Viernes 16/Mayo
Consultas - Ignacio

2) (a) $M \in \mathbb{R}^{n\times n}$ / $\exists$ una norma $\|\cdot\|$ inducida de una norma vectorial / $\|M\| < 1$
Probar que $I - M$ es inversible

(b) $\alpha, \gamma > 0$, $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ / $\|A\|_\infty = \alpha$
$f : \mathbb{R}^{n\times n} \to \mathbb{R}^{n\times n}$ / A_{ij} $f(E_{ij}) = \gamma E_{ji}$

Siendo E_{ij} las matrices canónicas.

(i) Calcular $\|f(A)\|_1$

(ii) Probar que si $\gamma\alpha < 1 \Rightarrow I - f(A)$ es inversible.

(a) vamos por el absurdo.

Supongamos que NO es inversible
$\Rightarrow \exists\, v \neq 0$ / $(I - M)\, v = 0$
$$v - Mv = 0$$
$$Mv = v$$

Como $\|M\| < 1$, miro def:

$$1 > \|M\| = \max_{w\neq 0} \frac{\|Mw\|}{\|w\|} \geq \frac{\|Mv\|}{\|v\|} = \frac{\|v\|}{\|v\|} = 1 \quad \text{ABS}$$

$\Rightarrow$ No tiene sentido decir que no es inversible.

$\Rightarrow$ $I - M$ inversible.

(b) $A \,/\, \|A\|_{\infty} = \alpha$

$$E_{ij} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & j & \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ 0 & & \vdots \\ \vdots & 1 & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

* Para ganar intuición, vemos qué hace la TL:

En $\mathbb{R}^{2\times 2}$:

$i=1,\ j=1$ $\quad f\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$i=1,\ j=2$ $\quad f\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

$i=2\ \ j=1$ $\quad f\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$i=2\ \ j=0$ $\quad f\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

ES TABLA, es en particular y define TL.

⇒ ¿qué pasa en gral.? (INTUICIÓN)

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = a\, \underbrace{f\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}} + b\, \underbrace{f\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}} + c\, \underbrace{f\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}} + d\, \underbrace{f\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}$$

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = a\gamma\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b\,\gamma\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c\,\gamma\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + d\,\gamma\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}}$$

Esto igual no es formal

. En gral, en $n\times n$:

$f(B) = \gamma\, B^t$ $\quad$ } <u>obs:</u> $f(E_{ij}) = \gamma\,(E_{ij})^t = \gamma\, E_{ji}$ ✓

máx de la suma de módulo de COLUMNAS

máx de la suma de módulo de FILAS

(i) $\|f(A)\|_1 = \|\gamma A^t\|_1 = \gamma \|A^t\|_1 = \gamma \|A\|_\infty = \gamma \alpha$

ENUNCIADO.

* Conozco $\|\cdot\|_\infty \Rightarrow$ ME CONVIENE ASÍ

* Recordamos cuenta con detalle:

$$\|B\|_1 := \max_{1\leq j\leq n} \sum_{i=1}^{n} |b_{ij}|$$

$$\|B\|_\infty := \max_{1\leq i\leq n} \sum_{j=1}^{n} |b_{ij}|$$

$$(A^t)_{ij} = a_{ji}$$

$$\|A\|_\infty = \max_{1\leq i\leq n} \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}| = \max_{1\leq i\leq n} \sum_{j=1}^{n} |(A^t)_{ji}| = \max_{1\leq j\leq n} \sum_{i=1}^{n} |(A^t)_{ij}| = \|A^t\|_1$$

* En el parcial no hace falta tanto detalle, pero sí una justificación en palabras: " $\|\cdot\|_\infty$ es tal, A^t es tomar las cols de la original, $\|\cdot\|_1$ es tal $\Rightarrow$ vale ... ".

Ej ③ $c \in \mathbb{R}$, $c \neq 0$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & c & c \\ c & c & 0 \\ c & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) Probar que NO existen L triangular inferior con 1s en la diagonal y U triangular superior / $C = LU$

(b) Hallar P, L, U / $PP = I$

(c) ¿Cuántas factorizaciones LU (L con unos en la diagonal) existen para CB? (ninguna: demo, existen: dar 2 ejs ≠).

(d) Probar que $\text{Cond}_1(C+B) \to +\infty$ cuando $c \to 3$.

(a) * Lo más fácil es es escribir la fact. LU y ver que no se puede.

$$\begin{pmatrix} 0 & c & c \\ c & c & 0 \\ c & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{pmatrix} = (*)$$

* Ceros en la diagonal NO me dice que no hay LU
(LU tiene sutilezas en su proceso).
⇒ Triangular presta a argumentos que no siempre son ciertos.

$$(*) = \begin{pmatrix} \overset{=0}{u_{11}} & \overset{=c}{u_{12}} & \overset{=c}{u_{13}} \\ l_{21} u_{11} & l_{21} u_{12} + u_{22} & \cdots \\ \cdots & & \end{pmatrix}$$

$l_{21} \cdot u_{11}$ ROMPE TODO

pues $c = l_{21} \cdot \underset{0}{\underset{\shortparallel}{u_{11}}}$

$c = 0$ ABS. $c \neq 0$

matriz original

luego de descomponer.

* Este argumento sí convence en el parcial.

(b) No tengo que probar, sólo que funcionan mis descomposiciones.

* Directo: escribo P que cambia F_1 por F_2:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ intercambia F_1 por F_2.

. Verifico: $P \cdot P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ✓ anda.

$$PA = \begin{pmatrix} c & c & 0 \\ 0 & c & c \\ c & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

* OJO: Puedo triangular a mano si recuerdo cómo armar L pues U es lo que queda al final.

$$\begin{pmatrix} c & c & 0 \\ 0 & c & c \\ c & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - F_1} \begin{pmatrix} c & c & 0 \\ 0 & c & c \\ 0 & -c & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 + F_2} \begin{pmatrix} c & c & 0 \\ 0 & c & c \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

* Verifico: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c & c & 0 \\ 0 & c & c \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c & c & 0 \\ 0 & c & c \\ c & 0 & 0 \end{pmatrix} = PC$ (C permutada)

(c) * Primero hacemos C.B

$$C.B = \begin{pmatrix} 0 & c & c \\ c & c & 0 \\ c & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c & c & 0 \\ c & c & 3c \\ c & c & 3c \end{pmatrix}$$

* Acá no vale permutar, piden desc. LU legítima.

$$\begin{pmatrix} c & c & 0 \\ c & c & 3c \\ c & c & 3c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{pmatrix}$$

podríamos sacar c de f. común

$$\begin{pmatrix} c & c & 0 \\ c & c & 3c \\ c & c & 3c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underbrace{u_{11}}_{=c} & \underbrace{u_{12}}_{=c} & \underbrace{u_{13}}_{=0} \\ u_{11} \underbrace{l_{21}}_{=1} & \underbrace{l_{21} u_{12} + u_{22}}_{=0} & \underbrace{l_{21} u_{13} + u_{23}}_{=3c} \\ u_{11} l_{31} & l_{31} u_{12} + l_{32} u_{22} & l_{31} u_{13} + l_{32} u_{23} + u_{33} \end{pmatrix}$$

* Lo que hacemos es igualar coord. a coord y empezar a descubrir cuánto valen u_{ij}, l_{ij}.

$\Rightarrow u_{11} = C \qquad u_{12} = C \qquad u_{13} = 0$

$\qquad\qquad u_{22} = 0 \qquad u_{23} = C$

$l_{21} = 1$

y teníamos: $\begin{pmatrix} C & C & 0 \\ C & C & 3C \\ C & C & 3C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C & C & 0 \\ 0 & 0 & 3C \\ 0 & 0 & u_{33} \end{pmatrix}$ ojo: (*)

$\Rightarrow$ Tercer fila: $(\underbrace{l_{31}}_{=1} C \qquad \underbrace{l_{31}}_{=1} C \qquad l_{32}\, 3C + u_{33})$

$\Rightarrow l_{32}\, 3C + u_{33} = 3C \Rightarrow u_{33} = 3C(1 - l_{32})$ con $l_{32} \in \mathbb{R}$

* Notamos que en cada paso de la cuenta (por estructura LU) sólo tenemos 1 incógnita a despejar.

(*) Este cero molesta, pero simplificó cuenta.

$\Rightarrow l_{21} = 1 \qquad l_{31} = 1$

$\boxed{l_{32} = 3C + u_3 = 3C}$

$\hookrightarrow u_{33} = 3C(1 - l_{32})$

Entonces hay ∞ descomposiciones

Ej (1): $l_{32} = 0$, $u_{33} = 3C$

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C & C & 0 \\ 0 & 0 & 3C \\ 0 & 0 & 3C \end{pmatrix}$

Ej (2) $l_{32} = 1 \qquad u_{33} = 0$

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C & C & 0 \\ 0 & 0 & 3C \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

* Obs: Si me ponía a resolver el ejercicio TRIANGULANDO, los ∞ LU están en que podía operar de muchas maneras y generar cualquier U.

(d) $C+B=\begin{pmatrix} 1 & 1+c & 3+c \\ c & c & 0 \\ 1+c & 1 & 0 \end{pmatrix}$

* chiste: $c\to -3$ es inversible, $c=-3$ no.

y esto se relaciona con el camino "bueno" para resolver.

vale el $(=)$, pero me alcanza así.

$\mathrm{Cond}(A) \geq \sup\left\{ \dfrac{\|A\|}{\|A-E\|} : E \text{ singular} \right\}$

idea: $\to\infty \Leftarrow \to\infty$

* A se acerca mucho a los singulares cuando $c\to -3$

Elijo: $E_{c=-3} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -3 & -3 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ NO INVERSIBLE $\Rightarrow$ estoy en el conj. correcto.

veo fila, col de ceros

muestro MENÚ

det = 0

$\|A\|_1 = \left\|\begin{pmatrix} 1 & 1+c & 3+c \\ c & c & 0 \\ 1+c & 1 & 0 \end{pmatrix}\right\| = \text{máx}\left\{ (|1|+|c|+|1+c|), (|1+c|+|c|+|1|), (|3+c|) \right\}$

* A priori no sabemos quién es el máximo, pero podemos suponer cosas razonables sobre c:

- Como me interesa estudiar c cuando $c\to -3$, suponemos $c<-1$:

$\Rightarrow \|A\|_1 = \text{máx}\left\{ 1-c-(1+c), -(1+c)-c+1, |3+c| \right\} = \text{máx}\left\{ -2c, |3+c| \right\}$

* Pensamos: cuando $c \to -3$: $|3+c| \to$ "0"
$-2c \to$ "6" } MÁX

$\Rightarrow \|A\|_1 = -2c$

. Veamos ahora:

$$\|A-E\|_1 = \left\| \begin{pmatrix} 0 & 3+c & 3+c \\ 3+c & 3+c & 0 \\ 3+c & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\| = \max\{2|3+c|, 2|3+c|, |3+c|\} = 2|3+c|$$

$$\Rightarrow \frac{\|A\|_1}{\|A-E\|_1} = \frac{-2c}{2|3+c|} \longrightarrow +\infty \text{ cuando } c \to -3$$

cerca de $c=-3$

* Aligera mucho las cuentas saber cuál será el máximo

Y como $\text{cond}(A) \geq \underbrace{\sup\left\{ \frac{\|A\|}{\|A-E\|} : E \text{ singular} \right\}}_{\to +\infty}$

$\Rightarrow \text{Cond}(A) \longrightarrow +\infty$.

Ej 4

$$A = \begin{pmatrix} r & s & t \\ -12 & 6 & 16 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$v = (1,2,0)$
$w = (2,6,0)$
$u = (-2,-2,-1)$

AUTOVECTORES de A.

(a) Probar que A es diagonalizable

(b) Calcular autovalores de A y determinar r, s, t

* Podríamos ver autovectores LI ⇒ diagonalizable.
* Podríamos comenzar por (b) y tener (a).

(a) $\{u, v, w\}$ son LI (chequear)
⇒ tengo base de autovectores
⇒ A diagonalizable.

(b) * Comenzar a mano es molesto con r, s, t ⇒ uso info de autovectores.

$$* \begin{pmatrix} r & s & t \\ -12 & 6 & 16 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r+2s \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \lambda_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\Leftrightarrow \lambda_1 = r+2s \Rightarrow 0 = r+2s \Rightarrow r = -2s$

$2\lambda = 0 \Leftrightarrow \boxed{\lambda_1 = 0}$

$$* \begin{pmatrix} r & s & t \\ -12 & 6 & 16 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2r+6s \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix} = \lambda_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\Leftrightarrow 6\lambda_2 = 12 \Leftrightarrow \boxed{\lambda_2 = 2}$

$2r + 6s = 2\lambda_2 = 4$

$\Leftrightarrow r = \frac{4-6s}{2} = 2-3s \xRightarrow{r=-2s} -2s = 2-3s$

$\underline{s = 2} \Rightarrow \underline{r = 4}$

$$* \begin{pmatrix} -4 & 2 & t \\ -12 & 6 & 16 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-t \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} = \lambda_3 \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$\Leftrightarrow 4-t = \lambda_3(-2)$

$-4 = \lambda_3(-2) \Leftrightarrow \boxed{\lambda_3 = 2}$

$-2 = \lambda_3(-1) \Leftrightarrow \lambda_3 = 2$ ✓

Ej: $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ inversible

$A^t A = L L^t$ / Cholesky

$L^{-t} = (L^t)^{-1}$ notación usual, el orden no cambia

(a) Probar que A^{-t} es ortogonal.

(b) Calcular QR de AL^{-t} en función de A y L.

(c) Sea $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \sqrt{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = L . L^t$

hallar QR de B y de L

* Comentario:

$(A^t A)^t = A^t (A^t)^t = A^t A \Rightarrow$ simétrica

$x^t (A^t A) x = (Ax)^t (Ax) = \|Ax\|_2^2 > 0 \quad \forall x \neq 0$ pues A es inversible

$\Rightarrow$ es definida positiva.

$\Rightarrow$ SIM + DEF ⊕ $\Rightarrow$ Cholesky ✓.

(a) * Salvo (c) tiene "pinta" de ser sólo manipulación de matrices.

Obs: C es ortogonal si $C^t = C^{-1}$

Llamo $C = A . L^{-t}$

. $C^t . C = (AL^{-t})^t (AL^{-t}) = (L^{-t})^t A^t A L^{-t} = L^{-1} A^t A L^{-t}$ enunciado

$C^t . C = \underbrace{L^{-1} L}\, \underbrace{L^t L^{-t}} = I . I = I \Rightarrow C^{-1} = C$

$\Rightarrow$ C es ortogonal. ✓

(b) $A^t A = L \cdot L^t$

* Quiero $A = QR \Rightarrow$ quiero despejar A
* $A = \underbrace{A^{-t} L}_{Q = A^{-t} L} \underbrace{L^t}_{R}$ y me gustaría probarlo.] idea.

. $A = Q \cdot R$ con $Q = A^{-t} L$, $R = L^t$

. Me falta ver que Q, R cumplen props que deben cumplir.

. $R = L^t$ es triangular sup. pues L es triangular inferior.

. $Q = A^{-t} L$ es ortogonal pues C lo es y son lo mismo:

just: $(A^{-t} L)^{-t} = \left((A^{-t} L)^t \right)^{-1} = (L^t A^{-1})^{-1} = A L^{-t}$

$\Rightarrow A^{-t} L = C^{-t} = (C^{-1})^t \underset{C \text{ ortogonal}}{=} (C^t)^t = C$

✓

(c) $B = L L^t =$ o bien $= A^t A$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}}_{= L = A^t}$$

$$A = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \sqrt{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{R} = I \cdot R$$ ✓A es su propia QR.

$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$ es triang. inferior $\xrightarrow{\text{a mano}}$ $\begin{cases} \text{Hh} \\ \text{ortonormalizar cols.} \end{cases}$

G-S:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} \qquad \tilde{q}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightsquigarrow q_1 = \frac{\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}{\sqrt{4}} = \frac{\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}{2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{q}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix} \rightsquigarrow q_2 = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}}{\sqrt{4}} = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}}{2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{q}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \left[(1, 0, 0) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \left[\left(0, \tfrac{1}{2}, \tfrac{\sqrt{3}}{2}\right) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sqrt{3}/4 \\ 1/4 \end{pmatrix}$$

$$q_3 = \frac{(0, -\sqrt{3}/4, 1/4)}{\sqrt{\frac{3}{16} + \frac{1}{16}}} = 2\,(0, -\sqrt{3}/4, 1/4) = \left(0, -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

calculo con q_i calculados o bien ver qué número preciso, y luego verificar.

$$\Rightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}}_{L} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix}}_{Q} \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}}_{R}$$

- Tengo descomposición de L, quiero la de B

$$B = L L^t = Q R L^t = Q \overbrace{\underbrace{R}_{\text{T. sup}} \underbrace{L^t}_{\text{T. sup}}}^{\text{T. sup.}}$$