Regla del producto o Principio Básico de Contar

Si el primer elemento u objeto de un par ordenado puede ser seleccionado de n_1 formas, y por cada una de estas formas, el segundo elemento puede ser seleccionado de n_2 formas, entonces tenemos $n_1 \cdot n_2$ pares distintos.

Ejemplo 1: Una famillia se acaba de mudar a una nueva ciudad y requiere de los servicios de un obstetra y de un pediatra. Existen dos clínicas, cada una con 2 obstetras y 3 pediatras. ¿De cuántas formas pueden elegir a ambos doctores?

Regla más general

Si una operación se puede realizar de n_1 formas, y si para cada una de éstas se puede llevar a cabo una segunda operación de n_2 formas distintas, y para cada una de las primeras dos se puede realizar una tercera operación en n_3 formas, y así sucesivamente, entonces la serie de k operaciones se puede realizar en $n_1 n_2 \cdots n_k$ formas.

Ejemplo 2: Ubicar r bolas numeradas en n urnas.

Permutación, variación y combinación

Consideremos un grupo de n individuos u objetos distintos.

- ¿De cuántas forma diferentes puedo ordenar sus elementos?
- ¿Cuántos subconjuntos ordenados de k elementos, con $k < n$, podemos hacer?
- ¿Cuántos subconjuntos distintos de k elementos puedo formar con los n individuos u objetos?

- El número de formas de ordenar n objetos distintos se denomina **permutación** y es $n!$.
- El número de formas de ordenar n objetos distintos tomados r se denomina **variación** y es $n!/(n-k)!$.
- El número de subconjuntos desordenados de tamaño k escogidos (sin restitución) de n objetos disponibles se denomina **combinación** y es

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Observación: Si un suceso A puede ocurrir de n formas y otro suceso B puede ocurrir de m formas, entonces el suceso A ó B (Sucede el evento A ó sucede el evento B) puede ocurrir de $n+m$ formas, siempre y cuando los eventos no puedan suceder simultáneamente.

Ejemplo 3: Hay 5 hombres y 4 mujeres disponibles para armar un cómite de 3 miembros. ¿De cuántas formas puede armarse, con la condición que haya más mujeres que hombres?

Permutaciones con repetición

Ejemplo 4: Un hotel va a hospedar a siete estudiantes de posgrado que asisten a una conferencia, ¿en cuántas formas los puede asignar a una habitación triple y a dos dobles?

El número de permutaciones distintas de n objetos, en el que n_1 son de una clase, n_2 de una segunda clase,..., n_k de una k-ésima clase es

$$\binom{n!}{n_1!\, n_2!\, \cdots\, n_k!} = \frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_k!}$$

donde $n_1 + n_2 + \cdots + n_k = n$

Permutaciones circulares

Ejemplo 5: Sabemos que si queremos sentar a 4 personas, una al lado de la otra en fila, el número de arreglos que podemos hacer es 4!; ahora bien, si las queremos sentar alrededor de una mesa circular, ¿ de cuántas formas lo podemos hacer?

Ejemplo 6: ¿De cuántas formas se pueden sentar 3 parejas de casados alrededor de una mesa circular, si no debe haber dos mujeres juntas ni dos hombres juntos?

Modelo de ocupación de r bolas indistinguibles en n celdas

Ejemplo 7: ¿De cuántas formas podemos ubicar 3 bolitas indistinguibles en 3 urnas? ¿Y si $r = 8$ y $n = 6$?