problema:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar } z &= 4x_1 + 7x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 4x_5 \\ \text{sujeto a} \end{aligned}$$

$$5x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 7x_5 \leq 112$$

$$x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 4x_5 \leq 109$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 = (0,1)$$

3. PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN DE UN NOTICIERO

Variables de Decisión:

- X_i : la cantidad de minutos dedicados a la noticia i , $i = \{ N \text{ (nacionales), } I \text{ (internacionales), } D \text{ (deportes), } P \text{ (pronóstico) } \}$

Tenemos que el tiempo total para el noticiero es de 30 minutos, dentro de los cuales se incluyen 10 minutos para propagandas, por lo tanto el tiempo total disponible para programar las noticias es:

$$30 \text{ min} - 10 \text{ min} = 20 \text{ min}$$

Función Objetivo:

Ya que la idea del problema es minimizar los costos de la emisión del noticiero, tenemos que:

$$\text{- F.O.: } \text{Min } Z = 300 X_N + 200 X_I + 100 X_D + 100 X_P$$

Restricciones:

- | | |
|----------------------------|------------------------------|
| - Tiempo Total Noticiero: | $X_N + X_I + X_D + X_P = 20$ |
| - Noticias Nacionales : | $X_N \geq 0,15 * 20$ |
| - Noticias Nac. e Inter. : | $X_N + X_I \geq 0,5 * 20$ |
| - Tiempo y Deporte : | $X_D \geq X_P$ |
| - Dep., Nac. e Internac. : | $X_N + X_I \geq X_D$ |
| - Pronóstico Tiempo : | $X_P \geq 0,1 * 20$ |

Restricción de No Negatividad:

$$X_N, X_I, X_D, X_P \geq 0$$

A modo de ejemplo, se incluirá la formulación matemática del problema:

Formulación Matemática:

$$\text{Min } Z = 300 X_N + 200 X_I + 100 X_D + 100 X_P$$

s.a.

$$\begin{aligned} X_N + X_I + X_D + X_P &= 20 \\ X_N &\geq 0,15 * 20 \\ X_N + X_I &\geq 0,5 * 20 \\ X_D &\geq X_P \\ X_N + X_I &\geq X_D \\ X_P &\geq 0,1 * 20 \\ X_N, X_I, X_D, X_P &\geq 0 \end{aligned}$$

4. PROBLEMA DE CORTE DE LÁMINAS METÁLICAS

Variables de Decisión:

- X_i : cantidad de láminas cortadas usando el patrón de corte “ i ”, $i = 1, 2, 3, 4$.

Función Objetivo:

Ya que la idea del problema es minimizar la pérdida y desperdicio de material en m^2 , se tiene que:

$$\text{- F.O.: } \text{Min } Z = \underbrace{4 X_2}_{\text{Pérdida Patrón 2}} + \underbrace{(2 X_1 + X_2 + 2 X_3 + 5 X_4 - 2000) * 8}_{\text{Desperdicio lam. 2 x 4}} + \underbrace{(X_1 + X_2 + X_3 - 1000) * 28}_{\text{Desperdicio lam. 4 x 7}}$$

Restricciones:

- Demanda:

$$\begin{aligned} 2 X_1 + X_2 + 2 X_3 + 5 X_4 &\geq 2000 \\ X_1 + X_2 + X_3 &\geq 1000 \end{aligned}$$

- N° máximo de láminas (n° máx. de lam. que se pueden extraer de las 2 láminas grandes que existen):

$$\begin{aligned} X_1 + X_3 &\leq 500 \\ X_2 + X_4 &\leq 750 \end{aligned}$$

Restricción de No Negatividad:

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0 \text{ y enteras}$$

5. Formulación del Problema de Planificación de la Producción de Camionetas

Variables de Decisión:

Para este problema, se considera un error en el enunciado, lo que llevo a incoherencias del problema detectadas en el modelamiento, mis disculpas por el error. Este debiera ser:

La empresa Krysler pretende lanzar al mercado dos nuevos modelos de camionetas, la camioneta Nomade y la camioneta Expedition. Estas camionetas deberán ser fabricadas de manera secuencial en tres plantas: la planta A de montaje de la carrocería; la planta B de instalación de motor, circuitos eléctricos, batería, etc.; la planta C de acabamiento e instalación de los equipos al interior de las camionetas (asientos, radio, aire acondicionado, etc.).

Una camioneta Nomade demora dos **HORAS** en la planta A, tres **HORAS** en la planta B y dos **HORAS** en la planta C. Una camioneta Expedition demora tres **HORAS** en la planta A, dos **HORAS** en la planta B y tres **HORAS** en la planta C.

Considerando los equipos, maquinarias y el personal que trabaja en cada planta, se ha estimado que el número de horas de trabajo mensuales disponibles en cada una es de 260 horas para la planta A, de 120 horas para la planta B y de 200 horas para la planta C.

El precio de venta donde la empresa pretende lanzar los modelos es de \$7.500.000 para la camioneta Nomade y de \$10.000.000 para la camioneta Expedition. Además, según información del Departamento de Marketing de Krysler, si la empresa decide lanzar estos nuevos modelos, deberá fabricar por lo menos 20 camionetas Nomade y por lo menos 30 camionetas Expedition, con el fin de posicionarlas en el mercado (la decisión de lanzar un tipo de camioneta al mercado es independiente de la decisión de lanzar el otro tipo de camioneta).

Formule el problema el problema de programación matemática que permita a la empresa planificar su producción **MENSUAL**.

Se debe decidir si se va a lanzar cada modelo de camioneta o no y, en el caso de ser producido algún modelo, cuántas unidades deberán ser producidas. De esta forma, sea:

- x_i la cantidad mensual de camionetas modelo i , $i \in \{N, E\}$, fabricadas por la empresa;
- $y_j \in \{0, 1\}$, $j \in \{N, E\}$, $y_j = 1$ si la empresa decide fabricar la camioneta modelo j ; $y_j = 0$ en el caso contrario.

Función Objetivo:

El objetivo de la empresa Krysler es maximizar el ingreso debido a la venta de las camionetas producidas de cada modelo.

$$\text{Maximizar } z = 7.500.000x_N + 10.000.000x_E$$

Restricciones:

a) En cada planta no es posible excederse del tiempo de producción disponible:

$$\text{Para la planta A)} \quad 2x_N + 3x_E \leq 260$$

$$\text{Para la planta B)} \quad 3x_N + 2x_E \leq 120$$

$$\text{Para la planta C)} \quad 2x_N + 3x_E \leq 200$$

b) En el caso de ser lanzado un modelo de camioneta, existe una cantidad mínima a fabricar. Además, en caso de ser lanzado el modelo, la variable binaria y_N deberá ser obligada a tomar el valor de uno, por lo tanto:

Para la camioneta modelo Nomade

$$\text{Si el modelo Nomade es fabricado:} \quad x_N \geq 20y_N$$

$$\text{Para obligar que } y_N = 1, \text{ si es fabricado el modelo Nomade:} \quad x_N \leq M_N y_N$$

$$\text{donde } M_N = \min \left\{ \frac{260}{2}, \frac{120}{3}, \frac{200}{2} \right\} = 40$$

Para la camioneta modelo Expedition

$$\text{Si el modelo Expedition es fabricado:} \quad x_E \geq 30y_E$$

$$\text{Para obligar que } y_E = 1, \text{ si es fabricado el modelo Nomade:} \quad x_E \leq M_E y_E$$

$$\text{donde } M_E = \min \left\{ \frac{260}{3}, \frac{120}{2}, \frac{200}{3} \right\} = 60$$

Formulación Matemática:

$$\text{Maximizar } z = 7.500.000x_N + 10.000.000x_E$$

$$\text{s.a.} \quad 2x_N + 3x_E \leq 260,$$

$$3x_N + 2x_E \leq 120,$$

$$2x_N + 3x_E \leq 200,$$

$$x_N \geq 20y_N,$$

$$x_N \leq 40y_N,$$

$$x_E \geq 30y_E,$$

$$x_E \leq 60y_E,$$

$$x_i \in \mathbb{Z}^+, i \in \{N, E\},$$

$$y_j \in \{0, 1\}, j \in \{N, E\}.$$

De manera que no quede duda, he programado el modelo en CPLEX:

```
dvar int Xn;  
dvar int Xe;  
dvar boolean Yn;  
dvar boolean Ye;  
  
maximize 7500000*Xn + 10000000*Xe;
```

```
subject to  
{  
ct1: 2*Xn + 3*Xe <= 260;  
ct2: 3*Xn + 2*Xe <= 120;  
ct3: 2*Xn + 3*Xe <= 200;  
ct4: Xn >= 20*Yn;  
ct5: Xn <= 40*Yn;  
ct6: Xe >= 30*Ye;  
ct7: Xe <= 60*Ye;  
}
```

Lo que arroja como solución:

solution (optimal) with objective 600000000

```
Xn = 0;  
Xe = 60;  
Yn = 0;  
Ye = 1;
```

Lo que significa que es más óptimo producir 60 unidades de Vehículos Expedition con un valor óptimo de ganancia de \$600.000.000

6. PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN DE TURNOS

Variables de Decisión:

- X_i : número de mozos contratados en el turno i , $i = 1, \dots, 6$.
- S_i : corresponde a la holgura (mozos extras) en el turno i , $i = 1, \dots, 6$.

Función Objetivo:

El objetivo es minimizar el costo total diario, debido a la contratación de los mozos, por consiguiente:

$$\text{- F.O.: } \min Z = 1000 * (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6) + 450 S_1 + 370 S_2 + 220 S_3 + 390 S_4 + 180 S_5 + 450 S_6$$

Restricciones:

- Por cada turno

Turno 1)	$X_1 + X_6 - S_1 = 4$
Turno 2)	$X_2 + X_1 - S_2 = 8$
Turno 3)	$X_3 + X_2 - S_3 = 10$
Turno 4)	$X_4 + X_3 - S_4 = 7$
Turno 5)	$X_5 + X_4 - S_5 = 12$
Turno 6)	$X_6 + X_5 - S_6 = 4$

Restricción de No Negatividad:

$$\begin{aligned} X_i &\geq 0, i = 1, \dots, 6 \\ S_i &\geq 0, i = 1, \dots, 6 \end{aligned}$$

7. PROBLEMA DE INVERSIONES

	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5	
0	1	2	3	4	5	
A_0	A_1	A_2	A_3			
B_0	B_1	B_2				
	C_1	C_2			D_4	

Variables de Decisión:

- A_i : dinero invertido en el año i , $i = 0, \dots, 3$, en el proyecto A.
- B_j : dinero invertido en el año j , $j = 0, 1, 2$, en el proyecto B.
- C_k : dinero invertido en el año k , $k = 1$, en el proyecto C.
- D_h : dinero invertido en el año h , $h = 4$, en el proyecto D.
- N_n : dinero no invertido al inicio del año n , $n = 0, \dots, 4$.

Función Objetivo:

El objetivo del inversionista es maximizar el retorno de todas sus inversiones hasta el inicio del año 6, de tal modo:

$$\text{- F.O.: } \text{Max } Z = 1,9 C_2 + 1,7 B_2 + 1,4 A_3 + 1,3 D_4$$

Restricciones:

$$\begin{aligned} \text{Año 1)} \quad A_0 + B_0 &+ N_0 = 20000 \\ \text{Año 2)} \quad A_1 + B_1 + C_1 &+ N_1 = N_0 \\ \text{Año 3)} \quad A_2 + B_2 + C_2 &+ N_2 = 1,4 A_0 + N_1 \\ \text{Año 4)} \quad A_3 + &+ N_3 = 1,4 A_1 + 1,7 B_0 + N_2 \\ \text{Año 5)} \quad D_4 &= 1,4 A_2 + 1,7 B_1 + 1,9 C_1 + N_3 \end{aligned}$$

Restricción de No Negatividad:

$$A_i, B_j, C_k, D_h, N_n \geq 0, \text{ para todo } i, j, k, h, n.$$

8. PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN DE LA PRODUCCIÓN CONSIDERANDO VARIOS PERÍODOS

Variables de Decisión:

- X_i : cantidad de unidades a producir en el mes i , $i = 1, 2, 3$.
- I_j : cantidad de unidades en inventario en el mes año j , $j = 2, 3, 4$. ($I_1 = 0$)

Función Objetivo:

Como se está buscando el máximo de beneficio para la empresa, hacemos el total de ingresos menos el total de costos (de producción + inventario o almacenaje), es decir:

$$\begin{aligned} \text{- F.O.: } \text{Max } Z &= 2000 * (X_1 - I_2) + 2200 * (X_2 + I_2 - I_3) + 2300 * (X_3 + I_3 - I_4) - 1500 X_1 \\ &- 1800 X_2 - 1600 X_3 - 30 I_2 - 30 I_3 - 30 I_4 \end{aligned}$$

Restricciones:

- Demanda Unidades por mes:

$$\begin{aligned} \text{Mes 1)} \quad X_1 - I_2 &\geq 80 \\ \text{Mes 2)} \quad X_2 + I_2 - I_3 &\geq 100 \end{aligned}$$

$$\text{Mes 3)} \quad X_3 + I_3 - I_4 \geq 75$$

- Capacidad máxima de producción por mes:

$$\begin{array}{lll} \text{Mes 1)} & X_1 & \leq 130 \\ \text{Mes 2)} & X_2 & \leq 150 \\ \text{Mes 3)} & X_3 & \leq 100 \end{array}$$

Restricción de No Negatividad:

$$\begin{array}{l} X_i \geq 0 \text{ y entera, } i = 1, 2, 3. \\ I_j \geq 0 \text{ y entera, } j = 2, 3, 4. \end{array}$$

9. PROBLEMA DE LA COOPERATIVA AGRÍCOLA

Variables de Decisión:

- X_{ij} : cantidad de hectáreas que la parcela i , $i = 1, 2, 3$, destina al cultivo j , $j = \{ M \text{ (Maíz), } A \text{ (Arroz), } T \text{ (Trigo)} \}$

Función Objetivo:

Como la empresa desea maximizar los beneficios (lucro), la función objetivo sería:

$$\text{- F.O.: } \text{Máx } Z = 27 * (X_{1M} + X_{2M} + X_{3M}) + 19 * (X_{1A} + X_{2A} + X_{3A}) + 22 * (X_{1T} + X_{2T} + X_{3T})$$

Restricciones:

- Área disponible en cada parcela:

Parcela 1:

$$X_{1M} + X_{1A} + X_{1T} \leq 400$$

Parcela 2:

$$X_{2M} + X_{2A} + X_{2T} \leq 650$$

Parcela 3:

$$X_{3M} + X_{3A} + X_{3T} \leq 350$$

- Agua disponible en cada parcela:

Parcela 1:

$$55 X_{1M} + 40 X_{1A} + 35 X_{1T} \leq 1800$$

Parcela 2:

$$55 X_{2M} + 40 X_{2A} + 35 X_{2T} \leq 2200$$

Parcela 3:

$$55 X_{3M} + 40 X_{3A} + 35 X_{3T} \leq 950$$

- Área máxima para cada cultivo:

Maíz:

$$X_{1M} + X_{2M} + X_{3M} \leq 660$$

Arroz:

$$X_{1A} + X_{2A} + X_{3A} \leq 880$$

Trigo:

$$X_{1T} + X_{2T} + X_{3T} \leq 400$$

- Restricción asociada a la proporción de área cultivada en cada parcela:

$$\frac{X_{1M} + X_{1A} + X_{1T}}{400} = \frac{X_{2M} + X_{2A} + X_{2T}}{650} = \frac{X_{3M} + X_{3A} + X_{3T}}{350}$$

Restricción de No Negatividad:

$$X_{ij} \geq 0, \text{ para todo } i, j$$

10. PROBLEMA DE ARRIENDO DE ESPACIO PARA ALMACENAMIENTO

Variables de Decisión:

- X_{ij} : el espacio (en m^2) a ser arrendado en el mes i , $i = 1, \dots, 5$, para un periodo de j meses, $j = 1, \dots, 5$.
Además, $j \leq (5 - i + 1)$.

Función Objetivo:

Ya que la empresa desea minimizar los costos de arriendo, la función objetivo se puede plantear como sigue:

$$\begin{aligned} \text{- F.O.: } \min Z &= 450 * (X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51}) + 700 * (X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42}) \\ &+ 950 * (X_{13} + X_{23} + X_{33}) + 1150 * (X_{14} + X_{24}) + 1300 X_{15} \end{aligned}$$

Restricciones:

- Requerimiento de espacio (en mts^2) para cada mes :

$$\begin{aligned} \text{Mes 1:} & X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} && \geq 30.000 \\ \text{Mes 2:} & X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} && \geq 20.000 \\ \text{Mes 3:} & X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{31} + X_{32} + X_{33} && \geq 40.000 \\ \text{Mes 4:} & X_{14} + X_{15} + X_{23} + X_{24} + X_{32} + X_{33} + X_{41} + X_{42} && \geq 10.000 \\ \text{Mes 5:} & X_{15} + X_{24} + X_{33} + X_{42} + X_{51} && \geq 50.000 \end{aligned}$$

Restricción de No Negatividad:

$$X_{ij} \geq 0, \text{ para todo } i, j$$