ucm

PP2 *SECCION.1-2*

LUNES 21 DE NOVIEMBRE DE 2022
INGENIERIA CIVIL INFORMÁTICA
PROFESOR WLADIMIR SOTO-SILVA

PREGUNTA	**1**	**2**	**3**
PUNTAJE MAXIMO			

SECCIÓN:......... NOMBRE .... RUT:................................

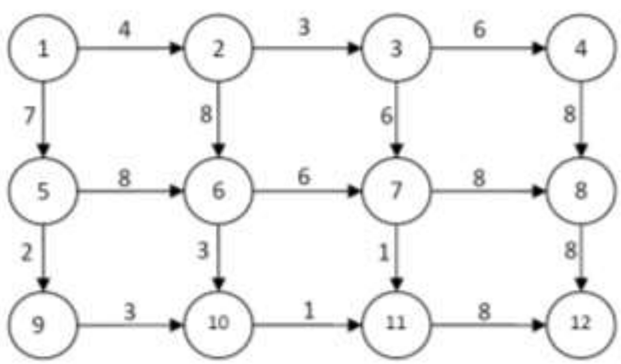
PROBLEMA #1 (PJE.: 20 PTS.)

Considere el tablero al costado de 3 × 4 cuadrículas, donde cada una contiene un número. El objetivo del juego consiste en desplazar un peón desde la esquina superior izquierda hasta la esquina inferior derecha, a través de una secuencia de movimientos hacia la derecha o hacia abajo, de manera de minimizar la sumatoria de los puntos correspondientes a las cuadrículas por donde pasó el peón.

0	4	3	6
7	8	6	8
2	3	1	8

a) Dibuje el grafo asociado a este problema. ***(5 puntos)***
b) Formule el modelo que permita determinar la sumatoria mínima asociada al desplazamiento del peón desde la esquina superior izquierda hasta la esquina inferior derecha. ***(15 puntos)***

a) El grafo Asociado a este problema es el siguiente: **(5 puntos)**



b) La formulación que permite determinar la sumatoria mínima asociada al desplazamiento del peón desde la esquina superior izquierda hasta la esquina inferior derecha es la siguiente:

Variable de Decisión: **(3 puntos)**
$x_{ij} \in \{0,1\}$, donde $x_{ij} = 1$ Si el camino de i a j es seleccionado por el peón. $x_{ij} = 0$ Caso contrario.

Función Objetivo: Se desea minimizar el desplazamiento del peón, es decir: **(3 puntos)**
Minimizar $Z = 4x_{12} + 7x_{15} + 3x_{23} + 8x_{26} + 6x_{34} + 6x_{37} + 8x_{56} + 2x_{59} + 6x_{67} + 3x_{610} + 8x_{78} + x_{711}$
$+ 8x_{812} + 3x_{910} + x_{1011} + 8x_{1112}$

Restricciones:
Debe haber balance en los nodos que conforman el camino: **(3 puntos)**
Nodo2) $x_{23} + x_{26} - x_{12} = 0$
Nodo3) $x_{34} + x_{37} - x_{23} = 0$
Nodo4) $x_{48} - x_{34} = 0$
Nodo5) $x_{56} + x_{59} - x_{15} = 0$
Nodo6) $x_{67} + x_{610} - x_{26} - x_{56} = 0$
Nodo7) $x_{78} + x_{711} - x_{37} - x_{67} = 0$
Nodo8) $x_{812} - x_{48} - x_{78} = 0$
Nodo9) $x_{910} - x_{59} = 0$
Nodo10) $x_{1011} - x_{610} - x_{910} = 0$
Nodo11) $x_{1112} - x_{711} - x_{1011} = 0$

Debe haber un arco que salga desde el nodo 1 y un arco que entre al nodo 12. Esto es: **(3 puntos)**

Nodo 1) $x_{12} + x_{15} = 1$

Nodo12) $x_{812} + x_{1112} = 1$

Restricción de integralidad: **(3 puntos)**

$x_{ij} \in \{0,1\} \ \forall \ ij$

PROBLEMA #2 (PJE.: 20 PTS.)

Cuatro estudiantes comparten el arriendo de una casa. Dado que tienen poco tiempo para realizar la limpieza de ésta, han decidido repartirse el trabajo, buscando maximizar la limpieza total de la casa. A continuación, se muestra la matriz con el porcentaje de eficiencia en la limpieza alcanzada por cada estudiante, según cada tipo de área:

	cocina	baño	dormitorios	patio
José	20%	40%	80%	60%
Joaquín	40%	60%	30%	10%
Jorge	60%	20%	10%	30%
Jaime	80%	40%	50%	20%

a. Formule el modelo que permita determinar el área de la casa que deberá limpiar cada estudiante para obtener la mejor limpieza posible.

Variable de Decisión: **(4 puntos)**

$x_{ij} \in \{0,1\}$, donde $x_{ij} = 1$ Si el estudiante i es asignado al área j. $x_{ij} = 0$ Caso contrario.

$i = \{1,2,3,4\} = \{$José,Joaquín,Jorge,Jaime$\}$

$j = \{1,2,3,4\} = \{$cocina,baño,dormitorios,patio$\}$

Función Objetivo: Se desea maximizar el porcentaje de eficiencia obtenido en la limpieza, esto es:

Maximizar $Z = 20x_{11} + 40x_{12} + 80x_{13} + 60x_{14} + 40x_{21} + 60x_{22} + 30x_{23} + 10x_{24} + 60x_{31} + 20x_{32} + 10x_{33} + 30x_{34} + 80x_{41} + 40x_{42} + 50x_{43} + 20x_{44}$ **(4 puntos)**

Restricciones:

Cada una de las áreas debe ser asignada a un solo estudiante, esto es: **(5 puntos)**

Cocina) $x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 1$

Baño) $x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 1$

Dormitorios) $x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 1$

Patio) $x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 1$

Cada estudiante debe ser asignado a una sola área, esto es: **(5 puntos)**

José) $x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 1$

Joaquín) $x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 1$

Jorge) $x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 1$

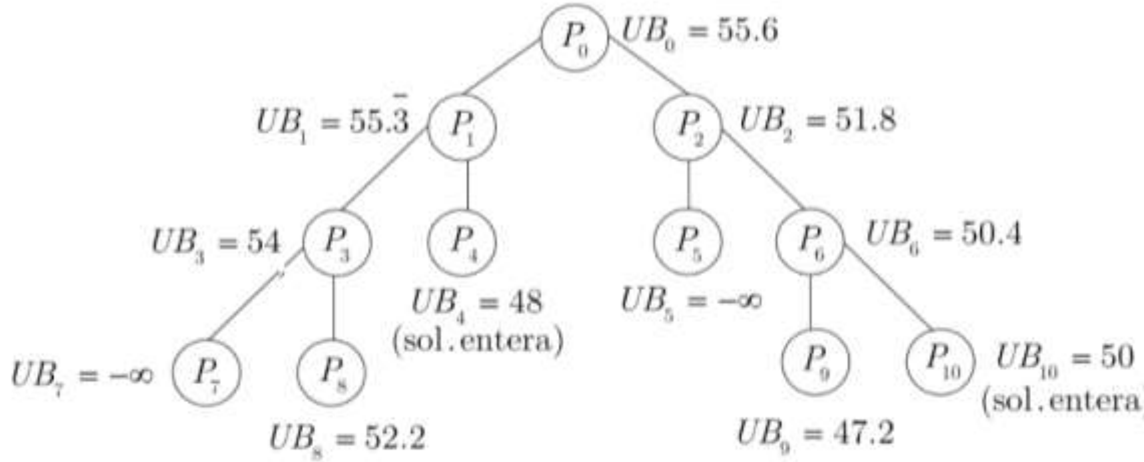
Jaime) $x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 1$

Restricción de integralidad: **(2 puntos)**

$x_{ij} \in \{0,1\} \ \forall \ ij$

PROBLEMA #3 **(PJE.: 20 PTS.)**

Se tiene el siguiente árbol de branching para un problema de maximización.



A partir de la imagen anterior, responda las siguientes preguntas:

i. ¿Cuál es la actual mejor solución para el problema?
ii. ¿Cuáles nodos ya han sido cerrados? Explique por qué.
iii. ¿Cuáles nodos aún no han sido cerrados? Explique por qué.
iv. En esta etapa ¿es posible conseguir la solución óptima al problema?

A partir de la imagen anterior, responda las siguientes preguntas **(5 puntos c/u)**

a) ¿Cuál es la actual mejor solución para el problema?

R: $UB_{10} = 50$

b) ¿Cuáles nodos ya han sido cerrados? Explique por qué.

R: Nodos 4 y 10 soluciones enteras; 5 y 7 infactibilidad; 9 criterio de la cota.

c) ¿Cuáles nodos aún no han sido cerrados? Explique por qué.

R: Nodo 8, una mejor solución puede ser provista.

d) En esta etapa ¿es posible conseguir la solución óptima al problema?

R: No, debido a que falta explorar el nodo 8.

Observaciones: No está permitido el uso de calculadoras. No se olvide de colocar las respuestas completas. No se aceptarán respuestas sin el debido desarrollo. Tiempo: 120 minutos. Hora Inicio: 8:30 hrs. Hora Término: 10:30 hrs.