

TD calcul Stochastique

1. Objectifs Pédagogiques

L'objectif de ce TD est de permettre aux étudiants de mettre en pratique les concepts du calcul stochastique dans le contexte de la finance, en se focalisant sur la modélisation du prix des actions du CAC 40. Les étudiants utiliseront des techniques de simulation pour analyser le mouvement des prix des actions et l'évaluation des options.

2. Contexte du Cas Pratique

Vous êtes analyste quantitatif dans une société de gestion d'actifs. Votre projet consiste à modéliser le prix d'une option sur une action spécifique du CAC 40, en utilisant le modèle de Black-Scholes.

3. Problématique à Résoudre

Le but est de modéliser le prix de l'option en fonction du temps et de la volatilité de l'action sous-jacente du CAC 40, en utilisant une simulation Monte Carlo basée sur des processus stochastiques.

4. Questions de TD

A. Théorie et Concepts

1. Définitions Fondamentales : Décrivez ce que sont un mouvement brownien et une équation différentielle stochastique. En quoi sont-ils pertinents pour les actions du CAC 40?

2. Modèle de Black-Scholes : Expliquez et dérivez l'équation de Black-Scholes pour une option d'achat européenne, en prenant pour exemple une action du CAC 40.

B. Application Pratique en Python

1. Données du CAC 40 :

- Choisissez une action spécifique du CAC 40. Téléchargez et analysez ses données historiques de prix.

- Expliquez comment vous utilisez ces données pour estimer la volatilité.

2. Simulation du Mouvement Brownien :

- Utilisez les données historiques pour simuler le mouvement brownien géométrique de l'action choisie.

- Générez un graphique illustrant ce mouvement pour différents niveaux de volatilité.

3. Évaluation d'une Option d'Achat avec Monte Carlo :

- Mettez en œuvre une simulation Monte Carlo pour évaluer le prix d'une option d'achat européenne sur l'action choisie.

- Analysez comment la volatilité et le temps jusqu'à l'échéance influencent le prix de l'option.

4. Analyse de Sensibilité :

- Réalisez une analyse de sensibilité pour comprendre comment le prix de l'option varie avec différents paramètres (volatilité, taux d'intérêt, prix d'exercice).

5. Ressources Complémentaires

- Lecture : "Options, Futures, and Other Derivatives" par John C. Hull.

- Documentation Python : Utilisation des bibliothèques NumPy, Pandas, Matplotlib pour les simulations, l'analyse des données et les visualisations.