Université Jean Monnet – EMSE 2023 – 2024

Master Maths en Action
–
Méthodes de Monte-Carlo – TD n°4
–
Méthode de rejet

Exercice 1

Soit la densité de probabilité définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{e^{-x^3}}{C}\mathbf{1}_{x\geq 1}, \quad C = \int_1^{+\infty} e^{-x^3}\,dx.$$

La valeur de la constante de normalisation C n'est pas connue, mais on va voir que la méthode de rejet permet de s'en passer.

1. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par
$$g(x) = \frac{1}{x^2}\mathbf{1}_{x\geq 1}.$$
Vérifier que g est une densité de probabilité.
2. Soit X une variable de densité g. Que vaut sa fonction de répartition G ?
3. Calculer sa pseudo-inverse G^{-1}.
4. En étudiant les variations de la fonction
$$h(x) = x^2 e^{-x^3},\ x \geq 1,$$
montrer qu'on a
$$\forall x \geq 1,\ f(x) \leq kg(x), \quad k = \frac{1}{Ce}.$$
5. Calculer alors la fonction de rejet
$$\alpha(x) = \frac{f(x)}{kg(x)}.$$
6. Mise en pratique : programmer une fonction `Matlab` pour simuler des v.a. X de densité g. Programmer ensuite la méthode de rejet pour simuler des variables aléatoires de densité f. On pourra tracer l'histogramme des valeurs obtenues pour vérifier l'allure de la répartition des résultats.