20 вариантов заданий по численным методам

Общие требования

Для каждого варианта требуется:

1. Решить уравнение тремя методами:
   - Метод половинного деления
   - Метод простых итераций
   - Метод Ньютона
2. Точность вычислений: $\varepsilon = 10^{-6}$
3. Критерий остановки: $|x_n - x_{n-1}| < \varepsilon$
4. Для метода простых итераций самостоятельно преобразовать уравнение к виду $x = \varphi(x)$
5. Сравнить количество итераций для каждого метода

Варианты заданий

Вариант	**Уравнение**	**Отрезок**	**Начальное приближение**
1	$x^3 - 2x - 5 = 0$	$[2, 3]$	$x_0 = 2.5$
2	$x^3 - 3x + 1 = 0$	$[0, 1]$	$x_0 = 0.5$
3	$x^3 + 2x - 6 = 0$	$[1, 2]$	$x_0 = 1.5$
4	$x^3 - x - 1 = 0$	$[1, 2]$	$x_0 = 1.5$
5	$x^3 - 4x + 1 = 0$	$[1, 2]$	$x_0 = 1.5$
6	$x^3 - 2x^2 + x - 3 = 0$	$[2, 3]$	$x_0 = 2.5$
7	$x^3 + 3x - 5 = 0$	$[1, 2]$	$x_0 = 1.5$
8	$x^3 - 2x - 3 = 0$	$[1, 2]$	$x_0 = 1.5$
9	$x^3 - 3x^2 + 2x - 1 = 0$	$[2, 3]$	$x_0 = 2.5$
10	$x^3 - x^2 - x - 1 = 0$	$[1, 2]$	$x_0 = 1.5$
11	$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$	$[1, 2]$	$x_0 = 1.5$
12	$x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$	$[-1, 0]$	$x_0 = -0.5$
13	$x^3 - 5x + 3 = 0$	$[1, 2]$	$x_0 = 1.5$
14	$x^3 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$	$[0, 1]$	$x_0 = 0.5$
15	$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$	$[1, 2]$	$x_0 = 1.5$
16	$x^3 - 6x + 2 = 0$	$[2, 3]$	$x_0 = 2.5$
17	$x^3 - 2x^2 + 3x - 5 = 0$	$[1, 2]$	$x_0 = 1.5$
18	$x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$	$[1, 2]$	$x_0 = 1.5$
19	$x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$	$[2, 3]$	$x_0 = 2.5$
20	$x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0$	$[0, 1]$	$x_0 = 0.5$

Методические указания

1. Метод половинного деления

Алгоритм:

1. Проверить условие $f(a) \cdot f(b) < 0$
2. Вычислить $c = \dfrac{a+b}{2}$
3. Если $f(a) \cdot f(c) < 0$, то $b = c$, иначе $a = c$
4. Повторять пока $b - a > 2\varepsilon$

Оценка количества итераций:

$$n \geq \log_2\left(\frac{b-a}{\varepsilon}\right) - 1$$

2. Метод простых итераций

1. Преобразовать уравнение $f(x) = 0$ к виду $x = \varphi(x)$
2. Проверить условие сходимости: $|\varphi'(x)| < 1$ на отрезке локализации корня
3. Применить итерационную формулу: $x_{n+1} = \varphi(x_n)$
4. Повторять пока $|x_n - x_{n-1}| < \varepsilon$

3. Метод Ньютона

Итерационная формула:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Начальное приближение должно удовлетворять условию: $f(x_0) \cdot f''(x_0) > 0$

4. Форма отчета

Для каждого метода представить:

- Таблицу итераций с колонками: n, x_n, $f(x_n)$, $|x_n - x_{n-1}|$
- Количество итераций до достижения точности
- Полученное значение корня

Сравнительная таблица:

Метод	**Количество итераций**	**Значение корня**	**Погрешность**
Половинного деления			
Простых итераций			
Ньютона			